

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2017.03.004

## 基于 Copula 函数的暴雨潮位组合分析

万永静<sup>1</sup>,刁秀媚<sup>2</sup>,刘俊<sup>1</sup>,周宏<sup>1</sup>,栾慕<sup>1</sup>,李岱远<sup>3</sup>

(1. 河海大学水文水资源学院,江苏南京 210098; 2. 江阴市水资源管理办公室,江苏江阴 214400;  
3. 南京水利科学研究院水文水资源研究所,江苏南京 210029)

**摘要:** 基于1959—2010年滁河中下游暴雨资料及南京下关站潮位资料,采用Copula函数建立不同重现期下滁河中下游年最大1 d、3 d、7 d暴雨与其相应时间段长江最高潮位的联合分布函数,计算超过某一设计值的暴雨与各个量级潮位、超过某一设计值的潮位与各个量级雨量的遭遇概率。计算结果与南京市城市防洪规划中的结论相近,表明计算方法合理可行,可为暴雨潮位组合计算提供参考。

**关键词:** Copula函数;区间暴雨;长江潮位;组合概率;滁河中下游

**中图分类号:** TV122+3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1980(2017)03-0211-07

## Combined analysis of rainstorm and tide level based on Copula function

WAN Yongjing<sup>1</sup>, DIAO Xiumei<sup>2</sup>, LIU Jun<sup>1</sup>, ZHOU Hong<sup>1</sup>, LUAN Mu<sup>1</sup>, LI Daiyuan<sup>3</sup>

(1. College of Hydrology and Water Resources, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. Water Management Office of Jiangyin, Jiangyin 214400, China;

3. Hydrology and Water Resources Department, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210029, China)

**Abstract:** Based on the rainstorm data from the middle and lower reaches of the Chuhe River in the period from 1959 to 2010 and the tide level data at Xiaguan Station in Nanjing City, a joint distribution function of the annual maximum 1-day, 3-day, and 7-day rainstorms and the corresponding tide levels of the Yangtze River with different return periods was built based on the Copula function. The encounter probabilities of the design rainstorm and different tide level intervals and the encounter probabilities of the design tide level and different rainstorm intervals were calculated. The results are similar to conclusions in the Nanjing Urban Flood Control Planning, indicating that the calculation method is reasonable and feasible and can provide a reference for combined calculation of rainstorm and tide level.

**Key words:** Copula function; interval storm; tide level of Yangtze River; frequency combination; middle and lower reaches of Chuhe River

近年来,受全球气候变暖影响,各地极端天气频繁出现,伴随着洪水内涝问题的频现,给人们生活带来巨大影响,造成了巨大的财产损失和人员伤亡<sup>[1]</sup>,因此,在城市防洪规划中对水文计算提出了更高的要求。一般城市防洪规划中推求设计洪水的途径主要有两种,一是水位频率曲线直接法,二是由设计暴雨推求设计洪水位的间接法<sup>[2]</sup>。但在感潮河段,影响设计洪水的水文要素不仅仅是降雨,还需考虑长江潮位顶托影响,进行不同水文要素之间的遭遇组合分析。对于完全独立的水文事件,其联合分布可以简单地用单变量函数相乘得到,但暴雨潮位存在一定的相关性。传统的相关性分析法,当变量相关性不显著时,其使用受到限制。

收稿日期: 2016-07-01

基金项目: 中国工程院重大咨询研究项目(2015-ZD-07);国家自然科学基金(41471015)

作者简介: 万永静(1993—),女,重庆人,硕士研究生,主要从事城市防洪与排水研究。E-mail:1043347075@qq.com

通信作者: 刘俊,教授。E-mail:ljhohai@163.com

生产实践中常用定性分析法,根据研究区域历年同步观测数据进行简单分析,但不能给出其概率,工程应用中受人为经验影响。Copula 函数可以给出水文要素间各种含义的遭遇概率,且其变量的边际分布不受限制。

现代 Copula 理论形成以来,Copula 函数被广泛用来构建联合分布连接函数<sup>[3-6]</sup>。研究表明,Copula 函数能够有效地描述水文事件的内在规律和特征属性之间的相互关系<sup>[7-10]</sup>。刘曾美等<sup>[11]</sup>采用 Copula 函数建立区间暴雨和外江洪水位的联合分布,用以分析排涝风险率和重现期;武传号等<sup>[12]</sup>基于 Copula 函数对广州市短历时暴雨与潮位组合分析,建立雨潮组合概率风险模型;郭财秀等<sup>[13]</sup>利用 Copula 函数对长江感潮河段上边界流量和下边界潮位进行组合,定量分析不同量级洪潮的组合概率。

本文采用 Copula 函数建立不同重现期下滁河中下游年最大 1 d、3 d、7 d 暴雨与其相应时间段长江最高潮位的联合分布,基于联合分布计算超过某一设计值的暴雨与各个量级潮位、超过某一设计值的潮位与各个量级雨量遭遇概率,并将分析结果与相关性分析法计算结果进行对比分析,为感潮河段防洪规划提供科学依据。

## 1 研究区概况

南京市江北新区位于滁河流域中下游,滁河流域位于江淮之间,系长江下游左岸一级支流。受地理位置、水文气象、地形地貌等因素的影响,滁河中下游区域是一个洪涝灾害多发的地区,特大洪水主要受本地 1~7 d 暴雨径流、上游暴雨洪水和长江洪潮顶托等影响。

设计暴雨历时不应小于流域汇流时间,根据滁河中下游流域地形地貌特性和水文水力分析,取 1 d、3 d、7 d 为滁河中下游设计暴雨计算的控制时段。以汊河集闸以下滁河中下游流域,1959—2010 年的年最大 1 d、3 d、7 d 暴雨量与南京下关站相应时段的最高潮位资料为例,用 Copula 函数构建联合分布模型,分析流域暴雨和长江潮位的联合分布概率。

## 2 联合分布函数

### 2.1 Copula 函数

Copula 函数是将多个随机变量的联合分布函数用他们各自的边际分布表示出来的函数,其边际分布可以采用任何形式。由于 Archimedean Copula 函数只含有一个参数  $\theta$ ,求解简便适应性强,被广泛应用于水文领域<sup>[14-15]</sup>,水文中常用的二维 Archimedean Copula 函数有 Clayton Copula 函数、Frank Copula 函数和 GH Copula 函数<sup>[16-18]</sup>,Copula 函数参数  $\theta$  和 Kendall 秩相关系数的关系表达式见表 1。设计暴雨降雨量  $R_p$  遭遇潮位区间  $(Z_1, Z_2)$  的概率作为设计暴雨和潮位遭遇的组合概率,计算公式为

$$P(R \geq R_p, Z_1 \leq Z \leq Z_2) = F(Z_2) - F(R_p, Z_2) - F(Z_1) + F(R_p, Z_1) \quad (1)$$

式中: $R$ ——降雨量; $Z$ ——潮位; $F(Z_1)$ ——潮位  $Z_1$  的边际分布函数值; $F(Z_2)$ ——潮位  $Z_2$  的边际分布函数值; $F(R_p, Z_1)$ ——设计暴雨降雨量  $R_p$  与潮位  $Z_1$  的联合分布概率; $F(R_p, Z_2)$ ——设计暴雨降雨量  $R_p$  与潮位  $Z_2$  的联合分布概率。

设计潮位  $Z_p$  遭遇雨量区间  $(R_1, R_2)$  的概率作为设计潮位和雨量遭遇的组合概率,计算公式为

$$P(Z \geq Z_p, R_1 \leq R \leq R_2) = F(R_2) - F(Z_p, R_2) - F(R_1) + F(Z_p, R_1) \quad (2)$$

式中: $F(R_1)$ ——雨量  $R_1$  的边际分布函数值; $F(R_2)$ ——雨量  $R_2$  的边际分布函数值; $F(Z_p, R_1)$ ——设计潮位  $Z_p$  与雨量  $R_1$  的联合分布概率; $F(Z_p, R_2)$ ——设计潮位  $Z_p$  与雨量  $R_2$  的联合分布概率。

### 2.2 参数估计及拟合度检验

Copula 模型选择主要包括离差平方和最小准则(OLS)法、BIC 法和 AIC 信息准则法<sup>[7]</sup>,本文选取常用的 OLS 法,其计算公式为

$$D_{OLS} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum (P_{ei} - P_i)^2} \quad (3)$$

表 1 Copula 函数参数  $\theta$  和  $\tau$  的关系  
Table 1 Relationship between parameters  $\theta$  and  $\tau$  of Copula function

| 连接函数           | $\tau$ 与 $\theta$ 的关系                                                                                                             |
|----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Clayton Copula | $\tau = \frac{\theta}{2 + \theta}, \theta \in (0, \infty)$                                                                        |
| Frank Copula   | $\tau = 1 - \frac{\theta}{4} \left( -\frac{4}{\theta} \int_{-\theta}^{\theta} \frac{t}{\exp(t) - 1} dt - 1 \right), \theta \in R$ |
| GH Copula      | $\tau = 1 - \frac{1}{\theta}, \theta \in [1, \omega)$                                                                             |

式中:  $D_{OLS}$ ——离差平方和;  $P_{ei}$ ——联合经验概率;  $P_i$ ——联合理论概率;  $i$ ——数据系列序号;  $n$ ——系列长度。

降雨量  $R$  和潮位  $Z$  的观测样本序列组按降雨量从小到大排列依次为:  $(R_1, Z_1), \dots, (R_j, Z_j), \dots, (R_i, Z_i), \dots, (R_N, Z_N)$ , 经验联合分布概率计算公式如下:

$$H(R_i, Z_i) = P_{ei}(R \leq R_i, Z \leq Z_i) = \frac{1}{N + 0.12} \left( \sum_{m=1}^i \sum_{l=1}^i N_{ml} - 0.44 \right) \quad (4)$$

式中:  $N_{ml}$ ——联合观测值样本中满足  $(R_j \leq R_i, Z_j \leq Z_i)$  的数据对个数;  $N$ ——总的的数据对个数。

### 3 联合分布函数的构建

#### 3.1 参数估计

边际分布函数采用水利计算中规定的 P-Ⅲ型分布函数<sup>[19]</sup>, 矩法计算均值  $E_x$ 、变差系数  $C_v$  和偏差系数  $C_s$  的初值, 根据综合目估适线法调整不同时段曲线间的关系, 分别绘制组合概率  $P$  与降雨量  $R$ 、潮位  $Z$  的关系图, 如图 1 所示, 参数计算结果如表 2 所示。表 2 中  $R_{1d}$  为年最大 1 d 降雨量;  $R_{3d}$  为年最大 3 d 降雨量;  $R_{7d}$  为年最大 7 d 降雨量;  $Z_{1d}$  为  $R_{1d}$  相应时段的最大潮位;  $Z_{3d}$  为  $R_{3d}$  相应时段的最大潮位;  $Z_{7d}$  为  $R_{7d}$  相应时段的最大潮位。

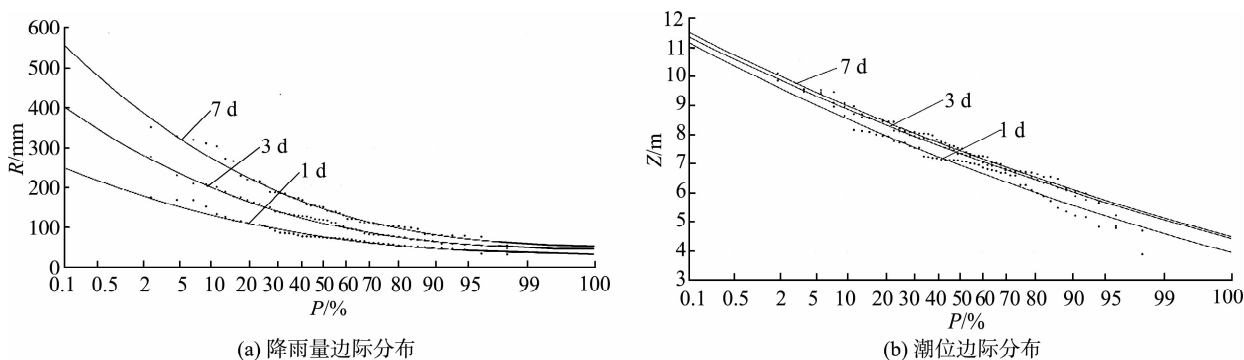


图1 边际分布曲线

Fig. 1 Marginal distribution curves

根据实测值求得各个组合的秩相关系数  $\tau$ , 由  $\tau$  和  $\theta$  的关系(表 1)可以求得参数  $\theta$ (表 3),  $R_{1d}$  与  $Z_{1d}$ 、 $R_{3d}$  与  $Z_{3d}$ 、 $R_{7d}$  与  $Z_{7d}$  的秩相关系数分别为 0.392、0.348 和 0.428, 3 种组合均成正相关, 故可以用 Archimedean Copula 函数进行联合分布计算。采用最小准则法进行精度检验, 相关计算参数见表 3。

由表 3 可知, 联合分布中, Frank Copula 函数的  $D_{OLS}$  值最小, 表明其拟合效果最佳, 故采用 Frank Copula 函数进行联合分布计算。将  $R_{1d}$  与  $Z_{1d}$ 、 $R_{3d}$  与  $Z_{3d}$ 、 $R_{7d}$  与  $Z_{7d}$  的经验累积概率和理论累积经验概率绘制在一张图上, 如图 2 所示。

由图 2 可以看出, 经验累积概率和理论累积概率的点距基本成一条 45° 的直线, 说明所建联合分布模型合理。  $R_{1d}$  与  $Z_{1d}$ 、 $R_{3d}$  与  $Z_{3d}$ 、 $R_{7d}$  与  $Z_{7d}$  的  $D_{OLS}$  值分别为 0.108 3、0.086 7 和 0.088 7, 经验概率和理论概率计算值拟合比较好, 故可以采用 Frank Copula 函数进行流域暴雨和潮位的联合分布计算。

表 2 边际分布函数统计参数

Table 2 Statistical parameters of marginal distribution function

| 参数       | $E_x/\text{mm}$ | $C_v$ | $C_s$ |
|----------|-----------------|-------|-------|
| $R_{1d}$ | 83              | 0.40  | 1.36  |
| $Z_{1d}$ | 7 050           | 0.17  | 0.34  |
| $R_{3d}$ | 120             | 0.45  | 1.49  |
| $Z_{3d}$ | 7 450           | 0.15  | 0.30  |
| $R_{7d}$ | 161             | 0.48  | 1.44  |
| $Z_{7d}$ | 7 550           | 0.15  | 0.30  |

表 3 Copula 函数相关参数

Table 3 Parameters of Copula function

| 组合类型                | 函数类别           | $\tau$ | $\theta$ | $D_{OLS}$ |
|---------------------|----------------|--------|----------|-----------|
| $R_{1d}$ 与 $Z_{1d}$ | Clayton Copula | 0.392  | 1.29     | 0.113 4   |
|                     | Frank Copula   |        | 4.06     | 0.108 3   |
|                     | GH Copula      |        | 1.65     | 0.111 0   |
| $R_{3d}$ 与 $Z_{3d}$ | Clayton Copula | 0.348  | 1.07     | 0.089 0   |
|                     | Frank Copula   |        | 3.48     | 0.086 7   |
|                     | GH Copula      |        | 1.53     | 0.088 0   |
| $R_{7d}$ 与 $Z_{7d}$ | Clayton Copula | 0.428  | 1.49     | 0.092 2   |
|                     | Frank Copula   |        | 4.56     | 0.088 7   |
|                     | GH Copula      |        | 1.74     | 0.092 4   |

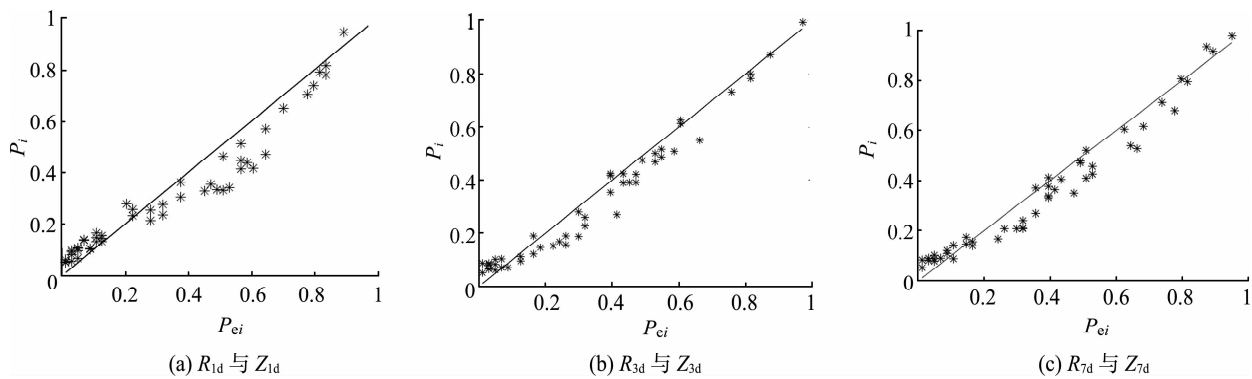


图2 经验累积概率和理论累积概率比较

Fig. 2 Comparison of empirical and theoretical cumulative probabilities

### 3.2 联合分布参数计算

由表2中的边际分布参数可以求得不同量级雨量、潮位所对应的边际分布函数。由表3可以得到Copula函数的统计参数,根据拟合结果选取Frank Copula函数为联合分布函数。由Frank Copula函数关系式及其对应的参数 $\theta$ ,绘制这3种组合的联合分布图(图3),从图3可以查出任意量级的雨量、潮位组合的联合分布概率。

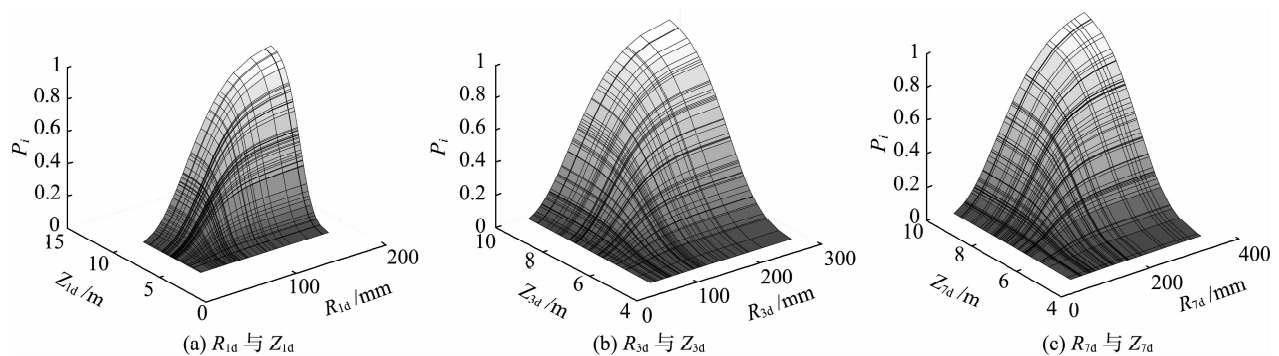


图3 联合分布

Fig. 3 Joint distribution

## 4 各量级降雨潮位遭遇组合分析

### 4.1 设计暴雨与各量级潮位遭遇组合分析

由表2中 $R_{1d}$ 与 $Z_{1d}$ 、 $R_{3d}$ 与 $Z_{3d}$ 、 $R_{7d}$ 与 $Z_{7d}$ 的边际分布参数,计算不同重现期的设计值。分别取重现期为100 a、50 a、20 a、10 a的暴雨作为设计值,由式(1)求得设计暴雨与各量级潮位的联合分布概率,分别绘制1 d、3 d、7 d不同重现期设计暴雨遭遇各量级潮位的组合概率图,如图4所示。

由图4可以看出:(a)同量级潮位,暴雨重现期越小遭遇概率越大;(b)以0.2 m划定不同的潮位区间,同一设计标准的暴雨与各潮位区间的遭遇概率不同;(c)由图4(a)可知,1 d设计暴雨与其相应各量级潮位组合时,100年一遇、50年一遇、20年一遇的设计暴雨遭遇概率最大的潮位区间为(8.2, 8.4),对应于约5年一遇的设计潮位,10年一遇设计暴雨遭遇概率最大的潮位区间为(8.0, 8.2),对应于约4年一遇的设计潮位;(d)由图4(b)可知,3 d设计暴雨与其相应各量级潮位组合时,100年一遇、50年一遇、20年一遇、10年一遇的设计暴雨遭遇概率最大的潮位区间为(8.4, 8.6),对应于约5年一遇的设计潮位;(e)由图4(c)可知,7 d设计暴雨与其相应各量级潮位组合时,100年一遇设计暴雨遭遇概率最大的潮位区间为(8.8, 9.0),对应于约9 a一遇的设计潮位,50年一遇、20年一遇、10年一遇的设计暴雨遭遇概率最大的潮位区间为(8.6, 8.8),对应于约7年一遇的设计潮位。

## 4.2 设计潮位与各量级雨量遭遇组合分析

分别取重现期为 100 a、50 a、20 a、10 a 的潮位作为设计值,由式(2)求得设计潮位与各量级雨量的联合分布概率,分别绘制 1 d、3 d、7 d 不同重现期设计潮位遭遇各量级雨量的概率图,如图 5 所示。

由图 5 可以看出:(a)以 15 mm 划定不同的雨量区间,同一设计标准的潮位与各雨量区间的遭遇概率不同;(b)由图 5(a)可知,1 d 设计潮位与其相应各量级雨量组合时,100 年一遇、50 年一遇、20 年一遇、10 年一遇的设计潮位遭遇概率最大的雨量区间为(125,135),对应于约 5 年一遇的设计降雨,10 年一遇设计潮位遭遇概率最大的雨量区间为(105,120),对应于约 3 年一遇的设计降雨;(c)由图 5(b)可知,3 d 设计潮位与其相应各量级雨量组合时,100 年一遇设计潮位遭遇概率最大的雨量区间为(180,195),对应于约 5 年一遇的设计降雨,50 年一遇、20 年一遇、10 年一遇的设计潮位遭遇概率最大的雨量区间为(165,180),对应于约 3 年一遇的设计降雨;(d)由图 5(c)可知,7 d 设计潮位与其相应各量级雨量组合时,100 年一遇设计潮位遭遇概率最大的雨量区间为(255,270),对应于约 7 年一遇的设计降雨,50 年一遇、20 年一遇、10 年一遇的设计潮位遭遇概率最大的雨量区间为(240,255),对应于约 6 年一遇的设计降雨。

## 4.3 暴雨潮位组合方法对比

常用线性相关分析法检验流域降雨量和潮位的相关程度,若相关关系较好,则可作为遭遇组合的基础,本次统计筛选出流域降雨量重现期大于 5 年一遇的暴雨及其对应潮位为研究对象。最大 1 d、3 d、7 d 流域

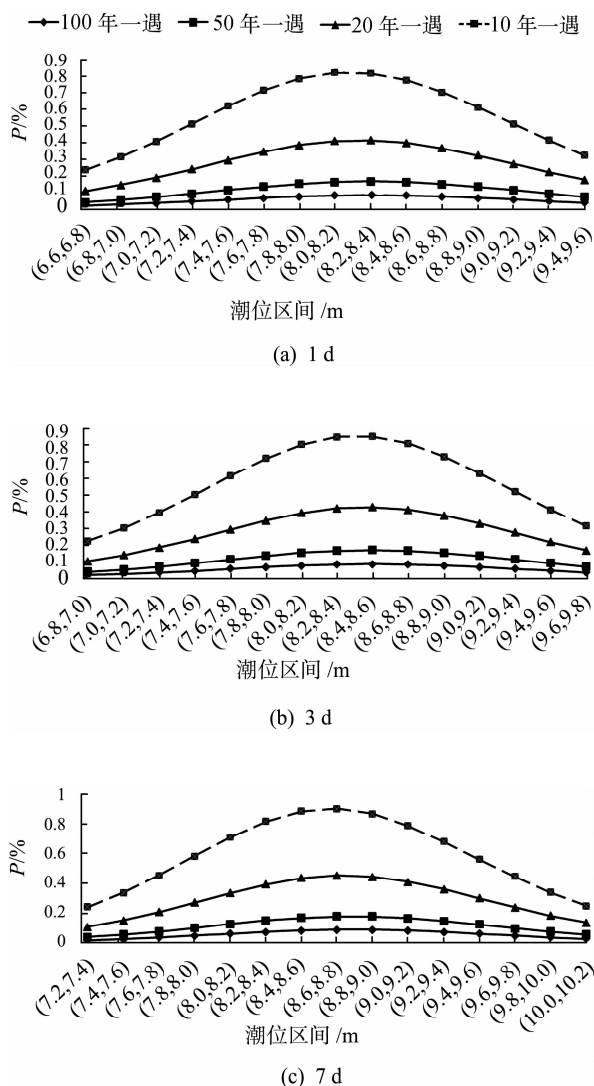


图 4 设计暴雨量与各量级潮位组合概率  
Fig. 4 Combined probabilities of design rainstorm and different tide level intervals

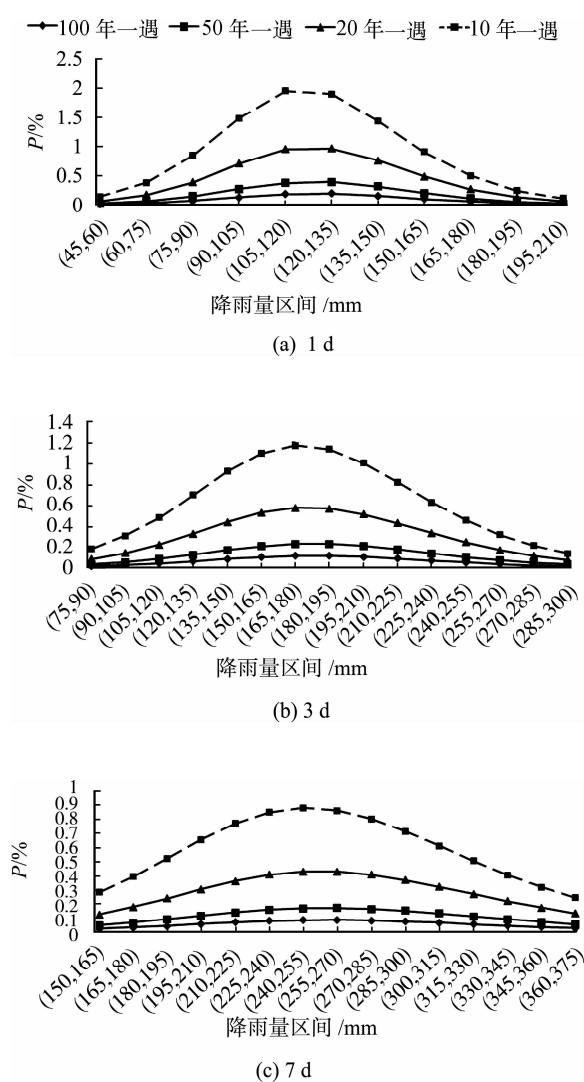


图 5 设计潮位与各量级降雨量组合概率  
Fig. 5 Combined probabilities of design tide level and different rainfall intervals

暴雨重现期与相应长江潮位重现期之间的相关性系数分别为  $-0.24$ 、 $0.28$ 、 $0.91$ ，1 d 和 3 d 暴雨与长江相应潮位之间相关关系不显著，而 7 d 暴雨与长江相应潮位的相关系数为  $0.91$ ，相关关系较好，这主要是因为流域及南京上游区域暴雨汇集到长江南京段具有滞时，因此流域 7 d 暴雨与相应长江潮位可以作为概率组合的基础。绘制 7 d 流域暴雨与长江潮位重现期相关图，如图 6 所示。

根据拟合出的流域暴雨与长江潮位组合相关趋势线，分析重现期 100 年一遇、50 年一遇、20 年一遇、10 年一遇暴雨对应的潮位重现期分别为 15 a、8 a、3 a、2 a。

Frank Copula 函数计算 7 d 重现期为 100 a、50 a、20 a、10 a 设计暴雨遭遇概率最大的潮位重现期为 9 a、7 a、7 a、7 a。对比分析 2 种方法计算结果：设计暴雨重现期为 100 a，用 Frank Copula 函数计算的最大概率遭遇潮位重现期为 9 a，比用线性相关分析法计算的 15 a 小，Frank Copula 函数能得到各个组合概率的大小，100 年一遇设计暴雨遭遇 15 年一遇潮位的概率也很大；50 年一遇的设计暴雨遭遇潮位重现期，两种方法计算结果一致；20 年一遇、10 年一遇设计暴雨遭遇潮位重现期均小于 10 a。当暴雨潮位的相关性不显著时，相关性分析法的使用受到限制，采用 Frank Copula 函数可以得到各个组合的遭遇概率，可为感潮河段防洪规划提供科学依据。

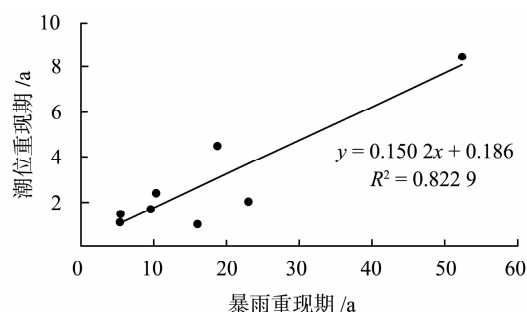


图6 7 d 流域暴雨与长江潮位相关性分析  
Fig.6 Correlation between 7-day rainstorm and tide level of Yangtze River

## 5 结 论

a. 基于 Archimedean Copula 函数构建  $R_{1d}$  与  $Z_{1d}$ 、 $R_{3d}$  与  $Z_{3d}$ 、 $R_{7d}$  与  $Z_{7d}$  的联合分布函数，经过拟合检验，可以采用拟合度最好的 Frank Copula 函数进行分析计算。

b. 基于 Frank Copula 函数，对 1 d、3 d、7 d 设计暴雨与各量级潮位组合分析，得到不同设计标准暴雨最大概率遭遇的潮位区间，对 1 d、3 d、7 d 设计潮位与各量级雨量遭遇组合分析，得到不同设计标准潮位最大概率遭遇的雨量区间。分析结果与南京市城市防洪规划中结论相近，表明方法合理可行，可为其他地区暴雨潮位组合计算提供参考。

### 参考文献：

- [1] 符锐, 罗龙洪, 刘俊, 等. SWMM 模型在城市排水防涝系统能力评估中的应用[J]. 中国农村水利水电, 2015, 389(3): 103-105, 109. (FU Rui, LUO Longhong, LIU Jun, et al. The application of the drains system capability assessment based on SWMM[J]. China Rural Water and Hydropower, 2015, 389(3): 103-105, 109. (in Chinese))
- [2] 芮孝芳, 陈浩云. 感潮河段设计洪水位的推求[J]. 水利水电技术, 1995(11): 39-42. (RUI Xiaofang, CHEN Haoyun. The calculation of design flood level in tidal river[J]. Water Resources and Hydropower Engineering, 1995(11): 39-42. (in Chinese))
- [3] AGHAKOUCHAK A, CIACH G, HABIB E. Estimation of tail dependence coefficient in rainfall accumulation fields[J]. Advances in Water Resources, 2010, 33(9): 1142-1149.
- [4] GRIMALDI S, SERINALDI F. Asymmetric Copula in multi-variate flood frequency analysis[J]. Advances in Water Resources, 2006, 29(8): 1155-1167.
- [5] ZHANG L, SINGH V P. Bivariate flood frequency analysis using the copula method[J]. Journal of Hydrologic Engineering, 2006, 11(2): 150-164.
- [6] 郭生练, 闫宝伟, 肖义, 等. Copula 函数在多变量水文分析计算中的应用及研究进展[J]. 水文, 2008, 165(3): 1-7. (GUO Shenglian, YAN Baowei, XIAO Yi, et al. Multivariate hydrological analysis and estimation[J]. Journal of China Hydrology, 2008, 165(3): 1-7. (in Chinese))
- [7] 宋松柏, 蔡焕杰, 金菊良, 等. Copula 函数及其在水文中的应用[M]. 北京: 科学出版社, 2012: 87-89.
- [8] 张翔, 冉启香, 夏军, 等. 基于 Copula 函数的水量水质联合分布函数[J]. 水利学报, 2011, 415(4): 483-489. (ZHANG Xiang, RAN Qixiang, XIA Jun, et al. Jointed distribution function of water quality and water quantity based on Copula[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2011, 415(4): 483-489. (in Chinese))
- [9] 侯芸芸, 宋松柏, 赵丽娜, 等. 基于 Copula 函数的 3 变量洪水频率研究[J]. 西北农林科技大学学报(自然科学版), 2010, 233(2): 219-228. (HOU Yunyun, SONG Songbai, ZHAO Lina, et al. Research of trivariate flood frequency based on

- Copula function[J]. Journal of Northwest A&F University (Nature Sciences), 2010, 233(2): 219-228. (in Chinese))
- [10] 张娜,郭生练,闫宝伟,等. Copula 函数在分期设计洪水中的应用研究[J]. 水文,2008,167(5):28-32. (ZHANG Na, GOU Shenglian, YAN Baowei, et al. Seasonal design flood based on Copula function[J]. Journal of China Hydrology, 2008, 167(5):28-32. (in Chinese))
- [11] 刘曾美,陈子荣. 区间暴雨和外江洪水位遭遇组合的风险[J]. 水科学进展,2009, 92(5):619-625. (LIU Zengmei, CHEN Zisheng. Risk study of the bivariate encounter of interzone rainstorm and flood level of the outer river[J]. Advances in Water Science, 2009, 92(5): 619-625. (in Chinese))
- [12] 武传号,黄国如,吴思远. 基于 Copula 函数的广州市短历时暴雨与潮位组合风险分析[J]. 水力发电学报,2014,145(2): 33-40. (WU Chuanhao, HUANG Guoru, WU Siyuan. Risk analysis of combinations of short duration rainstorm and tidal level in Guangzhou based on Copula function[J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2014, 145(2):33-40. (in Chinese))
- [13] 郭财秀,李国芳,郑玲玉,等. 长江感潮河段洪潮遭遇组合概率分析[J]. 水电能源科学,2015,184(12):51-54. (GUO Xiucui, LI Guofang, ZHEN Lingyu, et al. Risk probability study on Encounter of flood and tide in tidal reach of the Yangtze River [J]. Water Resources and Power,2015, 184(12):51-54. (in Chinese))
- [14] 陆桂华,张亚洲,肖恒,等. 气候变化背景下蚌埠市暴雨与淮河上游洪水遭遇概率分析[J]. 气候变化研究进展,2015,59(1):31-37. (LU Guihua, ZHANG Yazhou, Xiao Heng, et al. Coincidence probability of urban rainstorm in Bengbu and flood in the upper reaches of Huaihe River under climate change [J]. Advance in Climate Change Research, 2015, 59(1):31-37. (in Chinese))
- [15] 冯平,李新. 基于 Copula 函数的非一致性洪水峰量联合分析[J]. 水利学报,2013,445(10):1137-1147. (FENG Ping, LI Xin. Bivariate frequency analysis of non-stationary flood time series based on Copula methods [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2013, 445(10):1137-1147. (in Chinese))
- [16] 张冬冬,鲁帆,严登华,等. 基于 Archimedean Copula 函数的洪水多要素联合概率分布研究[J]. 中国农村水利水电, 2015,387(1):68-74,79. (ZHANG Dongdong, LU Fan, YAN Denghua, et al. Research on multi-dimendional joint distribution of flood characteristics based on Archmedean Copula [J]. China Rural Water and Hydropower, 2015, 387(1):68-74 + 79. (in Chinese))
- [17] 郭爱军,黄强,畅建霞,等. 基于 Copula 函数的泾河流域水沙关系演变特征分析[J]. 自然资源学报,2015,30(4):673-683. (GUO Aijun, HUANG Qiang, CHANG Jiangxia, et al. Variation of relationship between runoff and sediment based on Copula Function in the Jinghe River Basin [J]. Journal of Natural Resources, 2015, 30(4):673-683. (in Chinese))
- [18] 闫宝伟,郭生练,郭靖,等. 基于 Copula 函数的设计洪水地区组成研究[J]. 水力发电学报,2010,125(6):60-65. (YAN Baowei, GUO Shenglian, GUO Jing, et al. Regional design flood composition based on Copula function [J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2010, 125(6):60-65. (in Chinese))
- [19] 水利部长江水利委员会水文局. SL278—2002 水利水电工程水文计算规范[S]. 北京:水利水电出版社,2002.