

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2017.03.006

声子晶体导线的振动带隙特性

张子明,柯一丹,韩林,张研

(河海大学力学与材料学院,江苏南京 210098)

摘要:为了解决超、特高压输电线路的舞动问题,提出了一种由导线、间隔棒、弹簧振子组成的声子晶体导线。基于导线的振动微分方程与 Bloch 理论,建立了计算声子晶体导线振动带结构的传递矩阵法,进而通过计算发现声子晶体导线在舞动常发的频率范围内具有局域共振型带隙特性。为了验证该带隙特性,以四分裂导线为例,应用有限元法计算了有限周期声子晶体导线的振幅和频率响应特性。结果表明,在带隙的频率范围内导线振动响应具有明显衰减,为输电线路减振防舞提供一种新思路。

关键词:导线舞动;声子晶体;弹簧振子;带隙;数值计算

中图分类号: O422 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-1980(2017)03-0224-06

Vibration band gap characteristics of phononic crystal conductor

ZHANG Ziming, KE Yidan, HAN Lin, ZHANG Yan

(College of Mechanics and Materials, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: In order to solve the problem of conductor galloping on ultra-high-voltage transmission lines, a kind of phononic crystal conductor which consists of a conductor, spacers, and spring oscillators is proposed. Based on the vibration differential equation of the conductor and Bloch theory, the transfer matrix method is established to calculate the vibration band structure of the phononic crystal conductor. The calculated results show that the phononic crystal conductor exhibits local resonance band gap characteristics in the frequency range of conductor galloping. In order to verify the band gap characteristics of the phononic crystals conductor, using a four-divided conductor as an example, the finite element method is employed to calculate the amplitude and frequency responses of the finite periodic phononic crystal conductor. The results show that remarkable vibration attenuation of the conductor occurs in the frequency range of band gaps, which may provide a new idea for vibration control of conductor galloping on transmission lines.

Key words: conductor galloping; phononic crystal; spring oscillator; band gap; numerical calculation

我国是架空输电线路舞动多发的国家。近年来,架空输电线路向着大截面、多分裂的方向发展,线路舞动事故更趋频繁,严重威胁电网的安全稳定运行^[1]。如何解决该问题成为人们关注的焦点,国内外学者已提出了多种防治导线舞动的技术和方法。例如,基于 Nigol O 扭转舞动理论的失谐摆^[2]、基于 Den Hartog 垂直舞动理论的压重防舞器^[3]、考虑失谐和增加扭转阻尼的失谐扭转阻尼器防舞器^[4]以及通过扰乱沿档气流,减小升力系数以破坏起舞条件的扰流防舞器^[5]等。然而 Den Hartog 垂直舞动理论和 Nigol O 扭转舞动理论只能解释某些特定的舞动现象,因此基于这 2 种理论的防舞器并不适用于所有的舞动情况;而扰流防舞器效果有限,且造价较高。故目前存在的防舞措施应用均受限制,仍有待改进。

目前,在抑制弹性波与振动方面,一类周期性材料或结构引起了人们的巨大关注。这类材料或结构

收稿日期: 2016-10-16

基金项目: 国家自然科学基金(51608173,51579088);江苏省自然科学基金(BK20150796)

作者简介: 张子明(1951—),男,江苏姜堰人,教授,主要从事输变电工程力学和混凝土结构施工仿真研究。E-mail: ziming@hhu.edu.cn

通信作者: 韩林(1984—),讲师。E-mail: hanlin@hhu.edu.cn

被称为声子晶体^[6],其概念于1993年由Kushwha第一次提出以后,人们对这种可以控制和消除振动的人工材料表现出极大的研究兴趣^[7]。其关键特性即存在弹性波带隙,并可抑制带隙频率范围内的弹性波与振动,因此,声子晶体在减振降噪等领域具有广阔的应用前景^[8-9]。声子晶体概念无疑为抑制输电线路舞动提供了新思路。基于此,本文将把声子晶体概念引入导线防舞动研究中,探讨该理念的可行性。

声子晶体带隙的产生机理可分为布拉格散射和局域共振^[10-11]两类。布拉格散射带隙主要由结构周期性决定,其强调周期结构对波的影响。该机理所产生带隙的最低频率范围与晶格常数有关,最低带隙频率对应的弹性波波长与晶格常数为同一数量级,即产生频率越低的带隙就要构造尺寸越大的结构^[6],这无疑限制了声子晶体设备在低频范围的应用。局域共振机理的发现改变了这种局面^[12],与布拉格散射机理不同,局域共振带隙的产生取决于单个散射体的局域共振特性,其主要强调单个原胞的运动模式,通过构造原胞中的共振体系,使之可等效为弹簧质量系统,即可实现低频带隙,实现小尺寸控制大波长^[13]。

不论研究关注的是布拉格散射型声子晶体还是局域共振型声子晶体,一般均是先设法构造出能够产生带隙的材料或结构,再通过改变晶格类型、材料参数、散射体形状、填充率等,总结带隙的变化规律,得到获得更宽带隙的方法^[14-15]。局域共振机理使得低频带隙的产生不需要大尺寸结构,对抑制输电线路舞动具有重要的理论意义和巨大的应用前景。因此,考虑输电线路舞动的频率范围^[16]集中于0.1~0.75 Hz,再通过设计,使带隙范围覆盖该频率范围的部分甚至全部,即可有效抑制线路舞动发生。由于导线舞动频率极低,故易于低频发生的局域共振带隙是抑制导线舞动的可能途径。

本文将在现有的输电导线及其间隔棒的基础上,提出等间距布置间隔棒的措施,并在间隔棒上增设弹簧振子,基于局域共振机理和振动方程,推导传递矩阵法并计算得到声子晶体导线的振动带隙;再通过有限元软件计算弹簧振子声子晶体导线模型,得到简谐荷载作用下的稳态响应,以验证有限周期结构对振动传输特性的影响。

1 结构模型

声子晶体导线为周期结构,一般由细直导线和等间距连接间隔棒附加弹簧振子构成。图1是简化后的声子晶体导线模型,其中每个间隔棒的质量为 M ,弹簧振子的弹簧系数为 k 、质量为 M^* ,不考虑阻尼,导线两端水平张力为 T ,相邻弹簧振子之间的间距为 a ,也称为该周期结构的晶格常数。以导线其中一端为原点建立坐标轴,则第 n 个间隔棒位置坐标为 x_n ,其位移振幅为 $y(x_n)$,对应弹簧振子位移为 w_n 。

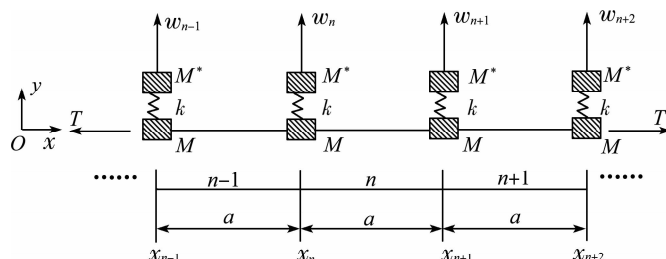


图1 声子晶体导线理论模型

Fig. 1 Theoretical model of phononic crystal conductor

2 带隙计算方法

弹性波在声子晶体中传播时,可能会选择频率,即只有某些频率的弹性波可以传播,反之则不可。声子晶体的研究方法借鉴了固体能带理论,因此,一般也将频散关系称作能带结构。在频散曲线上,每组波矢和频率都对对应着一种平面波,表示弹性波在介质中的一种传播模式。而对于无法传播的波,没有波矢与频率对应,因此,频散曲线在这些区域是断开的,形成了所谓的弹性波带隙。存在弹性波带隙是声子晶体的标志性特征。

声子晶体带隙研究依赖于其计算方法。声子晶体频散关系的计算方法主要有传递矩阵法^[6]、平面波展开法、集中质量法和有限元法^[7]等。其中,平面波展开法、集中质量法、有限元法为数值方法,其计算结果的精确程度取决于平面波数的选择和离散程度^[13]。传递矩阵法区别于另外2种方法的是它可以获得解析关系式,在一维声子晶体频散关系计算中具有一定的优势,是计算各种一维频散关系的首选方法^[6]。本文即采用传递矩阵法计算声子晶体导线的频散关系。

假定导线为张紧的细弦,受恒定张力和自重作用。导线自重沿轴向均匀分布,单位长度质量为 m ,导

线的水平张力为 T 。考虑图 2(图中 T_1 与 T'_1 均为导线张力的切向分量)所示导线微分段的运动,应用达朗贝尔原理,可得到导线运动的微分方程^[17]为

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 y(x,t)}{t^2} \quad (1)$$

其中

$$V = \sqrt{\frac{T}{m}}$$

式中: $y(x,t)$ ——导线的位移; x ——位置坐标; t ——时间; V ——波沿导线传播的速度。

设位移 $y(x,t) = y(x)\exp(i\omega t)$, ω 为振动角频率, $y(x)$ 为位移振幅。得到导线振动的位移振幅 $y(x)$ 和斜率 $y'(x)$ 为

$$y(x,t) = \exp(i\omega t) [A\cos(\alpha x) + B\sin(\alpha x)] \quad (2)$$

$$y'(x,t) = \exp(i\omega t) [-A\alpha\sin(\alpha x) + B\alpha\cos(\alpha x)] \quad (3)$$

其中

$$\alpha = \frac{\omega}{V}$$

式中: A 、 B ——待定参数,可以根据边界条件确定。

声子晶体导线为周期结构,由于单个周期内导线的长度远远大于截面尺寸和间隔棒及弹簧振子的尺寸,则单个周期内的导线运动的微分方程仍然可以用式(1)表示。如图 1 所示,根据式(2)和式(3),第 n 段与第 $n+1$ 段导线的振动位移可以表示为

$$y(x'_n, t) = \exp(i\omega t) [A_n \cos(\alpha x'_n) + B_n \sin(\alpha x'_n)] \quad (4)$$

$$y(x'_{n+1}, t) = \exp(i\omega t) [A_{n+1} \cos(\alpha x'_{n+1}) + B_{n+1} \sin(\alpha x'_{n+1})] \quad (5)$$

其中

$$x'_n = x - x_{n-1}$$

式中: x'_n ——第 n 段导线的局部坐标; A_n 、 B_n ——第 n 段导线解答中的待定参数。

设 $x = x_{n+1}$ 处弹簧振子 $n+1$ 的振幅为 C_{n+1} , 则弹簧振子 $n+1$ 的位移 $w_{n+1} = C_{n+1} \exp(i\omega t)$ 。再考虑 $x = x_{n+1}$ 处, 满足位移协调条件和平衡条件,可以得到如下关系式:

$$\mathbf{K} \boldsymbol{\psi}_{n+1} = \mathbf{H} \boldsymbol{\psi}_n \quad (6)$$

其中

$$\boldsymbol{\psi}_{n+1} = [A_{n+1}, B_{n+1}] \quad \boldsymbol{\psi}_n = [A_n, B_n] \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ F & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha a) & \sin(\alpha a) \\ -\sin(\alpha a) & \cos(\alpha a) \end{bmatrix} \quad F = \frac{\omega^2}{T\alpha} \left[M + \frac{M^*}{(1 - \omega^2 M^*/k)} \right]$$

由于结构的周期性,矢量 $\boldsymbol{\psi}_n$ 满足 Bloch 定理^[8],即

$$[\mathbf{T} - \exp(iqa)\mathbf{I}] \boldsymbol{\psi}_n = 0 \quad (7)$$

$$\text{其中 } \mathbf{T} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha a) & \sin(\alpha a) \\ -F\cos(\alpha a) - \sin(\alpha a) & -F\sin(\alpha a) + \cos(\alpha a) \end{bmatrix}$$

式中: $\mathbf{I}$ ——单位矩阵; q ——波数。

令 $\lambda = \exp(ika)$, 则求解式(7)的矩阵特征值问题得到 $|\mathbf{T} - \lambda\mathbf{I}| = 0$, 展开行列式后,得到

$$\lambda^2 + [F\sin(\alpha a) - 2\cos(\alpha a)]\lambda + 1 = 0 \quad (8)$$

对于给定的频率 ω , 可以从传递矩阵 $\mathbf{T}$ 得到特征值,再转化为波数,从而得到无限周期结构的能带结构。在某些频率范围内,若无法求得与之对应的波数 q 的实数值,则这些频率范围内的弹性波将不存在稳定的传

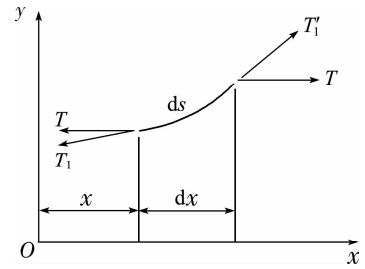


图2 导线弦振动
Fig. 2 Vibration of conductor string

播形式,舞动即被抑制,这些频率范围为带隙。

3 声子晶体导线的带隙特性分析

3.1 带隙特性分析

根据局域共振声子晶体带隙的特征,即弹簧振子的共振频率决定了带隙的下界。因此,要产生一定频率范围的带隙,消除导线在该频率范围内的舞动,必须使弹簧振子的自振频率与该目标带隙的频率相符。通过调整导线弹簧振子的自振频率,使其与无弹簧振子导线的自振频率保持一致,可使导线在原自振频率附近产生带隙。根据无弹簧振子导线的振动特性,可计算出它的前1阶自振频率、前2阶自振频率、前3阶自振频率,依次为0.198 Hz、0.396 Hz、0.594 Hz。

以四分裂导线为例,假设间隔棒在单根导线上的质量为0.5 kg,导线张力大小为16 kN,间隔棒之间的距离 a 分别设为1 m、5 m、30 m,在间隔棒上安装弹簧振子,弹簧振子的弹簧系数为1.546 N/m,弹簧振子的质量均为1 kg;导线单位长度质量取1.133 kg/m,弹性形模量取73 GPa,泊松比取0.3,横截面面积450 mm²。利用传递矩阵法,由式(8)计算得到声子晶体导线的频散曲线,如图3所示。由于导线因风荷载等因素发生舞动,频率集中于0.1~0.75 Hz,故选取弹簧振子导线的振动频率范围为0~0.75 Hz进行研究。从图3可以看出,弹簧振子导线在第1阶自振频率0.198 Hz附近产生了一条局域共振型带隙,带隙范围与一般舞动频率相符。随着间隔棒之间距离的增加,声子晶体导线的晶格常数和各个弹簧振子的相对位置虽发生了变化,但散射体共振的结构并没有变化,且该带隙的下边界是固定不变的。这正是局域共振型声子晶体带隙的基本特征,即弹簧振子的共振频率决定了带隙的下界。另外,随着晶格常数增大,带隙宽度在减小,如图4所示。理论上,这条带隙范围内的弹性波在弹簧振子导线结构的传播将会受到抑制,这将通过对比传输特性来验证。

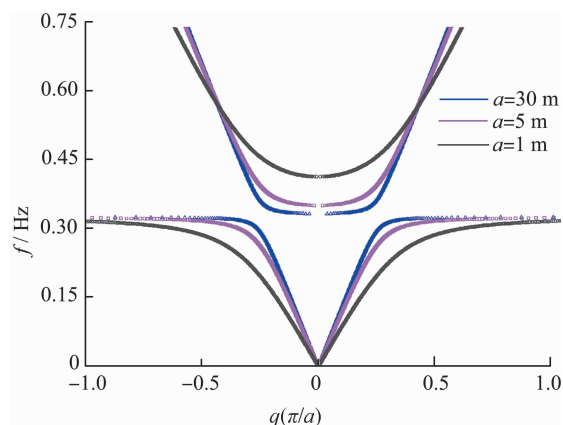


图3 声子晶体频散曲线
Fig.3 Frequency dispersion curve of phononic crystal conductor

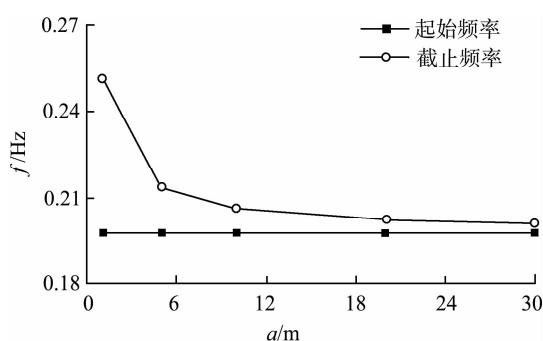


图4 晶格常数对声子晶体导线带隙的影响
Fig.4 Influence of lattice constant on band gap of phononic crystal conductor

3.2 传输特性分析

无限周期结构声子晶体的带隙范围内有完美的弹性波屏蔽效果,即使较小的衰减效应也可以通过不断累积而实现弹性波的消除。而实际应用中,只能取用有限周期结构,这使得频散曲线中带隙频率范围内的某些弹性波可能无法衰减至一定程度,而仍然透过有限结构。因此,对于有限周期声子晶体,只用频散曲线作为参考还不够,需要有能反映有限结构中弹性波传输特性的指标和数据。

结构传输特性的常用指标一般为振动理论中的传递率和振级落差等,反映了激励与响应之间的关系,都与频率响应曲线有关。频率响应函数反映了结构对激励的传递能力^[18],是解决实际复杂有限周期声子晶体问题的有力工具。在声子晶体研究中常用的一种频率响应函数是幅频响应函数。通过在有限周期声子晶体的某处施加单位幅度简谐激励,并使信号频率缓慢连续或步进变化,从低到高扫过所关心的频率范围,在另一处可获得稳定响应。再经过 Fourier 变换和相应运算即可得到响应拾取处的幅频响应函数。根据声子晶体的带隙特性,有限周期结构的幅频响应函数应当在带隙频率范围对应的区域内有

明显下降。该下降程度表示弹性波的衰减程度。幅频响应分析可以进行实验,也可以进行软件计算,如各种有限元软件 Ansys、Nastran 及 Comsol 等,在计算声学、振动等问题上已经相当成熟。

对有限周期声子晶体导线振动传输特性的计算采用 Ansys 软件实现。取相同的材料参数,导线长度为 300 m,相关参数均设定为之前带隙特性计算的参数。导线用 LINK10 单元,弹簧用 COMBIN14 单元,导线上的间隔棒和弹簧振子用质量单元 MASS21。图 5 给出了周期声子晶体导线振动传输特性仿真示意图,导线施加预应力后,在激励处加上垂直导线的荷载激励,使得振动沿导线长度方向传播,计算得到另一端的传输响应,输出响应的频率与初始激励信号的频谱相比即可得到导线的振动传输特性。

以图 5 中模型为例,计算导线的振动频率响应函数曲线,可见图 6 中存在一个振动衰减区,范围频率为 0.196 ~ 0.207 Hz,与图 3 中无限周期条件下计算得到的带隙范围基本一致,只要风荷载等激励引起的导线振动频率在带隙范围,就能抑制导线舞动。

从声子晶体导线的传输特性曲线(图 6)可以看出,弹簧振子导线在带隙频率范围内具有减振的效果。因此,可以验证通过控制导线与弹簧振子系统的结构参数,使声子晶体导线带隙区域包含其易发生舞动的频率范围,从而抑制导线振动。

4 结 语

研究声子晶体导线的振动带隙特性,从导线振动方程出发,采用传递矩阵法计算得到无限周期弹簧振子声子晶体导线的振动带隙,并建立了该系统的有限元模型,计算了导线在简谐荷载作用时的稳态响应。

无限周期弹簧振子结构中存在局域共振型带隙,它是由导线加入弹簧振子引起的,并与其有限周期结构的振动传输特性互相对应,即振动在带隙内传播会得到有效抑制。该特性可被用于输电线路防舞方法中,为输电线路安全运行提供保障。

随着晶格常数的减小,声子晶体导线中的局域共振型带隙宽度反而增大。在舞动频率范围内获取较宽的带隙,可选择适当的晶格常数,用于输电线路防舞应用中。

本文选取频率与导线的第 1 阶自振频率保持一致的弹簧振子,从而使声子晶体导线中产生一条在第 1 阶自振频率范围附近的局域共振带隙。其带隙可通过选取适当的弹簧振子质量和弹簧劲度系数、晶格常数,从而调节带隙位置。这些研究对输电线路减振防舞领域中具有重要的理论参考价值。

参考文献:

- [1] 朱宽军,刘超群,任西春. 架空输电线路舞动时导线动态张力分析[J]. 中国电力, 2005, 38(10): 40-44. (ZHU Kuanjun, LIU Chaoqun, REN Xichun. Analysis on dynamic tension of conductor under transmission line galloping[J]. Electric Power, 2005, 38(10): 40-44. (in Chinese))
- [2] 胡茂森,胡基才,巫世晶,等. 导线悬挂点高差对覆冰导线舞动及失谐摆防舞的影响[J]. 水电能源科学, 2015, 33(12): 176-180. (HU Maosen, HU Jicai, WU Shijing, et al. Influence height difference of conductor hanging points on galloping and detuning pendulum [J]. Water Resources and Power, 2015, 33(12): 176-180. (in Chinese))
- [3] 肖晓晖. 压重防舞器配置方案有效性的仿真计算[J]. 电力建设, 1998, 19(6): 25-28. (XIAO Xiaohui. Emulating calculation for effectiveness of arrangement plan of weighting galloping proof device [J]. Electric Power Construction, 1998, 19(6): 25-28. (in Chinese))
- [4] KEUTGEN R, LILIEN J L. A new damper to solve galloping on bundled lines [J]. Theoretical Background, Laboratory and

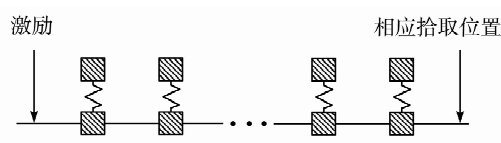


图 5 加载与响应拾取位置示意图
Fig. 5 Locations of load and detection points of response

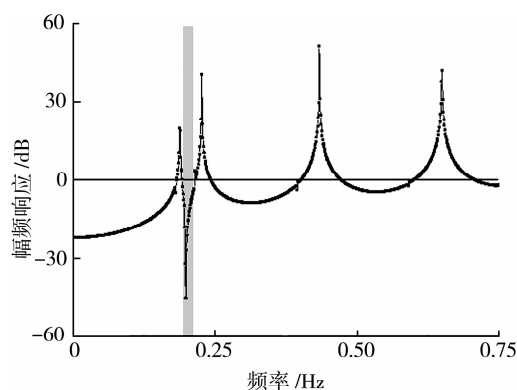


图 6 声子晶体导线传输特性曲线
Fig. 6 Transmission characteristic curve of phononic crystal conductor

- Field Results, IEEE Transactions on Power Delivery, 1998, 13(1): 260-265.
- [5] 楼文娟, 孙珍茂, 许福友, 等. 输电导线抗流防舞器气动力特性风洞试验研究[J]. 浙江大学学报(工学版), 2011, 45(1): 93-98. (LOU Wenjuan, SUN Zhenmao, XU Fuyou, et al. Experimental study on aerodynamic characteristics of air flow spoiler [J]. Journal of Zhejiang University(Engineering Science), 2011, 45(1): 93-98. (in Chinese))
- [6] 韩林. 声子晶体格栅的能带结构计算方法与带隙特性研究[D]. 南京: 河海大学, 2014.
- [7] 贺静, 董傲. 求解声子晶体 Euler 梁弯曲振动能带结构的一种改进传递矩阵法[J]. 科学技术与工程, 2014, 14(5): 174-177, 182. (HE Jing, DONE Ao. An improved transfer matrix method for solving bending vibration band structure of phononic crystals composed of Euler beams [J]. Science Technology and Engineering, 2014, 14(5): 174-177, 182. (in Chinese))
- [8] ZHANG Yan, HAN Lin, LI Xiaomei. Regulating elastic bandgaps in two-dimensional lattice grid by periodical cut-off operations [J]. Physica Status Solidi, 2015, 253(3): 566-572.
- [9] 王刚. 声子晶体局域共振带隙机理及减振特性研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2005.
- [10] 温激鸿, 郁殿龙, 王刚, 等. 周期结构细直梁弯曲振动中的振动带隙[J]. 机械工程学报, 2005, 41(4): 1-6. (WEN Jihong, YU Dianlong, WANG Gang, et al. Elastic wave band gaps in flexural vibrations of straight beams [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(4): 1-6. (in Chinese))
- [11] 郁殿龙, 刘耀宗, 王刚, 等. 一维杆状结构声子晶体扭转振动带隙研究[J]. 振动与冲击, 2006, 25(1): 104-106. (YU Dianlong, LIU Yaozong, WANG Gang, et al. Research on torsional vibration band gaps of one dimensional phononic crystals composed of rod structures [J]. Journal of Vibration and Shock, 2006, 25(1): 104-106. (in Chinese))
- [12] LIU Z X, MAO Y, ZHU Y Y, et al. Locally resonant sonic materials[J]. Science, 2000, 289: 1734-1736.
- [13] 温熙森, 温激鸿, 郁殿龙, 等. 声子晶体[M]. 北京: 国防工业出版社, 2009.
- [14] YU D, LIU Y, WANG G, et al. Low frequency torsional vibration gaps in the shaft with locally resonant structures[J]. Physics Letters A, 2006, 348(3): 410-415.
- [15] KUANG W, HOU Z, LIU Y, et al. The band gaps of cubic phononic crystals with different shapes of scatterers[J]. Journal of Physics D: Applied Physics, 2006, 39(10): 2067-2071.
- [16] 张忠亭. 架空输电线路设计原理[M]. 北京: 中国电力出版社, 2010.
- [17] 陈才生, 李刚, 周继东, 等. 数学物理方程[M]. 北京: 科学出版社, 2009.
- [18] 段虎明, 秦树人, 李宁. 频率响应函数估计方法综述[J]. 振动与冲击, 2008, 27(5): 48-52. (DUAN Huming, QIN Shuren, LI Ning. Measurement methods review for frequency response function [J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(5): 48-52. (in Chinese))

· 简 讯 ·

河海大学成立国家级实验教学示范中心建设和运行管理委员会

根据《教育部办公厅关于印发〈国家级实验教学示范中心管理办法〉的通知》文件要求,河海大学成立由校领导牵头,教务、人事、财务、学科、实验室、资产等管理部门参加的国家级示范中心建设和运行管理委员会,负责落实示范中心条件保障、日常监督管理和年度考核工作,协调解决示范中心发展中的重大问题。同时成立力学、水利工程、水利学科专业国家级实验教学示范中心教学指导委员会,负责示范中心的人才培养目标、实验教学体系、重大教学改革项目、重大对外开放交流活动等。

河海大学现有力学、水利工程和水利学科三个国家级实验教学示范中心。示范中心建设和运行管理委员会、各中心教学指导委员会的成立,对促进河海大学国家级实验中心的建设与管理,加强示范中心人才培养,提高学生创新精神、实践精神和创新能力,提升河海大学实践育人质量等具有重要的意义。

(本刊编辑部供稿)