

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2018.02.011

准脆性岩石水力耦合不排水多尺度本构模型

朱其志,王岩岩,仇晶晶,赵伦洋,邵建富

(河海大学岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室,江苏 南京 210098)

摘要:以水-力耦合条件下准脆性岩石的损伤行为为研究对象,充分考虑材料的细观特征及其演化规律,结合 Mori-Tanaka 线性均匀化方法和不可逆热动力学理论建立了在不排水条件下水-力耦合损伤多尺度本构模型。基于小扰动假定,通过水-力耦合分析,推导了不排水常规三轴试验条件下多尺度模型的强度的解析表达式。通过模拟不同围压下砂岩的三轴压缩不排水试验,验证了模型的有效性,并分析了岩石在损伤演化过程中应力应变曲线和孔隙水压力的演化规律。

关键词:细观力学;脆性岩石;水力耦合模型;不排水条件

中图分类号:O33 文献标志码:A 文章编号:1000-1980(2018)02-0165-06

Multiscale hydro-mechanical constitutive model for quasi-brittle rocks under undrained condition

ZHU Qizhi, WANG Yanan, QIU Jingjing, ZHAO Lunyang, SHAO Jianfu
(Key Laboratory of Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering,
Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: For saturated quasi-brittle rocks containing randomly distributed microcracks, the interstitial water pressure has an important impact on the internal deformation and strength. Fully considering the microscopic characteristics and evolution of material, a multiscale damage constitutive model with the hydro-mechanical coupling under undrained condition was established to study the damage behaviors of quasi-brittle rocks. This model is based on the linear homogenization method of Mori-Tanaka and the irreversible thermodynamics theory. For the small perturbation, an analytical expression of the strength, suitable for the conventional triaxial test under undrained condition, was derived through the remarkable hydro-mechanical coupling analysis. The proposed multiscale model was finally applied to simulate a series of undrained triaxial compression tests of sandstone, where the laws of stress-strain curves and interstitial water pressure in the mechanical loading process were reasonably demonstrated.

Key words: micromechanics; brittle rocks; hydro-mechanical coupling model; undrained condition

近年来,岩石水力耦合特性的研究已成为国内外岩土工程领域关注的热点之一^[1-2],我国实施与规划中的深部资源开采、放射性废料地质深埋处置、油气开采等工程均涉及岩石水力耦合问题^[3]。由于岩体材料的复杂性(诱导各向异性、裂隙单边效应、体积膨胀现象等等)及其所赋存工程环境的不确定性,导致水力耦合问题成为一个极具挑战的科研课题,建立与岩石变形和破坏特征相符的本构模型是解决水-力耦合问题的有效途径之一。

岩石的水力耦合损伤模型大致可分为两类,即宏观唯像水力耦合本构模型^[4-9]和基于细观力学的多尺度水力耦合本构模型^[10-15]。在宏观唯像模型方面,Xie 等^[5]建立了多孔岩石材料弹塑性本构模型,并在模型中

基金项目: 国家自然科学基金(51679068);中央高校基本科研业务费专项(2016B20214);“111”计划项目(B13024)
作者简介: 朱其志(1979—),男,教授,博士,主要从事多尺度岩石力学本构理论与工程应用以及先进数值计算方法开发研究。E-mail: qizhi_zhu@163.com
引用本文: 朱其志,王岩岩,仇晶晶,等. 准脆性岩石水力耦合不排水多尺度本构模型[J]. 河海大学学报(自然科学版),2018,46(2):165-170. DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2018.02.011.

考虑了水岩相互作用的影响;Hoxha 等^[9]通过引入等效应力的概念,提出了针对 Callovo-Oxfordian 花岗岩在饱和情况下的本构模型。这类宏观模型因其数值实现的便利性,在岩体工程中得到了广泛应用。但是这类模型不能反映岩石材料在细观尺度下的物理力学性质,譬如材料由于加载衍生的各向异性、微裂纹张开-闭合的单边效应等。

目前,越来越多的研究者采用基于细观力学的本构模型来描述脆性岩石的损伤以及水力耦合特性。Dormieux 等^[14]运用严格的数学和力学推导,建立了充满饱和和液体的张开裂纹的宏观控制方程和特征单元体的自由能的表达式,为闭合摩擦裂纹自由能的推导奠定了基础。Xie 等^[13]从细观力学角度,将宏观应变分解成孔隙弱化下固体基质的弹性应变和微裂纹引起的塑性应变,推导出闭合摩擦裂纹的宏观自由能的表达式。朱其志等^[16]在 Mori-Tanaka 均匀化方法(MT 方法)和热动力学框架下,提出了一个模拟北山花岗岩非线性力学行为的损伤-摩擦耦合模型,并取得较好的模拟结果。此外,Zhu^[17]通过单侧损伤耦合分析和考虑连续性条件以及光滑性条件的基础上,分别推导出干燥岩石张开裂纹和闭合裂纹的强度。进而扩展到考虑孔隙水压力作用下的强度,并得到了干燥条件下和饱和条件下强度方程之间的关系。

笔者通过将朱其志等^[16]建立的各向同性摩擦-损伤耦合模型加以扩展,通过考虑孔隙水压力的影响,建立不排水条件下准脆性岩石细观损伤水-力耦合模型,并根据解析解进行模型验证。

1 水力耦合模型

1.1 细观力学水力耦合模型

除微裂纹外,岩石材料内部通常还存在对岩石基质起弱化作用的微孔洞。在各向同性假设下,岩石基质的弹性模量可表示为

$$C = 3kJ + 2\mu K \tag{1}$$

式中: J 、 K ——四阶张量; k 、 μ ——被弱化基质的体积压缩模量和剪切模量。

引入二阶对称单位张量 δ_{ij} ,则 J 、 K 的分量分别为

$$J_{ijkl} = \frac{\delta_{ij}\delta_{kl}}{3} \quad K_{ijkl} = \frac{\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}}{2} - J_{ijkl} \tag{2}$$

根据细观力学分析^[17],含闭合微裂纹的特征单元体的自由能表达式为

$$W = \frac{1}{2}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_c) : \boldsymbol{C} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_c) + \frac{1}{2}\boldsymbol{\varepsilon}_c : \boldsymbol{C}_b : \boldsymbol{\varepsilon}_c - p\tilde{\boldsymbol{B}} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_c) - p\boldsymbol{\delta} : \boldsymbol{\varepsilon}_c - \frac{1}{2}\tilde{N}p^2 \tag{3}$$

其中

$$\begin{aligned} \tilde{N} &= \frac{b_0 - \varphi_0}{k_s} & \tilde{\boldsymbol{B}} &= b_0\boldsymbol{\delta} & \boldsymbol{C}_b &= \frac{3k}{\eta_1 d}\boldsymbol{J} + \frac{2\mu}{\eta_2 d}\boldsymbol{K} \\ \eta_1 &= \frac{16}{9} \frac{1 - \nu^2}{1 - 2\nu} & \eta_2 &= \frac{32}{45} \frac{(1 - \nu)(5 - \nu)}{2 - \nu} \end{aligned}$$

式中: $\boldsymbol{\varepsilon}$ ——宏观应变; $\boldsymbol{\varepsilon}_c$ ——宏观非弹性应变; p ——孔隙水压力; b_0 ——固体基质中孔隙存在引起的比奥系数; k_s ——构成特征单元体骨架的材料体积压缩模量; φ_0 ——初始孔隙率; d ——标量损伤变量; ν ——基质的泊松比。

将与裂隙有关的非弹性应变分解为球应变和偏应变,分别用标量 β 和张量 $\boldsymbol{\Gamma}$ 表示裂隙剪胀程度和相对滑移程度,即

$$\boldsymbol{\varepsilon}_c = \boldsymbol{\Gamma} + \frac{1}{3}\beta\boldsymbol{\delta} \tag{4}$$

根据热力学理论,得到宏观应力应变关系及孔隙率的演化方程:

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial W}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = \boldsymbol{C} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_c) - p b_0 \boldsymbol{\delta} \tag{5}$$

$$\varphi - \varphi_0 = - \frac{\partial W}{\partial p} = p \frac{b_0 - \varphi_0}{k_s} + b_0 \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_c) + \text{tr}\boldsymbol{\varepsilon}_c \tag{6}$$

类似地,可以得到与非弹性应变 $\boldsymbol{\varepsilon}_c$ 关联的热动力学力,也即作用于裂隙的局部应力:

$$\boldsymbol{\sigma}_c = - \frac{\partial W}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_c} = \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{C}_b : \boldsymbol{\varepsilon}_c + p\boldsymbol{\delta} \tag{7}$$

将 σ_c 分解为球应力 $\sigma_{c,m}$ 和偏应力 s_c 两部分,即

$$s_c = K : \sigma_c = s - \frac{1}{\eta_2 d} 2\mu \Gamma \tag{8}$$

$$\sigma_{c,m} = \frac{\text{tr}\sigma_c}{3} = \sigma_m - \frac{1}{\eta_1 d} k\beta + p \tag{9}$$

式中: s ——宏观应力的偏应力; σ_m ——宏观应力的球应力。

采用广义库伦准则作为屈服函数来描述微裂纹面上摩擦引起的能量耗散,即

$$f_s = \|s_c\| + \eta\sigma_{c,m} \leq 0 \tag{10}$$

式中: η ——摩擦系数。

根据自由能表达式可建立基于应变能释放率的损伤准则^[17-18]:

$$f_d = \frac{1}{2\eta_1 d^2} k\beta^2 + \frac{1}{\eta_2 d^2} \mu \Gamma : \Gamma - R(d) \leq 0 \tag{11}$$

其中

$$R(d) = R(d_c) \frac{2\vartheta}{1 + \vartheta^2} \quad \vartheta = \frac{d}{d_c}$$

式中: $R(d)$ ——损伤抗力; d_c ——临界损伤值。

当 $\vartheta < 1$ 时,材料处于硬化阶段;当 $\vartheta = 1$ 时, $R(d)$ 达到最大值 $R(d_c)$,同时材料达到破坏强度; $\vartheta > 1$ 时,材料处于软化阶段。

1.2 不排水条件下水力耦合数值分析

根据 Coussy^[19] 的研究,得到孔隙水压力的变化值:

$$\dot{p} = M \left[-b_0 \text{tr}(\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}_c) + \frac{\dot{m}_f}{\rho_f} - \dot{\beta} \right] \tag{12}$$

其中

$$\frac{1}{M} = \widetilde{N} + \frac{\varphi}{k_f}$$

式中: $\dot{m}_f$ ——间隙流体的质量变化值; ρ_f ——间隙流体的密度; M ——与孔隙率有关的变量; k_f ——间隙流体的体积模量,常温条件下取 $k_f = 2\,200$ MPa。

在不排水三轴压缩试验中,由于没有间隙流体流入或流出,因此间隙流体的质量变化为 0,即 $\dot{m}_f = 0$ 。因此,式(12)可以简化为

$$\dot{p} = M [-b_0 \text{tr}(\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}_c) - \dot{\beta}] \tag{13}$$

采用相关联流动法则,并根据正交化法则确定非弹性应变和损伤的变化率:

$$\dot{\epsilon}_c = \lambda_c \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_c} = \lambda_c \left(V + \frac{1}{3} \eta \delta \right) \quad d = \lambda_d \tag{14}$$

其中

$$V = \frac{s_c}{\|s_c\|}$$

式中: V ——微裂纹摩擦滑动方向; λ_c ——非负塑性乘子; λ_d ——非负损伤乘子。

将式(14)与式(4)的率形式相比较可得

$$\dot{\Gamma} = \lambda_c V \quad \dot{\beta} = \lambda_c \eta \tag{15}$$

1.3 不排水条件水力耦合强度准则

对于常规三轴应力加载路径而言,在主应力空间中, $\sigma = [\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3]$, 并且假设 $\sigma_1 < \sigma_2 = \sigma_3$, 则偏应力可以表示为

$$s = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3} [2, -1, -1] \tag{16}$$

在常规三轴加载条件下,假设加载应力为单调的,则流动方向 V 保持不变,并可以用数学方法表示:

$$V = -\frac{1}{\sqrt{6}} [2, -1, -1] \tag{17}$$

因此可以定义损伤累积变量和塑性累积标量:

$$\Lambda_d = \int_{\varepsilon} \lambda_d \quad \Lambda_c = \int_{\varepsilon} \lambda_c \tag{18}$$

根据式(18)和式(15)可得

$$\boldsymbol{F} = \Lambda_c \boldsymbol{V} \quad \beta = \eta \Lambda_c \quad d = \Lambda_d \tag{19}$$

根据式(8)和式(9)可得

$$\|s_c\| = -\sqrt{\frac{2}{3}}(\sigma_1 - \sigma_3) - \frac{2\mu}{\eta_2} \frac{\Lambda_c}{d} \tag{20}$$

$$\sigma_{c,m} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_3) - \frac{1}{\eta_1 d} k \Lambda_c \eta + p \tag{21}$$

代入损伤准则式(11)得

$$f_d = \left(\frac{k\eta^2}{2\eta_1} + \frac{\mu}{\eta_2}\right) \left(\frac{\Lambda_c}{d}\right)^2 - R(d) \leq 0 \tag{22}$$

定义 $\chi = \frac{k\eta^2}{2\eta_1} + \frac{\mu}{\eta_2}$, 由式(22)可以得到

$$\frac{\Lambda_c}{d} = \sqrt{\frac{R(d)}{\chi}} \tag{23}$$

Coussy^[19]研究指出,在小扰动假定下 M 可以看成是一个与初始孔隙率 φ_0 有关的常数,而忽略孔隙率的变化值,则参数 M 具体表达式:

$$\frac{1}{M} = \frac{1}{k_s}(b_0 - \varphi_0) + \frac{\varphi_0}{k_f} \tag{24}$$

基于式(24),对式(13)积分可得

$$p = -\frac{b_0 M(\sigma_1 + 2\sigma_3)}{3(k + Mb_0^2)} - \frac{\beta M k}{k + Mb_0^2} + p_0 \tag{25}$$

令 $\kappa = \frac{M}{k + Mb_0^2}$, 式(25)可简化为

$$p = -\frac{b_0 \kappa}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_3) - \beta k \kappa + p_0 \tag{26}$$

将式(20)(21)(23)(26)代入式(10),并采用岩土力学中采用以压为正的符号约定,得到饱和岩石在不排水的条件下强度解析表达式:

$$f_s = \sigma_1 - \frac{\sqrt{6} - 2\eta(\kappa b_0 - 1)}{\sqrt{6} + \eta(b_0 \kappa - 1)} \sigma_3 + \frac{3\eta p_0 - 3\left(\frac{\eta^2 k \kappa d_c}{\chi} + 2\right) \sqrt{\chi R(d_c)}}{\sqrt{6} + \eta(b_0 \kappa - 1)} = 0 \tag{27}$$

2 模型验证

2.1 模型参数确定

本文提出的水力耦合模型共含有 8 个参数,其中被弱化的固体基质的弹性模量 E 、泊松比 ν 及初始孔隙率 φ_0 可通过常规试验求得。根据 Lockner^[20]研究, d_c 可通过声发射试验确定,为简化,取其为一常数。摩擦系数 η 和参数 $R(d_c)$ 可通过不排水条件下的解析解和常规三轴试验获得的强度包线确定(图 1)。根据 Hu 等^[21]研究,比奥系数 $b_0=0.8$ 。数值模拟采用的参数值为: $E=21\text{ GPa}$, $\nu=0.2$, $\eta=0.95$, $d_c=1.5$, $R(d_c)=0.032$, $k_f=2200\text{ MPa}$ 和 $\varphi_0=0.12$ 。

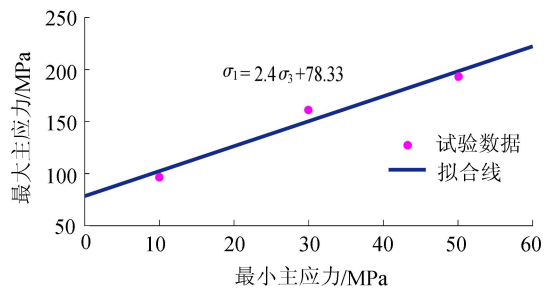


图 1 常规三轴试验强度包线

Fig.1 Strength envelope of the conventional triaxial compressions test

2.2 三轴压缩不排水试验数值模拟

利用提出的本构模型,对砂岩在围压 10 MPa、50 MPa,初始孔压力 $p_0 = 1$ MPa 条件下进行三轴不排水试验^[13]得到的应力-应变全过程曲线和孔隙水压力曲线进行数值模拟,结果如图 2 所示。从图 2 中可以看出:(a)模型比较准确地模拟了岩石的主要宏观力学性能,无论从轴向还是侧向的角度,应力-应变曲线峰前的弹性阶段和塑性阶段都得到了较为准确的描述。(b)孔隙水压力随着加载过程呈现先增大、后减小的趋势,这种趋势与体积应变从压缩到膨胀的过程有很好的一致性。微裂纹的扩展及其在裂纹表面的摩擦滑移影响着岩石的体积应变和改变了孔隙体积率,进而对水力耦合性能产生影响。

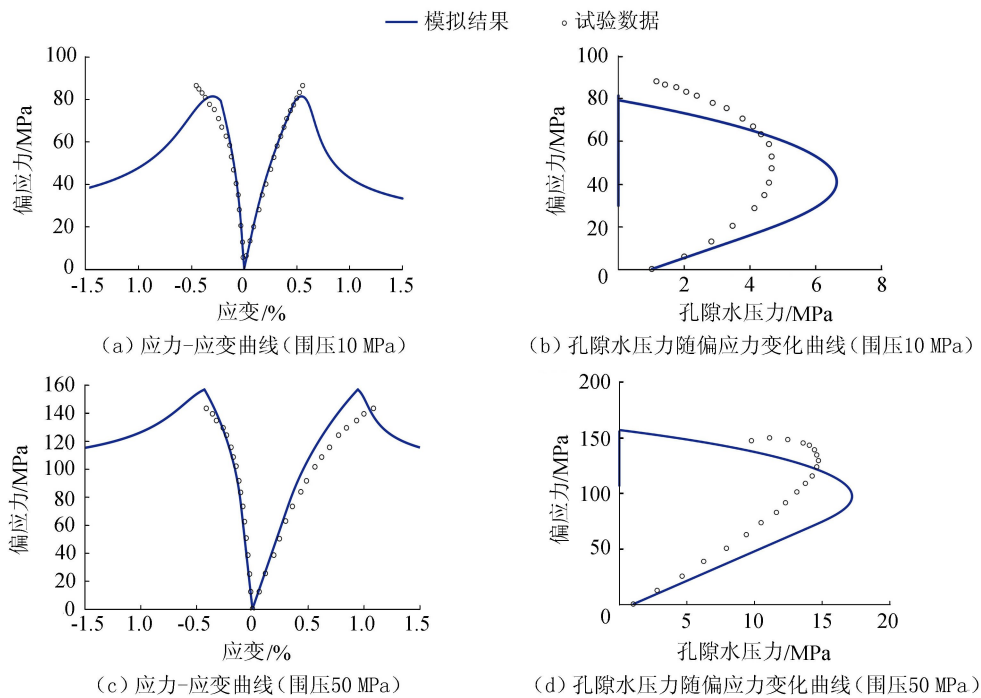


图 2 饱和砂岩不排水三轴压缩试验试验值和模拟值比较

Fig. 2 Comparisons between model predictions and experimental data in undrained compression tests

3 结 语

从细观力学分析角度出发,结合热动力学原理和均匀化方法,采用库伦型摩擦准则和基于应变能释放率的损伤准则建立了在不排水条件下水-力耦合损伤多尺度本构模型。需要指出地是,孔隙水压力通过有效应力的方式影响岩石力学性能。文中提出的细观水力耦合模型可以较好地描述脆性砂岩在不同围压下非线性应力-应变的关系、峰值强度等。在实际工程中,岩体材料往往处在复杂的地质物理环境中,可从各向异性、温度应力耦合等方面对模型加以扩展,并进行模型的二次开发和工程应用研究。

参考文献:

[1] 周辉,冯夏庭. 岩石应力-水力-化学耦合过程研究进展[J]. 岩石力学与工程学报, 2006,25(4): 855-864. (ZHOU Hui, FENG Xiating. Advances in coupled mechanical-hydro-chemical processes in rocks[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(4): 855-864. (in Chinese))

[2] 王苏生,徐卫亚,王伟,等. 岩石统计损伤本构模型与试验[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2017,45(5):464-470. (WANG Susheng, XU Weiya, WANG Wei, et al. The statistical damage constitutive model of rocks and its experiment[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2017,45(5):464-470. (in Chinese))

[3] 丁志文,董平川,李世银,等. 岩体分形离散裂隙网络系统中流体流动模拟研究进展[J]. 水利水电科技进展, 2016,36(2):87-94. (DING Zhiwen, DONG Pingchuan, LI Shiyin, et al. Review of fluid seepage simulation in rock fractal discrete fracture network system[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2016,36(2):87-94. (in Chinese))

[4] SHAO J F, JIA Y, KONDO D, et al. A coupled elastoplastic damage model for semi-brittle materials and extension to

- unsaturated conditions[J]. *Mechanics of Materials*, 2006, 38(3): 218-232.
- [5] XIE Shouyi, SHAO Jianfu. Elastoplastic deformation of a porous rock and water interaction[J]. *International Journal of Plasticity*, 2006, 22(12): 2195-2225.
- [6] SHAO J F, HOXHA D, BART M, et al. Modelling of induced anisotropic damage in granites[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 1999, 36(8): 1001-1012.
- [7] MALEKI K, POUYA A. Numerical simulation of damage; permeability relationship in brittle geomaterials[J]. *Computers and Geotechnics*, 2010, 37(5): 619-628.
- [8] ZOHDİ T I, KACHANOV M, SEVOSTIANOV I. On perfectly plastic flow in porous material[J]. *International Journal of Plasticity*, 2002, 18(12): 1649-1659.
- [9] HOXHA D, GIRAUD A, HOMAND F, et al. Saturated and unsaturated behavior modelling of Meuse-Haute-Marne argillite[J]. *International Journal of Plasticity*, 2007, 23(5): 733-766.
- [10] DORMIEUX L, KONDO D, ULM F. A micromechanical analysis of damage propagation in fluid-saturated cracked media[J]. *Comptes Rendus Mécanique*, 2006, 334(7): 440-446.
- [11] HU Dawei, ZHOU Hui, SHAO Jianfu. An anisotropic damage-plasticity model for saturated quasi-brittle materials[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2013, 37(12): 1691-1710.
- [12] CHENG H D. Material coefficients of isotropic poroelasticity[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 1997, 34(2): 199-205.
- [13] XIE Ni, ZHU Qizhi, SHAO Jianfu, et al. Micromechanical analysis of damage in saturated quasi brittle materials[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2012, 49(6): 919-928.
- [14] DORMIEUX L K D. Micromechanics of damage propagation in fluid-saturated cracked media[J]. *Revue Européenne de Génie Civil*, 2007, 11(7/8): 945-962.
- [15] SHAO Jianfu. Poroelastic behaviour of brittle rock materials with anisotropic damage[J]. *Mechanics of Materials*, 1998, 30(1): 41-53.
- [16] 朱其志, 刘海旭, 王伟. 北山花岗岩细观损伤力学本构模型研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2015, 34(3): 433-439. (ZHU Qizhi, LIU Haixu, WANG Wei, et al. A micromechanical constitutive damage model for beishan granite[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2015, 34(3): 433-439. (in Chinese))
- [17] ZHU Qizhi. Strength prediction of dry and saturated brittle rocks by unilateral damage-friction coupling analyses[J]. *Computers and Geotechnics*, 2016, 73: 16-23.
- [18] ZHAO L Y, ZHU Q Z, XU W Y, et al. A unified micromechanics-based damage model for instantaneous and time-dependent behaviors of brittle rocks[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2016, 84: 187-196.
- [19] COUSSY O. *Poromechanics*[M]. London: Jhon Wiley & Sons Ltd, 2004.
- [20] LOCKNER D A. A generalized law for brittle deformation of Westerly granite[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 1998, 103(B3): 5107-5123.
- [21] HU Dawei, ZHOU Hui, ZHANG Fa, et al. Evolution of poroelastic properties and permeability in damaged sandstone[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2010, 47(6): 962-973.

(收稿日期: 2017-11-14 编辑: 刘晓艳)