

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2018.04.004

用加速度方法分析隧洞的稳定性

介玉新¹,李伟瀚²,张彬²

(1. 清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室,北京 100084;
2. 中国地质大学(北京)工程技术学院,北京 100083)

摘要: 为了能够用统一的模式和评价标准计算地下隧洞的稳定性,将加速度计算的概念引入地下隧洞的稳定分析中,提出基于加速度计算的隧洞稳定分析方法。算例的计算结果与点安全系数有着相同的趋势,却又比点安全系数更适合反映隧洞围岩的整体稳定状态。通过绘制加速度和加速度系数等值线,可以清楚地了解隧洞围岩各部位的稳定情况及其空间分布特征。这种方法概念明确、思路简单、便于操作,而且与边坡稳定分析方法有相同的计算模式,从而解决了难以用常规方法处理的隧洞稳定性评价问题。

关键词: 地下隧洞;结构稳定分析;加速度;安全系数;蚁群算法

中图分类号: U45 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-1980(2018)04-0301-06

Stability analysis of tunnel using the acceleration method

JIE Yuxin¹, LI Weihang², ZHANG Bin²

(1. *State Key Laboratory of Hydrosience and Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China;*
2. *School of Engineering and Technology, China University of Geosciences, Beijing 100083, China*)

Abstract: For the underground tunnel, current stability analysis methods usually have such limitations as being empirical as well as having discrepancy in evaluation criteria. In order to calculate the stability of underground tunnels with unified models and evaluation criteria, the concept of acceleration calculation is introduced into the stability analysis of underground tunnels, and a tunnel stability analysis method based on it has been put forward. Example shows that the calculated results of acceleration have the same trend with those of the point safety factor, and the proposed method is more suitable to reflect the overall stability of tunnel surrounding rock than the point safety factor. Additionally, by drawing the contour of acceleration and acceleration factor, the stability of surrounding rock and its spatial distribution characteristics can be plainly illustrated. This explicit method can be easily achieved with a uniform mode and an evaluation criterion both for tunnel and slope, so as to solve the problem of tunnel stability evaluation which is usually difficult to be handled by traditional methods.

Key words: underground tunnel; stability analysis; acceleration; safety factor; ant colony algorithm

地下隧洞的稳定性对保证工程安全是很重要的,但其稳定分析方法却有所不足,难以像边坡那样用极限平衡法给出相应的安全系数和潜在破坏面。通常按洞周位移或围岩塑性区大小判断其稳定性,这样的方法也是一种经验性的判断,因为难以准确确定计算所得的位移或塑性区大小与围岩破坏之间的定量关系。文献[1]分析了常规方法的不足,建议用强度折减法得到的安全系数来判别地下隧洞的稳定性。基于强度折减法计算隧洞安全系数的算例很多,如文献[2-7];也可以利用加载系数或应力系数的方法计算隧洞的稳定

基金项目: “十三五”国家重点研发计划(2017YFC0404802,2017YFC0804602);国家自然科学基金(41790434)

作者简介: 介玉新(1970—),男,教授,博士,主要从事土工数值分析、基础工程、土工合成材料等方面的教学和科研工作。E-mail: jieyx@tsinghua.edu.cn

引用本文: 介玉新,李伟瀚,张彬. 用加速度方法分析隧洞的稳定性[J]. 河海大学学报(自然科学版),2018,46(4):301-306.
JIE Yuxin, LI Weihang, ZHANG Bin. Stability analysis of tunnel using the acceleration method[J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences),2018,46(4):301-306.

性^[8]。这种方法对数值计算方法和软件依赖性较高,而且不同的破坏标准会得到不同的安全系数。因为在接近破坏时,整体刚度矩阵的行列式接近于0,计算本身是不稳定、甚至是不可解的;另外一种方便的方法是计算点安全系数,如文献[9-11]。文献[12]计算的网格单元安全系数也属于点安全系数法。点安全系数小于1只是失稳的必要条件,而不是充分条件。比如,将水盛在金属容器中,对水来说其安全系数是极低的,但对整个结构来说则有极高的安全性。此时用水的点安全系数来评价整体的安全性就不合适。此外,利用块体理论,根据关键块体的受力分析也可以计算其安全系数^[13],这种方法与边坡工程中基于极限平衡法的安全系数计算理论最为接近,但它不具有普适性。鉴于此,有必要寻找一种具有普遍适用性,且与边坡稳定分析类似的地下隧洞稳定分析方法。

在边坡工程中,可以假定潜在滑动面,然后基于极限平衡法求解最小安全系数,用于评价边坡的稳定性。这是边坡工程稳定分析中普遍采用的经典方法。边坡稳定分析研究中,人们发现除了最小安全系数外,采用最大加速度也可以用来评价边坡的稳定性^[14-16]。通过绘制最小安全系数和最大加速度的等值线,还可以了解其空间分布特征^[17]。

对于边坡来说,安全系数是从静力平衡方面考察当前边坡与破坏失稳之间的距离,即其强度储备;加速度计算则是从运动学方面考察边坡当前状态与滑动状态之间的距离,即在运动加速度方面的储备。不同于安全系数,加速度具有明确的物理意义,因而用加速度进行稳定分析更具有普适性。理论上,对任何隔离体都可以计算加速度,并用于评价其稳定性。在这里,笔者把加速度计算的概念引入隧洞的稳定分析中,这种方法能够用相同的思路和评价标准来估计边坡和地下隧洞的稳定性,因而将是一种很有前途的方法。

1 计算算例

不失一般性,采用图1所示的圆形隧洞作为算例进行计算分析。
在深埋条件下,即埋深大于20倍洞径,并假设围岩为各向同性材料,可以得到该问题的应力状态理论解^[18]:

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{1}{2}(1 + \lambda)P_0\left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right) - \frac{1}{2}(1 - \lambda)P_0\left(1 - 4\frac{R^2}{r^2} + 3\frac{R^4}{r^4}\right)\cos 2\theta \\ \sigma_\theta = \frac{1}{2}(1 + \lambda)P_0\left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) + \frac{1}{2}(1 - \lambda)P_0\left(1 + 3\frac{R^4}{r^4}\right)\cos 2\theta \\ \tau_{r\theta} = \frac{1}{2}(1 - \lambda)P_0\left(1 + 2\frac{R^2}{r^2} - 3\frac{R^4}{r^4}\right)\sin 2\theta \end{cases} \quad (1)$$

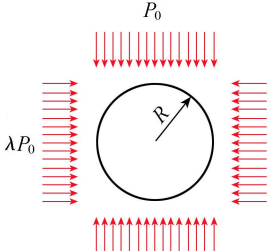


图1 地下隧洞计算断面
Fig.1 Calculation section of underground tunnel

式中: σ_r ——径向正应力; σ_θ ——环向正应力; $\tau_{r\theta}$ ——剪应力; λ ——侧应力系数; P_0 ——竖向地应力; R ——隧洞半径; r ——计算点到隧洞中心的距离; θ —— x 轴逆时针旋转至计算点的角度。

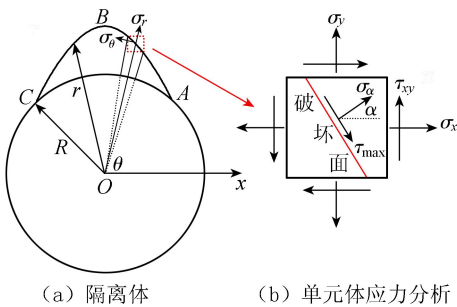
2 加速度计算方法

2.1 加速度计算简介

如图2所示,假定破坏面为 ABC 。取破坏面与弧 AC 围成的区域 $ABCA$ 为隔离体,以隧洞圆心 O 为中心,用射线对其进行剖分。利用式(1),可以分别计算出每个破坏条块上所受的力。

为计算简便,可以将式(1)中极坐标表示的应力转换为直角坐标,公式如下:

$$\begin{cases} \sigma_x = \sigma_r \cos^2 \theta + \sigma_\theta \sin^2 \theta - 2\tau_{r\theta} \sin \theta \cos \theta \\ \sigma_y = \sigma_r \sin^2 \theta + \sigma_\theta \cos^2 \theta + 2\tau_{r\theta} \sin \theta \cos \theta \\ \tau_{xy} = (\sigma_r - \sigma_\theta) \sin \theta \cos \theta + \tau_{r\theta} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \end{cases} \quad (2)$$



(a) 隔离体 (b) 单元体应力分析

式中: σ_x —— x 向正应力; σ_y —— y 向正应力; τ_{xy} ——直角坐标下的剪应力。

对于条块 i (图2),可以进一步计算出破坏面上的法向应力 σ_α 和切向应力 τ_α :

图2 加速度计算图解
Fig.2 Diagram of acceleration calculation

$$\begin{cases} \sigma_{\alpha} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha + \tau_{xy} \sin 2\alpha \\ \tau_{\alpha} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha - \tau_{xy} \cos 2\alpha \end{cases}$$

(3)

式中: α —— x 轴正方向逆时针转到破坏面法向的角度。

分析隔离体 $ABCA$ 的总的受力状态,可以得到

$$\mathbf{R} = \mathbf{W} + \mathbf{N} + \mathbf{T}$$

(4)

式中: $\mathbf{R}$ ——隔离体所受的合力; $\mathbf{W}$ ——隔离体所受的重力; $\mathbf{N}$ ——破坏面法向力的合力; $\mathbf{T}$ ——破坏面切向力的合力。显然,由于上述受力是在稳定状态下得到的,所以 $\mathbf{R}=0$ 。

仿照边坡的加速度计算^[14-16],将滑动面上的剪应力 τ_{α} 替换为对应的抗剪强度 τ_f :

$$\tau_f = c + \sigma_{\alpha} \tan \varphi$$

(5)

式中: c ——围岩的黏聚力; φ ——围岩的内摩擦角。

此时隔离体将可能不再处于平衡状态,而可能产生滑动,其滑动加速度 a 计算式如下:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{W} + \mathbf{N} + \mathbf{T}_f}{mg}$$

(6)

式中: m ——隔离体质量; g ——重力加速度; $\mathbf{T}_f$ ——破坏面 ABC 上切向力 τ_f 形成的合力。其中分母除以 $W(W=mg)$,是为了将加速度无量纲化。

由式(4)并考虑 $\mathbf{R}=0$,可以将式(6)简化为

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{W} + \mathbf{N} + \mathbf{T}_f}{W} = \frac{\mathbf{T}_f - \mathbf{T}}{W}$$

(7)

以加速度由隔离体质心指向隧洞方向为正,反之为负。显然,加速度为正值时隔离体处于失稳状态,而加速度为负值时隔离体处于稳定状态,其绝对值越大,隔离体越稳定。加速度的大小可作为判断隔离体稳定性的定量指标。

考虑到负数在应用中不太方便,进一步定义一个指标——加速度系数,其可表示为

$$I_a = e^{-a/k}$$

(8)

式中: I_a ——加速度系数; a ——加速度 $\mathbf{a}$ 的大小,即 $\mathbf{a}$ 的模; k ——根据计算结果任取的一个常数($k>0$)。

显然, $I_a=1$ 对应 $a=0$,隔离体处于极限平衡状态; $I_a<1$ 对应 $a>0$,隔离体失稳; $I_a>1$ 对应 $a<0$,隔离体处于稳定状态,且 I_a 越大隔离体越稳定。

2.2 最大加速度搜索方法

计算加速度时,破坏面是事先假定的,不同破坏面计算出的加速度不同。需要在计算域中进行搜索,以得到最大加速度(或最小加速度系数),它代表的是隧洞的稳定情况,所对应的破坏面就是临界破坏面,这里称为加速度临界破坏面。

最大加速度及加速度临界破坏面的搜索属于最优化问题。有很多算法可以求解这种问题。这里选择蚁群算法来求解^[19]。蚁群算法是一种模拟自然界中蚂蚁群体智能行为的仿生优化算法。虽然单个蚂蚁的智能很低,但蚁群却能相互协作,完成复杂的行为。根据这一特性,蚁群算法最初应用于求解城市旅行商问题(TSP),并展现了强大的路径搜索能力。笔者基于 MATLAB 编写蚁群算法程序,计算并搜索地下隧洞的最大加速度及其对应的破坏面。

首先将隧洞围岩以射线形式进行离散,共 n 条射线,每条射线上有 num 个点,如图 3 所示。将洞壁上的点(图 3)设为蚂蚁的出发点和结束点,蚂蚁从任一出发点出发,逆时针依次经过下一条射线上的任一离散点,当经过结束点时则完成该次游历,形成一个破坏面,计算其加速度。

蚂蚁进行游历时,禁止从出发点直接游历到结束点,即出发点和结束点之间至少有一个其他点。如果蚂蚁游历一周,即游历至出发点所在射线的前一条射线,仍然没有经过结束点,则自动将最后一个点连接至出发点,完成游历,形成破坏隔离体,计算其加速度。

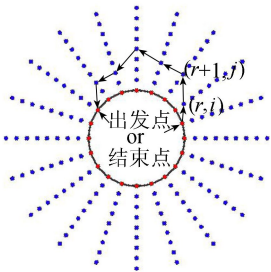


图 3 破坏面搜索图解
Fig.3 Diagram of failure surface searching

蚂蚁在运动过程中会在其经过的路径上留下信息素,后续的蚂蚁在遇到岔路选择路径时,会根据这种信息素的浓度按概率选择,路径上的信息素浓度越高,选择该路径的概率就越大。根据这种信息正反馈现象,按公式(9),使蚂蚁按概率选择下一个离散点:

$$P_{[(r,i),(r+1,j)]}^k = \frac{\tau_{[(r,i),(r+1,j)]}^s \eta_{[(r,i),(r+1,j)]}^q}{\sum_{j=1}^J \tau_{[(r,i),(r+1,j)]}^s \eta_{[(r,i),(r+1,j)]}^q}$$

(9)

式中: (r,i) ——当前所在的第 r 条射线上的第 i 个点; $(r+1,j)$ ——将要选择的第 $r+1$ 条射线上的第 j 个点; $p_{[(r,i),(r+1,j)]}^k$ ——第 k 只蚂蚁($k=1,2,\cdots,m$)从点 (r,i) 运动到点 $(r+1,j)$ 的概率(令蚁群的数量为 m); $\tau_{[(r,i),(r+1,j)]}$ ——点 (r,i) 到点 $(r+1,j)$ 这条路径上的信息素浓度; $\eta_{[(r,i),(r+1,j)]}$ ——点 (r,i) 到点 $(r+1,j)$ 这条路径上的信息素能见度; J ——射线上点数之和; s,q ——参数,反映 τ,η 的相对重要程度。

为了避免信息素浓度无限制地增长,掩盖信息素能见度的作用,令信息素浓度随着时间的推移逐渐减弱。当所有蚂蚁都完成一次游历后,即一个循环结束,对信息素进行更新:

$$\begin{cases} \tau_{[(r,i),(r+1,j)]}(t+1) = (1-\rho^*)\tau_{[(r,i),(r+1,j)]}(t) + \Delta\tau_{[(r,i),(r+1,j)]} \\ \Delta\tau_{[(r,i),(r+1,j)]}(t) = \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{[(r,i),(r+1,j)]}^k(t) \\ \Delta\tau_{[(r,i),(r+1,j)]}^k(t) = \begin{cases} Qe^{C/a^k} & \text{若第 } k \text{ 只蚂蚁在本次循环中经过 } (i,j) \\ 0 & \text{其他情况} \end{cases} \end{cases}$$

(10)

式中: ρ^* ——信息素挥发系数; $(1-\rho^*)$ ——信息素残留系数, $0\leq\rho^*<1$; $\Delta\tau_{[(r,i),(r+1,j)]}(t)$ ——第 t 次循环中路径 $[(r,i),(r+1,j)]$ 上的信息素增量,初始时刻 $\Delta\tau_{[(r,i),(r+1,j)]}(0)=0$; $\Delta\tau_{[(r,i),(r+1,j)]}^k(t)$ ——第 k 只蚂蚁在第 t 次循环中留在路径 $[(r,i),(r+1,j)]$ 上的信息素; Q ——信息素强度; C ——常数,控制加速度值对信息素浓度增量的影响程度; a^k ——第 k 只蚂蚁本次循环搜索的破坏面的加速度。

对于几何上不可能的破坏面不予计算,重新进行路线选取。

3 算例分析

针对图1的隧洞断面,取隧洞半径 $R=3\text{ m}$,侧应力系数 $\lambda=1$,埋深 $z=75\text{ m}$,竖向地应力取 $P_0=1\,500\text{ kPa}$,不考虑地下水对隧洞的影响。围岩密度 $\rho=1\,980\text{ kg/m}^3$,黏聚力 $c=1\,000\text{ kPa}$,内摩擦角 $\varphi=30^\circ$ 。

将隧洞围岩进行离散,离散点分布在24条射线上,每条射线上20个点,每个点相距0.5 m。用上述方法进行搜索,可以得到最大加速度 $a=-30.87$ (注意这里的加速度是除以重力加速度以后的无量纲数),对应的破坏面如图4所示。

仿照文献[17]的方法,可以绘制出加速度等值线。方法是针对计算域中的某个节点,搜索过该点的破坏面,将其最大的加速度赋值给该节点,就是过该点的可能最大加速度。每个节点都可以计算出这样的最大加速度,从而绘制出相应的等值线,如图5所示。

在该算例中没有考虑自重,并且侧应力系数 $\lambda=1$,因此该算例的应力状态和加速度等值线是中心对称的。各点的最大加速度只与该点到隧洞中心的距离有关。因此可以得到一条最大加速度 a 与点到隧洞中心距离 r 的曲线,如图6所示(其中 s 为离散点距隧洞周壁的距离)

由于最大加速度不够直观,取式(8)中 $k=20$,可以计算加速度系数 $I_a=e^{-a/20}$,如图7所示。为了便于比较,图7中给出了相应位置的点安全系数 F_s ,其中点安全系数按文献[11]的方法计算。

改变围岩参数,将距洞壁3~6 m范围内围岩的黏聚力降低为

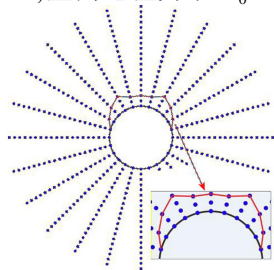


图4 具有最大加速度的破坏面形式
Fig. 4 Failure surface corresponding to the maximum acceleration

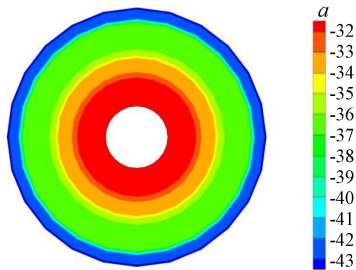


图5 隧洞围岩加速度等值线
Fig. 5 Contour of accelerations of surrounding rock

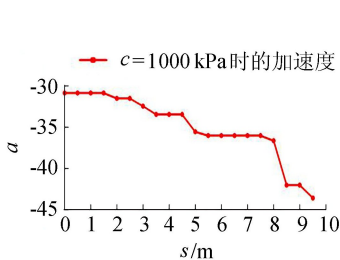


图 6 隧洞围岩加速度曲线

Fig. 6 Acceleration curve of surrounding rock

600 kPa,其他参数不变,可以得到相应的加速度与加速度系数曲线,见图 8。作为对比,也可以得到此时的点安全系数变化情况,见图 9。

由图 9 可以看出,在改变围岩局部区域内的抗剪强度时,点安全系数只在相应的位置发生改变,其他位置保持不变。然而实际上,对于破坏面切入这一区域的隔离体,它的稳定程度应该会受到影 响。点安全系数不能反映这种情况,但本文建议的加速度和加速度系数能够反映这种变化。从图 8 中可以看出,各点处的最大加速度值整体变大了,而加速度系数整体减小了,这是因为局部范围内围岩的黏聚力降低后影响了围岩整体的稳定性,具有最大加速的破坏面随之改变,经过了围岩强度降低的范围,因而最大加速度值变大,加速度系数减小。

4 结论与讨论

把加速度计算的概念引入地下隧洞的稳定分析中,据此提出了基于加速度计算的地下隧洞稳定分析方法。这种方法概念明确、思路简单、便于操作,而且能够用统一的模式计算边坡和隧洞的稳定性,从而解决了难以用常规方法处理的隧洞稳定性评价问题。通过绘制最大加速度等值线,可以得到隧洞围岩各部位的稳定情况,因而将会有很好的应用前景。针对简单算例的计算表明,这种方法避免了点安全系数不能代表隔离体真实稳定状态的问题,而且容易实现,方便推广到更一般的情况。

地下隧洞的结构形式多种多样,围岩应力状态和破坏形式也很复杂,除了剪切滑动破坏外,还有张拉破坏等,都需要专门处理。在搜索方法上,蚁群算法的效率还比较低,离散的点也影响破坏面的光滑性和计算精度,需要选用效率更高的优化方法以及更好的破坏面构造技术。所提出的方法还需要接受工程实例的验证。这是论文的不足之处,也是后续的研究方向。

参考文献:

[1] 郑颖人,邱陈瑜,张红,等. 关于土体隧洞围岩稳定性分析方法的探索[J]. 岩石力学与工程学报,2008,27(10): 1968-1980. (ZHENG Yingren, QIU Chenyu, ZHANG Hong, et al. Exploration of stability analysis methods for surrounding rocks of soil tunnel[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(10): 1968-1980. (in Chinese))

[2] 张红,郑颖人,杨臻,等. 黄土隧洞安全系数初探[J]. 地下空间与工程学报,2009,5(2): 297-306. (ZHANG Hong, ZHENG Yingren, YANG Zhen, et al. Exploration of safety factors of the loess tunnel[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2009, 5(2): 297-306. (in Chinese))

[3] 程选生,郑颖人. 地震作用下无衬砌直墙式黄土隧洞的围岩稳定性分析[J]. 煤炭学报,2010,35(10): 1615-1620.

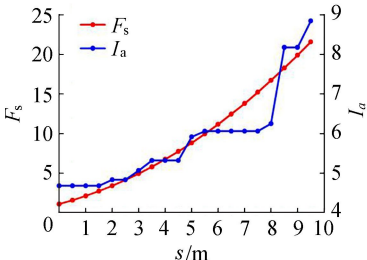


图 7 加速度系数与点安全系数曲线

Fig. 7 Acceleration factors and point safety factors

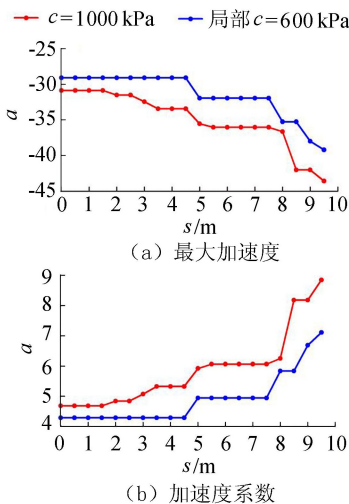


图 8 2 种工况下的加速度和加速度系数

Fig. 8 Acceleration and acceleration factors under two conditions

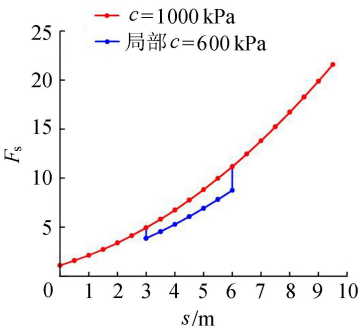


图 9 2 种工况下的点安全系数

Fig. 9 Point safety factors under two conditions

- (CHENG Xuansheng,ZHENG Yingren. Wall soil stability analysis of vertical ridge unlined loess tunnel under earthquake[J]. Journal of China Coal Society,2010,35(10): 1615-1620. (in Chinese))
- [4] 张雨霆,肖明,陈俊涛.地震作用下地下洞室群整体安全系数计算与震后加固效果评价[J].四川大学学报(工程科学版),2010,42(5): 217-223. (ZHANG Yuting,XIAO Ming,CHEN Juntao. The assessment of post-earthquake reinforcement measures and the calculation of safety factor for general stability of underground caverns under earthquake effect[J]. Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition),2010,42(5): 217-223. (in Chinese))
- [5] 周泽林,陈寿根,张海生,等.高地应力软岩隧洞衬砌结构受力及强度安全系数研究[J].工业建筑,2014,44(12): 95-101. (ZHOU Zelin,CHEN Shougen,ZHANG Haisheng, et al. Study of mechanical characteristics and strength safety factor of tunnelling structure for weak surrounding rock in high geo-stress zone[J]. Industrial Construction,2014,44(12): 95-101. (in Chinese))
- [6] 江权,冯夏庭,向天兵.基于强度折减原理的地下洞室群整体安全系数计算方法探讨[J].岩土力学,2009,30(8): 2483-2488. (JIANG Quan,FENG Xiating,XIANG Tianbing. Discussion on method for calculating general safety factor of underground caverns based on strength reduction theory[J]. Rock and Soil Mechanics,2009,30(8): 2483-2488. (in Chinese))
- [7] 赵旭,华成亚,赵密,等.基于强度折减法的隧道洞口段地震稳定性研究[J].地震工程学报,2017,39(6): 1029-1036. (ZHAO Xu,HUA Chengya,ZHAO Mi, et al. Study on seismic stability of a tunnel portal section based on the strength reduction method[J]. China Earthquake Engineering Journal,2017,39(6): 1029-1036. (in Chinese))
- [8] 江权,冯夏庭,揭秉辉,等.地下多洞室结构的中隔墙安全度区间计算方法[J].岩土力学,2010,31(6): 1847-1852. (JIANG Quan,FENG Xiating,JIE Binghui, et al. Interval analysis method of safety degree for mid partition in underground multi-cavern structure[J]. Rock and Soil Mechanics,2010,31(6): 1847-1852. (in Chinese))
- [9] 聂卫平,石崇.基于安全系数的大型地下洞室衬砌优化研究[J].地下空间与工程学报,2013,9(4): 813-818. (NIE Weiping,SHI Chong. Study on lining optimization of large-scale underground cavern based on safety factor[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering,2013,9(4): 813-818. (in Chinese))
- [10] 杜强,王超,赵光明,等.考虑应变软化效应的裂隙岩体损伤本构模型的开发及应用[J].长江科学院院报,2015,32(11): 82-86. (DU Qiang,WANG Chao,ZHAO Guangming, et al. Development of constitutive model of fractured rock mass based on strain softening effect and its application[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute,2015,32(11): 82-86. (in Chinese))
- [11] 樊赞赞,王思敬,王恩志,等.岩土材料剪切破坏点安全系数的研究[J].岩土力学,2009,30(增刊2): 200-203. (FAN Yunyun,WANG Sijing,WANG Enzhi, et al. Research on point safety factor of shear failure geomaterials[J]. Rock and Soil Mechanics,2009,30(Sup2): 200-203. (in Chinese))
- [12] 高千,王靖,杨志法,等.龙游石窟1~3号洞室稳定性分析及安全通道路线的选择[J].岩土力学,2009,30(9): 2713-2721. (GAO Qian,WANG Jing,YANG Zhifa, et al. Stability analysis of the large ancient underground rock caverns in Longyou and the selection of maximum-security routes in the caverns[J]. Rock and Soil Mechanics,2009,30(9): 2713-2721. (in Chinese))
- [13] 张玉敏,朱付广.地下厂房围岩块体稳定分析及支护优化研究[J].地下空间与工程学报,2011,7(1): 150-154. (ZHANG Yumin,ZHU Fuguang. Rock block stability and support optimization of underground powerhouse[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering,2011,7(1): 150-154. (in Chinese))
- [14] 介玉新,柏永亮,余卓憬,等.边坡的潜在滑动面分析[J].工程地质学报,2015,23(增刊1): 242-246. (JIE Yuxin,BAI Yongliang,YU Zhuojing, et al. Analysis on potential sliding surface of slopes[J]. Journal of Engineering Geology,2015,23(Sup1): 242-246. (in Chinese))
- [15] 介玉新,柏永亮,张彬.基于加速度的边坡和挡土墙稳定性分析[J].地球科学与环境学报,2015,37(6): 120-126. (JIE Yuxin,BAI Yongliang,ZHANG Bin. Stability analysis of slopes and retaining walls based on acceleration[J]. Journal of Earth Sciences and Environment,2015,37(6): 120-126. (in Chinese))
- [16] 柏永亮,介玉新,张彬.边坡稳定分析中加速度与安全系数的关系研究[J].工程地质学报,2016,24(增刊1): 668-672. (BAI Yongliang,JIE Yuxin,ZHANG Bin. Relationship between acceleration and safety factor in slope stability analysis[J]. Journal of Engineering Geology,2016,24(Sup1): 668-672. (in Chinese))
- [17] 介玉新,柏永亮,张彬.边坡潜在滑动面的包络线分析[J].水力发电学报,2016,35(3): 28-35. (JIE Yuxin,BAI Yongliang,ZHANG Bin. Analysis on envelopes for potential sliding surfaces of slopes[J]. Journal of Hydroelectric Engineering,2016,35(3): 28-35. (in Chinese))
- [18] 张向东.隧道力学[M].徐州:中国矿业大学出版社,2010.
- [19] 陈昌富,龚晓南.混沌扰动启发式蚁群算法及其在边坡非圆临界滑动面搜索中的应用[J].岩石力学与工程学报,2004,23(20): 3450-3453. (CHEN Changfu,GONG Xiaonan. Heuristic ant colony algorithm involving chaos operator and its application to search for critical slip surface of slope[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2004,23(20): 3450-3453. (in Chinese))