

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2018.04.006

基于统计损伤理论的锚杆受力全历程分析

王保田^{1,2},周炳生^{1,2},周天宝^{1,2},王远航^{1,2}

(1. 河海大学岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室,江苏 南京 210098;
2. 江苏省岩土工程技术工程研究中心,江苏 南京 210098)

摘要: 基于统计损伤理论,假设锚杆剪切滑移界面各微元的剪切强度服从 Weibull 概率分布,建立了考虑残余强度的锚杆界面统计损伤本构模型,并选取微元建立锚杆锚固端的受力平衡,确立了锚杆各锚固深度下剪切滑移、轴力、侧阻力以及损伤的数值解法。基于室内拉拔试验确定本构方程,以工程实例进行了验证。同时对锚杆拉拔荷载传递的全历程进行探讨。结果表明:随着拉拔荷载的增加,锚杆顶部的侧阻力增长至峰值点后衰减,最终稳定至残余强度,剪应力分布单峰曲线进一步向锚固深度内传递,锚杆界面应力软化的本质是损伤积累并传递的过程。参数 m 能够反映剪切滑移曲线的峰后软化速率,减小 m 可以降低接触面软化和损伤积累传递的速率,从而降低锚杆整体刚度的退化速度,在一定荷载范围内减少锚杆滑移。

关键词: 统计损伤理论;锚杆;本构模型;全历程;应力软化;荷载传递

中图分类号: TU45 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-1980(2018)04-0314-08

Analysis of the whole course for the force transferring mechanism in anchor bar based on statistical damage constitutive theory

WANG Baotian^{1,2}, ZHOU Bingsheng^{1,2}, ZHOU Tianbao^{1,2}, WANG Yuanhang^{1,2}

(1. Key Laboratory of Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;
2. Jiangsu Research Center for Geotechnical Engineering Technology, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: Based on the constitutive theory of statistical damage and the assumption that the shear strength of anchor bar's interface element obeys the Weibull probability distribution, a statistical damage constitutive model considering the residual strength for anchor bar's interface was established. A small segment of the anchor bar was selected to analyze the force balance, and then, the numerical solution of the shear slip, axial force, side resistance and damage of anchor bar was obtained. Based on an indoor pullout test, the constitutive equation was determined and verified by an engineering example. At the same time, the whole working course for the force transferring of anchor bar was studied as well. Results indicate that with the pulling force increases, the side resistance at the top of anchor bar increases to a peak value and then decays. Finally, it reaches the residual strength remaining unchanged and the shear stress distribution curve is further transferred to the deeper. The essence of the interfacial stress softening is the process of damage's accumulation and transferring. The parameter m can reflect the softening velocity of shear strength afterpeak value. Thus, decreasing the value of m can reduce the rate of stress softening as well as damage accumulation and transmission, thereby reducing the degradation rate of the overall stiffness of anchor bar and the anchor bar's displacement in a certain load range.

Key words: statistical damage theory; anchor bar; constitutive model; whole course; stress softening; load transfer

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项(2016B43014)
作者简介: 王保田(1963—),男,教授,博士,主要从事岩土工程测试技术和可靠度理论研究。E-mail:btwang1010@126.com
引用本文: 王保田,周炳生,周天宝,等. 基于统计损伤理论的锚杆受力全历程分析[J]. 河海大学学报(自然科学版),2018,46(4):314-320.
WANG Baotian, ZHOU Bingsheng, ZHOU Tianbao, et al. Analysis of the whole course for the force transferring mechanism in anchor bar based on statistical damage constitutive theory[J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences), 2018, 46(4): 314-320.

注浆锚杆或锚索大量地应用于隧道支护、岩石边坡锚固以及其他岩土工程中。在锚杆设计中,工程上普遍采用侧阻力均匀分布的假设,大量的实测结果表明锚杆表面的侧摩阻力沿锚固长度呈非均匀分布,按照均匀分布模式计算不合理,有时甚至是不安全的^[1-5]。因此明确锚杆侧阻力的分布模式及荷载传递对其设计具有重要的现实意义。同时,现场和室内试验表明,注浆锚杆的破坏主要是锚杆与灌浆体或是灌浆体与岩土体接触面的剥离破坏导致的^[6-8],本文旨在解决锚杆与注浆体界面的应力分布问题。

为掌握锚杆的实际受力状态,国内外学者相继提出了摩阻力分布的幂函数假定^[9]、双曲函数假定^[10],以及采用共同变形原理^[11]、有限元方法^[12]进行求解,并认为锚固段剪切应力在顶部达到最大值,且随着锚固深度增加逐渐减小。但大量现场试验显示,剪应力的峰值并不位于起点,而是出现在锚固段中的某处,剪切力分布曲线为单峰曲线,这与上述理论分析的结果不符。

据此,文献[8,13-14]分别建立锚固界面剪应力与剪切位移的剪滞模型^[13]、三线型模型^[8]以及双指数曲线模型^[14],并对锚固段界面的剪应力、锚杆轴力分布以及锚杆顶部的荷载位移曲线进行预测,与试验数据对比在一定程度上拟合较好。然而,由于剪滞模型、三线型模型采用分段线性的方式对锚杆界面剪应力位移曲线进行简化,而实际锚杆界面的剪切滑移为连续曲线的形态,因此上述模型仍具有一定的局限性,导致计算所得的锚杆轴力和界面剪应力分布与试验数据仍有一定的偏差。双指数曲线模型虽然是连续曲线的形式,且参数可以由现场拉拔曲线演算得到,但不能反映锚杆界面的残余强度,因此也限制了其应用。

笔者将损伤力学的基本理论应用于接触面本构关系中,并假设锚杆界面微元剪切强度服从双参数 Weibull 分布,依据连续强度理论^[15]和统计理论^[16-18],考虑界面残余强度,建立锚杆界面的统计损伤软化本构模型,从而得到更接近现实的连续分布曲线模型。基于此,探讨考虑界面软化特性的锚杆拉拔荷载的传递特性,同时考虑剪切滑移本构曲线中峰后软化速率的影响,对某工程实例进行分析计算,并将计算结果进行比较,证明本文方法的可行性,从而为锚杆的设计与分析提供一定参考价值。

1 锚杆界面统计损伤软化本构模型

1.1 接触面损伤模型的建立

为分析锚杆接触面的剪切滑移本构关系,引入混凝土随机损伤力学的思想^[19],假定锚杆与周围注浆的接触面一小段区域上由总数为 N 的子链单元并联组成,其中包括 n 个由于剪切而发生断裂的子链单元,定义损伤变量 D 为断裂的子链单元数与局部区域内单元总数之比($D=n/N$),当 $n=N$ 时,局部接触面完全破损并发生滑移。

考虑到锚杆在室内拉拔试验中具有残余强度特性^[20],笔者借鉴文献[21]描述岩石破坏具有残余强度的思路,建立如图 1 所示的子链单元模型。模型中的 1 个子链单元由 2 个分量并联而成,第一个分量是一个刚度为 k_{1i} 的弹簧,当锚杆界面某段微元的剪切位移 u_s 达到该子链单元的临界剪切位移 u_{ci} 时,该弹簧发生断裂,其断裂强度为 $k_{1i}u_{ci}$;第二个分量由一个刚度为 k_{2i} 的弹簧和一个滑块串联而成,滑块上受到 P_{ni} 的应力,这个分量被用来模拟锚杆接触面上材料的摩擦特性,当区域内的剪切位移 u_s 达到该子链单元的临界剪切位移 u_{ci} 时,滑块产生滑移。这时该子链单元的强度为 $k_{2i}u_{ci}$ 也可以表示为 τ_{fi} 。 τ_{si} 为子链单元所受剪力。

从微观或细观角度看,锚杆界面微元的强度分布是非均匀和随机的,因而在剪力的作用下某些子链单元首先发生破坏,则某一时刻的剪力大小为

$$\tau = \sum_{n=1}^N \tau_{si} = \sum_{n=1}^{N-n} (k_{1i} + k_{2i}) u_{si} + \sum_{n=1}^n k_{2i} u_{ci} = \sum_{n=1}^{N-n} (k_{1i} + k_{2i}) u_{si} + \sum_{n=1}^n \tau_{fi} \tag{1}$$

也可以写成:

$$\tau = (K_1 + K_2)(1 - D)u + D\tau_f = K(1 - D)u + D\tau_f \tag{2}$$

式中: K_1 、 K_2 ——微观弹簧刚度 k_{1i} 、 k_{2i} 的相应宏观表现; u ——锚杆界面宏观剪切位移; K ——锚杆界面未损时

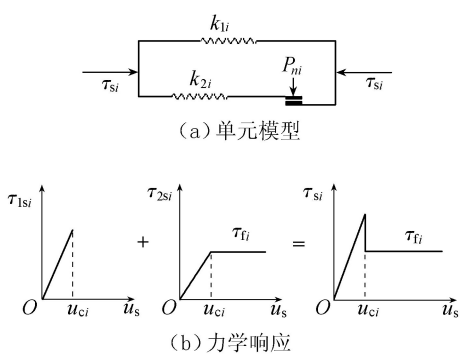


图 1 界面子链单元模型及其力学响应
Fig.1 Model of the microelement and its mechanical response

单位剪切位移对应的剪切应力; τ_f ——锚杆界面的残余剪切强度。

1.2 基于统计理论建立损伤演化方程

为建立接触面的损伤演化方程,引入统计损伤理论,认为锚杆与注浆体接触面的黏结强度是一个随机变化的量,是大量因素(如注浆材料强度、颗粒大小、粒径、圆滑度、锚杆表面粗糙度等)综合作用的结果,而这些因素本身相互独立,且是具有某种统计规律的随机变量。从而假设锚杆与注浆体接触面各微元的剪切强度服从 Weibull 概率分布,结合图 1(a)的子链单元模型,认为接触面微元的极限剪切强度可以通过 u_{ci} 反映,并以位移 u 作为随机变量建立微元强度的概率密度分布函数:

$$\phi(u) = \frac{m}{u_0} \left(\frac{u}{u_0}\right)^{m-1} \exp\left[-\left(\frac{u}{u_0}\right)^m\right]$$

(3)

式中: m ——反映剪切面强度分布均匀性的参数; u_0 ——锚杆剪切面的宏观平均极限剪切位移。

随着剪切位移增加时,在任意区间 $[u, u+du]$ 内产生破坏的微元数目为 $N\phi(x) dx$,则损伤变量 D 可以写成:

$$D = \frac{n}{N} = \frac{\int_0^u N\phi(x) dx}{N} = \int_0^u \phi(x) dx = 1 - \exp\left[-\left(\frac{u}{u_0}\right)^m\right]$$

(4)

将式(4)代入式(2),可以得到基于统计损伤理论的锚杆界面损伤软化本构方程:

$$\tau = K \exp\left[-\left(\frac{u}{u_0}\right)^m\right] u + \left\{1 - \exp\left[-\left(\frac{u}{u_0}\right)^m\right]\right\} \tau_f$$

(5)

2 锚杆锚固荷载传递力学模型

为分析锚杆的荷载传递,选取锚固微段 dx 作为研究对象,如图 2 所示,由于微段足够小可以认为微段上的剪应力 τ 均匀分布,并与锚杆与浆体接触面上的相对位移有关。

建立锚固体单元沿轴向力的平衡方程:

$$dP(x) + C\tau(u) dx = 0$$

(6)

可以得到

$$\frac{dP(x)}{dx} = -C\tau(u)$$

(7)

并满足

$$\varepsilon_x = -\frac{du(x)}{dx}$$

(8)

$$P(x) = EA\varepsilon_x$$

(9)

式中: C ——锚杆的截面周长; E ——锚杆的弹性模量; A ——锚杆的截面面积; P ——锚杆截面的轴力。

可以认为锚杆工作时处在半无限空间体内,即周围岩土体与注浆体对锚杆的约束作用相同,假设锚杆界面各锚固深度处均满足相同的剪切滑移本构关系,联立式(5)(7)(8)(9)可得

$$\frac{d^2u(x)}{dx^2} = \frac{4}{Ed}\tau(u) = \frac{4}{Ed}\left\{K \exp\left[-\left(\frac{u_c}{u_0}\right)^m\right] u + \left\{1 - \exp\left[-\left(\frac{u_c}{u_0}\right)^m\right]\right\} \tau_f\right\}$$

(10)

并满足边界条件:

$$u'_{x=0} = -\varepsilon_{x=0} = \frac{4P(x=0)}{\pi Ed^2}$$

$$u'_{x=l} = -\varepsilon_{x=l} = \frac{4P(x=l)}{\pi Ed^2} = 0$$

式中: l ——总的锚固深度; d ——锚杆直径。

由于式(10)为二阶非线性微分方程,并无解析解,因此在矩阵实验室(Matlab)中利用 Runge-Kutta 法^[22]迭代求解可得到满足实际工程精度要求的关于 $u=u(x)$ 的数值解。并根据

$$P(x) = -E \frac{\pi d^2}{4} \frac{du(x)}{dx} = -E \frac{\pi d^2}{4} u'$$

(11)

$$\tau(x) = \tau[u(x)] = K \exp\left[-\left(\frac{u(x)}{u_0}\right)^m\right] u(x) + \left\{1 - \exp\left[-\left(\frac{u(x)}{u_0}\right)^m\right]\right\} \tau_f$$

(12)

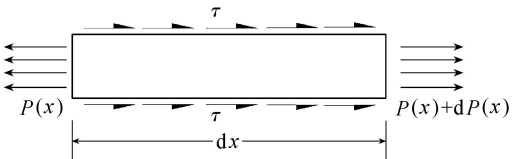


图2 锚固微段受力分析
Fig.2 Stress analysis of the anchorage segment

$$D = 1 - \exp \left[- \left(\frac{u(x)}{u_0} \right)^m \right]$$

(13)

可在 Matlab 中生成锚杆在锚固深度 x 上各点的轴力、剪切摩阻力以及损伤分布曲线。

3 锚杆锚固段荷载传递算例分析

3.1 实例验证与分析

刘波等^[20]进行了室内短锚拉拔试验,测得了锚杆钢筋与砂浆的剪切滑移数据。笔者引用文献[20]的试验数据对上述锚杆界面统计损伤本构模型进行验证分析,并用本文建立的接触面统计损伤本构方程进行拟合,拟合参数如下: $K=22\text{ MPa/mm}$, $u_0=0.2728\text{ mm}$, $m=5.23$, $\tau_f=1.15\text{ MPa}$ 。结果见图 3,具体方程表达式为

$$\tau = 22 \times \exp \left[- \left(\frac{u}{0.2728} \right)^{5.23} \right] u + \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{u}{0.2728} \right)^{5.23} \right] \right\} \times 1.15$$

(14)

从图 3 可以看出,锚杆接触面受力在达到极限剪切强度以后,呈现明显的非线性衰减,同时最终会达到一个稳定的残余剪切强度值,反映了文中提出的统计损伤本构模型能够很好地表达剪切荷载下锚杆界面应力软化的特性。

文献[20]在室内试验的基础上在某山区进行岩石基础锚固拉拔现场试验,锚固钢筋直径为 42 mm,锚固长度为 3 000 mm。采用单轴抗压强度 27.10 MPa 的细石混凝土,变形模量为 $2.6 \times 10^4\text{ MPa}$,钻孔直径为 150 mm。在上拔过程中记录锚杆顶部位移和锚杆轴力的变化。

利用上述本构方程,在 Matlab 中求解式(10)和式(11),获得锚杆在不同拉拔荷载 P_0 下的轴力以及锚杆顶部位移。考虑到室内试验的结果偏理想,在代入式(10)求解时,对式中 τ 乘以 0.95 的折减换算系数,现场试验结果及本文的计算值如图 4、图 5 所示。

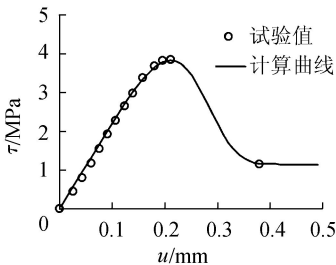


图 3 拉拔试验剪切滑移曲线
Fig. 3 Shear-slip curve in the pullout test

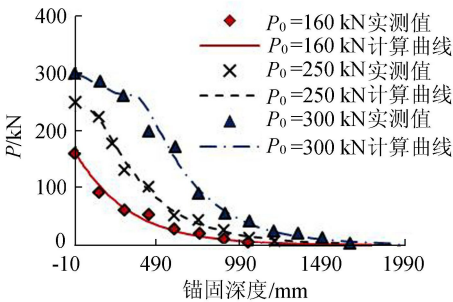


图 4 轴力-锚固深度关系曲线
Fig. 4 Relation curves of axis force and anchorage depth

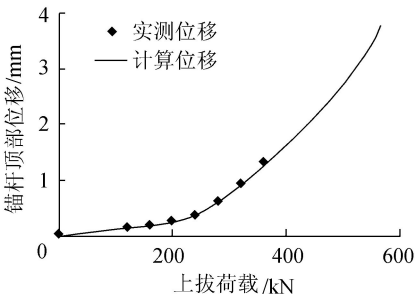


图 5 锚杆顶部位移-上拔荷载关系曲线
Fig. 5 Relation curve of top displacement of anchor bar and uplift load

可以看出,无论是实测荷载位移曲线,还是各级荷载下锚杆各锚固深度下的轴力,利用本文方法求解的计算值都与实测值十分吻合,初步证明了本文提出的锚杆接触面统计损伤本构模型以及锚杆应力变形求解方法的可靠性。目前工程问题普遍采用计算机进行设计计算,尽管本文未给出锚杆的轴力、摩阻力以及位移的解析解,但计算机根据 Runge-Kutta 法求解二阶非线性微分方程的数值解十分快捷^[22]。

3.2 锚杆锚固段荷载传递全程分析

利用上述方法,对不同拉拔荷载下,锚杆界面的剪应力、各锚固深度处的位移以及损伤因子进行模拟计算,结果如图 6 所示。

图 6 中锚杆剪应力随锚固深度的变化曲线得到了直观地反映,随着锚杆顶部上拔荷载的增加,锚杆顶部的区域接触面的损伤经历了萌生、迅速发育并最终达到饱和的过程,损伤也向更深处传递。

同时,锚杆接触面的剪切摩阻力也经历了增长,达到峰值、软化并达到残余剪切强度的过程,当张拉荷载相对较小即锚固界面处于弹性黏结状态时,剪应力的最大值在张拉端,并大致按幂函数或双曲函数分布,这与许多关于锚杆传力机理的弹性理论研究结果相一致^[9-10];随着张拉荷载的增大,锚杆张拉端剪应力超过锚

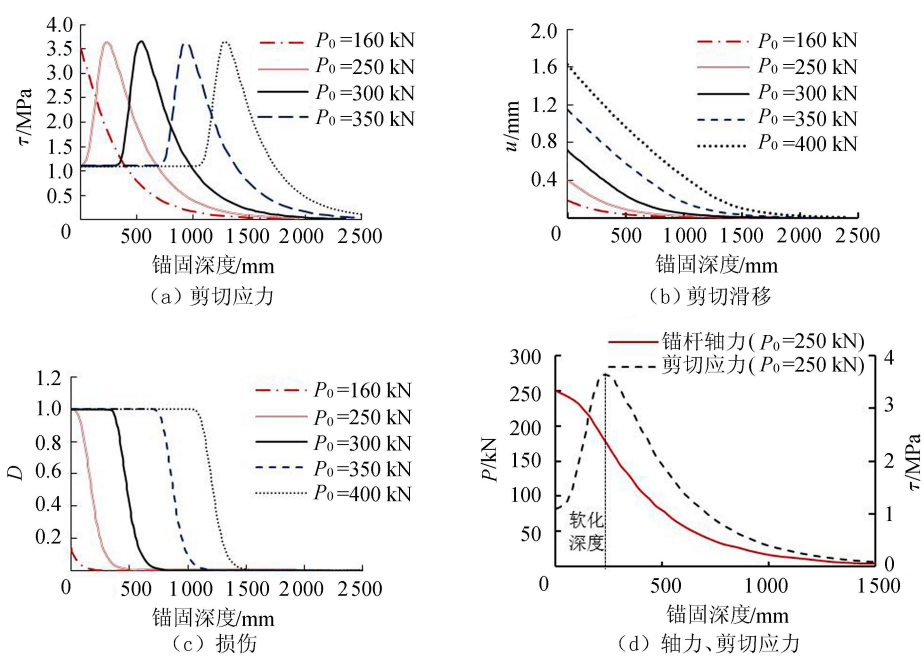


图 6 剪切应力、剪切滑移、损伤以及轴力分布曲线
Fig. 6 Distribution curves of shear stress, slip, damage and axial force

固界面的极限剪切强度,剪应力最大值逐渐移向远端,以渐近方式发生滑移并改变剪应力的分布形式。

从图 6(a)中可以看出,当上拔荷载达到大于 160 kN 的某一个数值时,锚杆顶部剪切摩阻力达到峰值,此后便进入衰减软化阶段。此时随着荷载的增加,锚杆剪切位移也随之增长,锚杆顶部区域的剪切应力出现峰后衰减,由于锚杆轴力增量与界面剪切应力具有平衡关系,即 $dP(x)+C\tau(u)dx=0$, $\tau(u)$ 减小,在剪切应力的峰后区域,锚杆轴力也同步出现了软化(图 6(d)),同时随着拉拔荷载增加,软化深度由锚杆顶端区域向远端扩散。

当锚杆顶部荷载达到 250 kN 时,顶部区域达到完全损伤,此时剪切摩阻力也仅有残余强度发挥作用。类似高斯曲线的锚杆接触面剪应力分布曲线随着拉拔荷载的增加进一步向锚固更深处传递。

4 参数 m 影响性分析

从上述分析中不难得出结论,锚杆界面某点剪切力经历了增长、衰减至残余强度的过程,其本质在于本构关系中,锚杆接触面上该点剪切力随着剪切位移的增加而经历相同的过程,因此,本构模型中剪切应力的峰后软化速率必然与实际锚杆接触面的刚度退化存在一定的联系。

而在式(5)中,参数 m 反映了剪切面上材料内部微元强度的分布集中程度, m 越大反映强度分布越集中,表现为峰后曲线越来越陡,材料脆性增强。因此 m 是影响曲线峰后软化速率的主要因素,这里主要讨论参数 m 对锚杆应力变形的影响。分析计算时仍然选用本文求解得到的本构模型,由于本构方程中, m 、 K 以及极限剪切强度 τ_c 是耦合相关的, m 减小时,若 K 不变, τ_c 则会减小。为反映 m 的作用,并且减少变量间的相互影响,本文进行了 3 组本构模型参数的计算作为对比 ($u_0=0.2728$, $\tau_f=1.15$ 保持为定值)。A 组, $m=5.23$, $K=22.0$ MPa/mm, 此时 $\tau_c=3.84$ MPa; B 组, $m=2.00$, $K=25.2$ MPa/mm, 此时 $\tau_c=3.84$ MPa; C 组, $m=5.23$, $K=25.2$ MPa/mm, 此时 $\tau_c=4.36$ MPa。

绘制 3 组参数下的剪切滑移曲线,如图 7 所示,可以看出 m 值可以显著影响剪切滑移曲线的特征,尤其是峰后软化的速率。 m 值越小,曲线峰后软化的速率越慢,曲线越平缓。

基于上述 3 组不同的本构参数,计算了不同拉拔荷载下锚杆顶部的位移,如图 8 所示。可以发现,当荷载小于 200 kN 时,3 种情况下的锚杆位移近似相等,且随着荷载的增大,尤其当荷载大于 250 kN 时, B 组锚杆位移明显小于 A 组和 C 组的情况。 C 组的 K 值与 B 组相同,略大于 A 组,且极限抗剪强度要高于其他两组,锚杆处某点剪切应力必然滞后于 A 组达到峰值,但在减小锚杆顶部位移、阻滞接触面刚度退化方面却明显不如 B 组,变形上略小于 A 组。可以认为在此处的对照试验中 K 值的变化并没有起到明显的作用,对比

之下,反映了 m 值(即峰后软化速率)是使 B 组能够显著减小锚杆变形的主要原因。

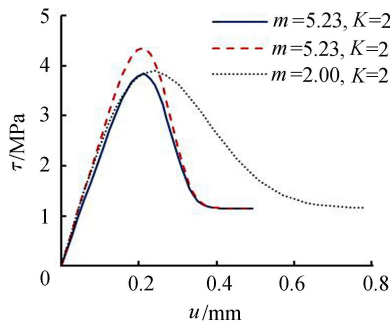


图 7 不同条件下的剪切滑移曲线

Fig. 7 Relation curves of shear stress and displacement under different conditions

对拉拔荷载为 400 kN 时锚杆的接触面剪切力分布以及剪切引起的损伤进行分析,如图 9 所示,可以看出,对于峰后曲线稍缓的 B 组,其锚杆顶部损伤的发展、剪切应力单峰曲线的传递都明显滞后于峰后较陡的其他两组,具有明显的软化阻滞效应,且在曲线的表现形态上也更加柔和平缓。

在实际工程中对锚杆接触面进行设计计算时,极限抗剪强度往往作为考虑的主要因素,上述分析发现,峰后刚度退化速率对锚杆应力分布及位移同样会产生显著的影响,应当引起足够的关注。

5 结 语

基于统计损伤理论,建立了考虑残余剪切强度的锚杆界面剪切滑移本构和锚杆锚固荷载传递力学模型,并结合具体实例,在 Matlab 中根据 Runge-Kutta 法求解得到锚杆位移、轴力、界面剪切应力以及损伤变量的数值解,对锚杆锚固段轴力和剪应力分布与传递规律以及荷载位移曲线特征进行了全程分析,以室内和现场实测数据进行了验证。得出以下结论:

- a. 建立的锚杆界面统计损伤本构模型反映了接触面剪切强度分布的不均匀性、非线性、峰后软化的特性,以及考虑了残余剪切强度。
- b. 随着拉拔荷载的增加,锚杆顶部的剪切应力增长至峰值点后衰减,最终稳定至残余强度,剪切应力分布曲线进一步向锚固深度内传递,锚杆轴力也同步经历软化的过程,锚杆界面应力软化的本质是损伤积累并传递的过程。
- c. 本构模型中的参数 m 反映了接触面微元强度的均匀性,也在一定程度上反映了剪切滑移曲线的峰后软化速率, m 越小,接触面软化越慢,损伤的积累和传递速度也就越慢,在一定的荷载范围内,锚杆的拔出位移也越小。

本文建立的统计损伤剪切滑移模型,形式简单且参数具有一定的物理意义,能够反映锚固段拉拔界面的损伤本质,具有很好的适用性。基于计算机平台,可对锚杆拉拔全程进行分析,对锚杆的受力分析和设计具有一定的参考借鉴价值。

参考文献:

[1] 蒋忠信. 拉力型锚索锚固段剪应力分布的高斯曲线模式[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(6):696-699. (JIANG Zhongxin. A Gauss curve model on shear stress along anchoring section of anchoring rope of extensional force type[J]. Chinese Journal of

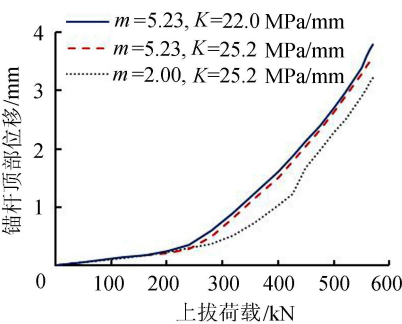
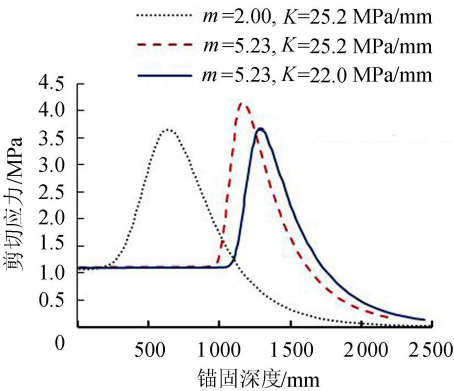
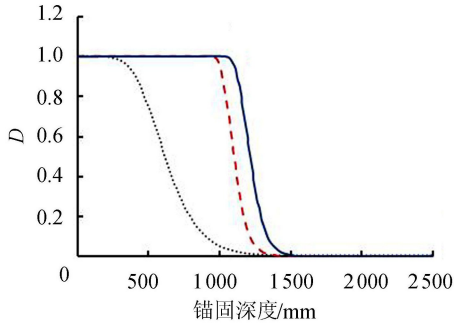


图 8 不同 m 、 K 下的锚杆顶部位移-上拔荷载关系曲线

Fig. 8 Relation curves of top displacement of anchor bar and uplift load for different values of m and K



(a) 剪切应力



(b) 损伤

图 9 剪切应力、损伤分布曲线
Fig. 9 Distribution curves of shear stress and damage

- Geotechnical Engineering, 2001, 23(6):696-699. (in Chinese))
- [2] 尤春安. 锚固系统应力传递机理理论及应用研究[D]. 青岛:山东科技大学,2004.
- [3] 徐波. 黏结型锚杆锚固理论与试验研究[D]. 大连:大连理工大学, 2005.
- [4] EVANGELISTA A, SAPIO G. Behaviour of ground anchors in stiff clays[C]//The Japanese society of soil mechanics and foundation engineering. Proceedings of the 9th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Tokyo: The Japanese Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering, 1977: 39-47.
- [5] OSTERMAYER H, SCHEELE F. Research on ground anchors in noncohesive soil[C]//The Japanese society of soil mechanics and foundation Engineering. Proceeding of the 9th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Tokyo: The Japanese Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering, 1977: 92-97.
- [6] HYETT A J, BAWDEN W F, REICHERT R D. The effect of rock mass confinement on the bond strength of fully grouted cable bolts[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Science & Geomechanics Abstracts, 1992, 29(5):503-524.
- [7] KILIC A, YASAR E, CELIK A G. Effect of grout properties on the pull-out load capacity of fully grouted rock bolt[J]. Tunnelling & Underground Space Technology, 2002, 17(4):355-362.
- [8] REN F F, YANG Z J, CHEN J F, et al. An analytical analysis of the full-range behaviour of grouted rockbolts based on a tri-linear bond-slip model[J]. Construction & Building Materials, 2010, 24(3):361-370.
- [9] PHILLIPS S H E. Factors affecting the design of anchorages in rock[R]. London:Cementation Research Ltd., 1970.
- [10] 张季如,唐保付. 锚杆荷载传递机理分析的双曲函数模型[J]. 岩土工程学报,2002,24(2):183-192. (ZHANG Jiru,TANG Baofu. Hyperbolic function model to analyze load transfer mechanism on bolts[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002,24(2):183-192. (in Chinese))
- [11] 牟瑞芳,王建宇,张武国. 按共同变形原理计算地锚锚固段粘结力分布[J]. 路基工程, 1999(2):31-34. (MOU Ruifang, WANG Jianyu, ZHANG Wuguo. Calculation of anchor anchorage bond stress distribution by joint deformation principle [J]. Subgrade Engineering, 1999(2): 31-34. (in Chinese))
- [12] KIM N K, PARK J S, KIM S K. Numerical simulation of ground anchors[J]. Computers & Geotechnics, 2007, 34(6):498-507.
- [13] CAI Y, ESAKI T, JIANG Y. An analytical model to predict axial load in grouted rock bolt for soft rock tunnelling[J]. Tunnelling & Underground Space Technology, 2004, 19(6):607-618.
- [14] 黄明华,周智,欧进萍. 拉力型锚杆锚固段拉拔受力的非线性全程分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, 33(11): 2190-2199. (HUANG Minghua, ZHOU Zhi, OU Jinping. Nonlinear full-range analysis of load transfer fixed segment of tensile anchors[J]. Chinese Journal Mechanics and Engineering, 2014, 33(11): 2190-2199. (in Chinese))
- [15] 李兆霞. 损伤力学及其应用[M]. 北京:科学出版社,2002.
- [16] 曹文贵,张超,贺敏,等. 基于微观力学特性的脆性岩石变形过程模拟[J]. 岩土力学, 2016, 37(10):2753-2760. (CAO Wengui, ZHANG Chao, HE Min, et al. Simulation of deformation process of brittle rock based on micro mechanical properties [J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37(10): 2753-2760. (in Chinese))
- [17] 曹文贵,赵明华,刘成学. 岩石损伤统计强度理论研究[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(6):820-823. (CAO Wengui, ZHAO Minghua, LIU Chengxue. Theoretical study on statistical strength of rock damage[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, 26(6): 820-823. (in Chinese))
- [18] 梁正召,唐春安,张永彬,等. 准脆性材料的物理力学参数随机概率模型及破坏力学行为特征[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(4):718-727. (LIANG Zhengzhao, TANG Chun'an, ZHANG Yongbin, et al. Stochastic probability model of physical and mechanical parameters of quasi brittle materials and characteristics of failure mechanics[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(4): 718-727. (in Chinese))
- [19] 李杰,吴建营,陈建兵. 混凝土随机损伤力学[M]. 北京:科学出版社, 2014.
- [20] 刘波,李东阳,段艳芳,等. 锚杆-砂浆界面黏结滑移关系的试验研究与破坏过程解析[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(增刊1):2790-2797. (LIU Bo, LI Dongyang, DUAN Yanfang, et al. Experimental study on the bond slip relationship between bolt and mortar interface and analysis of failure process[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011,30(Sup1): 2790-2797. (in Chinese))
- [21] 周国林,谭国焕,李启光,等. 剪切破坏模式下岩石的强度准则[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, 20(6):753-762. (ZHOU Guolin, TAN Guohuan, LI Qiguang, et al. Strength criterion of rock under shear failure model[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2001, 20(6): 753-762. (in Chinese))
- [22] 张志涌,杨祖樱. MATLAB教程[M]. 北京:北京航空航天大学出版社, 2015.