

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2018.04.008

固体静力学边值问题的光滑粒子解法

陈 丁,黄文雄,张旭明

(河海大学力学与材料学院,江苏 南京 211100)

摘要:针对固体静力变形边值问题的特点,基于 SPH 的区域粒子离散原理构建了一种光滑粒子静力学(SPS)解法,并从 2 个方面入手,在保持一定计算量的同时提高了数值方法的精度。其一是应用最小势能原理来取代强形式的平衡方程,建立控制方程,能够降低对位移连续性的要求,避免了位移二阶导数的计算以及由此带来的数值误差;其二是提出一种新的边界处理方法,能够完全摆脱通过布置虚粒子的处理方式。最后,通过数值算例表明了数值方法的有效性。

关键词:光滑粒子静力学法;固体变形;边值问题;最小势能原理;边界条件处理

中图分类号:O34;O242 文献标志码:A 文章编号:1000-1980(2018)04-0329-08

Smooth particle method for the static boundary value problem of solids

CHEN Ding, HUANG Wenxiong, ZHANG Xuming

(College of Mechanics and Materials, Hohai University, Nanjing 211100, China)

Abstract: With respect to the property of static boundary value problem of solids, a smooth particle static (SPS) method is developed based on the particle discretization of spatial domain. To increase the accuracy of numerical method and maintain the amount of calculation, the governing equations are established through the application of principle of minimum potential energy, rather than using the strong form of equilibrium equation. The approach avoids the use of second-order derivatives of displacement and reduces related errors. An alternative integration method over the supportive domain is proposed which allows a direct treatment of boundary condition without virtual particles along boundary. Numerical examples are presented to demonstrate the good performance of the proposed method.

Key words: Smooth Particle Static method; deformation of solids; boundary value problem; principle of minimum potential energy; boundary treatment

光滑粒流体动力学(SPH)法是一种纯拉格朗日形式的无网格数值方法,最初用于模拟天体物理问题^[1],后被推广应用于求解流体动力学问题^[2-6]。该方法对模拟具有自由表面的流体运动有优势。近年来 SPH 法也被尝试用于求解固体动力学问题和塑性流动问题,如固体高速冲击^[7]、金属成型^[8]、断裂^[9]以及土体滑坡^[10-11]等问题。

对于求解固体静力变形问题,SPH 法的应用并不成熟。传统 SPH 法是按动力学问题处理固体静力变形问题,通过施加人工阻尼耗散动能,求得问题的拟动力解^[12-13]。这样获得的数值解精度受到人工阻尼和边界条件处理等许多因素的影响。周岱等^[14]以位移为基本未知量,给出了固体力学边值问题粒子离散的一个静力学数学描述。但基于强形式的平衡条件建立的控制方程需要用到位移的二阶导数。传统的 SPH 法对场变量的二阶导计算存在精度低、稳定性差等问题。为此,文献[14]采纳了 Brookshaw^[15]、Watkins 等^[16]提出的修正计算方法,但文中给出的算例表明应力计算结果的精度还有待进一步提高。

基金项目:国家自然科学基金(11172088);江苏省普通高校研究生创新计划项目(KYZZ16_0268)

作者简介:陈丁(1992—),男,博士研究生,主要从事计算力学研究。E-mail:ding92@hhu.edu.cn

引用本文:陈丁,黄文雄,张旭明.固体静力学边值问题的光滑粒子解法[J].河海大学学报(自然科学版),2018,46(4):329-336.

CHEN Ding, HUANG Wenxiong, ZHANG Xuming. Smooth particle method for the static boundary value problem of solids[J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences), 2018, 46(4): 329-336.

本文基于 SPH 法对问题区域的粒子离散概念,尝试系统地建立求解固体力学边值问题的光滑粒子静力学问题的基本方程和数值方法。以位移为基本未知量,应用核函数进行场变量的粒子光滑插值。按最小势能(或虚位移)原理建立离散系统的控制方程,可避免因计算位移的二阶导数及由此带来的数值误差。边界的处理是传统 SPH 法应用的难点。由于边界附近粒子的支持域不完整将对计算结果带来较大的误差,通常需要采用虚粒子的方式,使虚粒子与实粒子之间存在惩罚力或利用粒子对称的形式来满足位移边界条件(如 Monaghan^[2])。Libersky 等^[3]建议应用镜像虚粒子的边界处理方法,能够产生无摩擦的边界效果。近期的文献中大多数都是采用镜像虚粒子法通过一定形式的罚函数处理运动或位移约束边界^[4,6,17]。但采用上述方法处理固体应力边界条件并不方便^[14]。本文针对固体力学边值问题的特点,建议采用一种不同的边界处理方法:通过对不完整支持域上光滑函数的正则化处理及对边界粒子的光滑化积分修正,同时进行简单变换之后,允许在边界粒子上直接施加已知位移或已知面力约束。最后通过算例证明本文方法的有效性。

1 光滑粒子法基本原理

1.1 场变量及其梯度的光滑近似

本文所采用的光滑粒子法基本原理与常规 SPH 法相同,其基础是物理场变量的光滑近似和连续体的粒子离散。设连续体 B 占有空间区域 Ω ,对于定义在 Ω 中的任意场变量 $\psi(\mathbf{x})$,可以采用如下的积分形式近似表达(核近似):

$$\langle \psi(\mathbf{x}) \rangle = \int_{\Omega_h} \psi(\mathbf{x}') W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) dV(\mathbf{x}') \tag{1}$$

式中: $W(\mathbf{x}-\mathbf{x}',h)$ ——光滑核函数(需满足一定的条件,包括非负性、正则性、紧支性、对称性、光滑性等^[18]); Ω_s ——场点 $\mathbf{x}$ 的支持域(其大小由参数 h 确定)。

对于场变量 $\psi(\mathbf{x})$ 的梯度,也采用同样的核函数光滑近似:

$$\langle \nabla_x \psi(\mathbf{x}) \rangle = \int_{\Omega_h} \nabla_{x'} \psi(\mathbf{x}') W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) dV(\mathbf{x}') \tag{2}$$

采用分部积分法,并注意 $\nabla_{x'} W(\mathbf{x}-\mathbf{x}',h) = -\nabla_x W(\mathbf{x}-\mathbf{x}',h)$,式(2)又可写成:

$$\langle \nabla_x \psi(\mathbf{x}) \rangle = \int_{\partial\Omega_h} \psi(\mathbf{x}') W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) \mathbf{n}(\mathbf{x}') dS + \int_{\Omega_h} \psi(\mathbf{x}') \nabla_x W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) dV \tag{3}$$

式中: $\mathbf{n}$ ——支持域边界单位外法向矢量。当 $\mathbf{x}$ 点的支持域在连续体内部时,根据光滑函数的紧支性,式(3)右边第一项关于支持域边界的积分为零,即

$$\langle \nabla_x \psi(\mathbf{x}) \rangle = \int_{\Omega_h} \psi(\mathbf{x}') \nabla_x W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) dV \tag{4}$$

1.2 连续体的粒子离散

光滑粒子法的核心是连续体的粒子离散,即用有限个(n_p 个)离散的物质粒子替代研究对象连续体。一个典型的物质粒子 P_i ,其位置为 $\mathbf{x}_i$,拥有质量 m_i ,初始表征体积为 V_i 。若用 Ω_{ei} 表示粒子 P_i 所占的空间区域,所有 Ω_{ei} 构成连续体 B 所占空间区域 Ω 的一个剖分,满足:

$$\bigcup_{i=1}^{n_p} \Omega_{ei} = \Omega \quad \Omega_{ei} \cap \Omega_{ej} = 0 \quad (i \neq j) \tag{5}$$

基于上述连续体的粒子离散,物理量 $\psi(\mathbf{x})$ 及其梯度 $\nabla\psi(\mathbf{x})$ 将由定义在物质粒子上的粒子值表达(粒子光滑近似)。设上述物理量在物质粒子 P_i 处的函数和梯度值分别为 ψ_i 和 $\nabla\psi_i$,当 P_i 的支持域在连续体边界内时,有

$$\psi_i \approx \langle \psi(\mathbf{x}_i) \rangle = \sum_{P_j \in \Omega_{si}} \int_{\Omega_{sj}} \psi(\mathbf{x}') W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_i} dV = \sum_{j=1}^{n_s} V_j \psi_j W_{ij} \tag{6}$$

$$\nabla\psi_i \approx \langle \nabla\psi(\mathbf{x}_i) \rangle = \sum_{P_j \in \Omega_{si}} \int_{\Omega_{sj}} \psi(\mathbf{x}') \nabla_x W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_i} dV = \sum_{j=1}^{n_s} V_j \psi_j \mathbf{G}_{ij} \tag{7}$$

其中

$$W_{ij} = W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j, h) \quad \mathbf{G}_{ij} = \frac{\partial W(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j, h)}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_i}$$

式中: n_s ——支持域内离散物质点数。

1.3 不完整支持域的处理

对于位于连续体边界处或靠近边界的离散粒子,其支持域与边界面相交,边界内部的支持域不完整。在不完整的支持域上,光滑函数的正则性和对称性得不到满足,将导致上述离散公式出现较显著的误差。边界条件的处理一直是常规 SPH 数值方法中一个较困难的问题,已有的一些解决方案,都是采用在边界外布置虚粒子或镜像粒子补全支持域。这样的处理方案,不便于固体力学问题面力边界条件的应用。根据固体力学问题的特点,本文建议采用下述近似处理方法。

首先,针对不完整的支持域导致光滑函数不满足正则化条件的问题,引进正则化因子 α_w 来修正光滑函数:

$$\hat{W}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}',h):=\frac{1}{\alpha_w}W(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}',h) \tag{8}$$

其中

$$\alpha_w=\int_{\Omega_s}W(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}',h)dV(\boldsymbol{x}')$$

式(1)经正则化修正后成为

$$\langle \psi_i \rangle = \sum_{j=1}^{n_s} V_j \psi_j \hat{W}_{ij} = \frac{\sum_{j=1}^{n_s} V_j \psi_j W_{ij}}{\sum_{j=1}^{n_s} V_j W_{ij}} \tag{9}$$

可知正则化因子 α_w 为有限的正值常数,经过正则化改进之后的核函数依然满足非负性、正则性、紧支性、对称性、光滑性等。

其次,对于场变量的梯度公式进行修正。注意到核函数的边界积分可以用区域积分替代:

$$\int_{\partial\Omega_s}\hat{W}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}',h)\boldsymbol{n}(\boldsymbol{x}')dS=-\int_{\Omega_s}\nabla_x\hat{W}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}',h)dV \tag{10}$$

根据式(3),粒子 P_i 处的梯度 $\nabla\psi(\boldsymbol{x})$ 近似值为

$$\langle \nabla\psi(\boldsymbol{x}_i) \rangle = \int_{\partial\Omega_s}\psi(\boldsymbol{x}')\hat{W}(\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{x}',h)\boldsymbol{n}(\boldsymbol{x}')dS + \int_{\Omega_s}\psi(\boldsymbol{x}')\nabla_x\hat{W}(\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{x}',h)dV \tag{11}$$

为简化计算,本文在上述边界积分项中,对用 $\psi(\boldsymbol{x}')$ 在 $\psi(\boldsymbol{x}_i)$ 处进行泰勒展开并取值常数项,即 $\psi_i=\psi(\boldsymbol{x}_i)=\text{const}$ 近似替代 $\psi(\boldsymbol{x}')$,应用式(10)得到近似公式:

$$\langle \nabla\psi(\boldsymbol{x}_i) \rangle \approx \int_{\Omega_s}[\psi(\boldsymbol{x}')-\psi(\boldsymbol{x}_i)]\nabla_x\hat{W}(\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{x}',h)dV \tag{12}$$

因此,式(7)修正为

$$\langle \nabla\psi(\boldsymbol{x}_i) \rangle = \sum_{j=1}^{n_s} V_j(\psi_j-\psi_i)\hat{\boldsymbol{G}}_{ij} \tag{13}$$

其中

$$\hat{\boldsymbol{G}}_{ij}=\frac{1}{\alpha_w}\boldsymbol{G}_{ij}$$

为验证上述梯度近似公式的有效性,以函数 $f(x)=x^2$ 为例,按上述方法计算函数在区间 $x\in[-1,1]$ 上的导数,并与传统 SPH 法常用的近似方法相比较。进一步比较公式在非线性中的近似结果,函数 $f(x)=x^3$,计算函数在区间 $x\in[0,1]$,从公式可以看出,本文的方法较传统 SPH 法除计算了一个常数因子之外并没有增加多余的计算量,结果如图 1 所示,其中数值计算采用的粒子间距为 0.05。结果表明,本文对函数梯度的边界处理仍有一定的误差,但还是优于传统 SPH 法的近似结果,其中,若边界处的函数梯度为零时,其近似结果与真实解吻合(图 1(b))。

2 弹性体边值问题光滑粒子解法

以二维弹性力学问题为例,以位移为基本未知量,建立按光滑粒子法进行求解的数学公式。这些公式可直接推广到三维问题。

2.1 粒子位移、应变与应力

将弹性体按第 1 节所述方法进行离散,用 $\boldsymbol{d}_i$ 代表节点(粒子质心点) $\boldsymbol{x}_i$ 处位移。粒子 P_i 所代表的区域

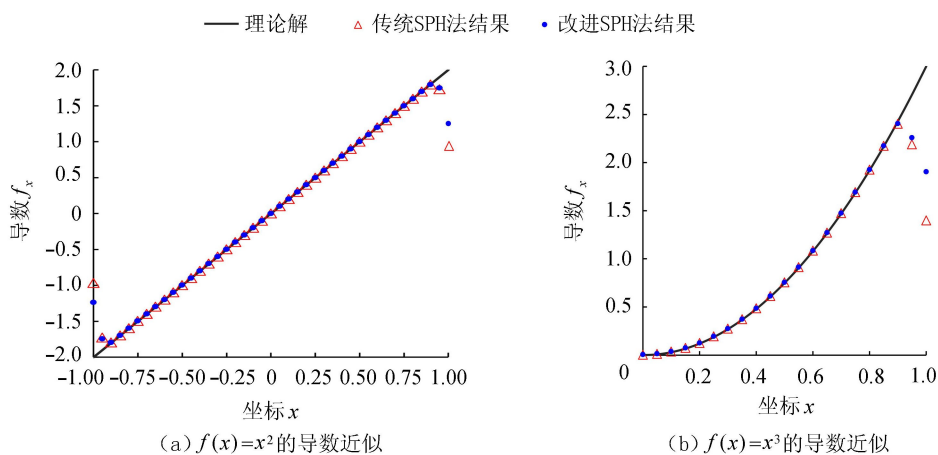


图1 传统 SPH 法与改进 SPH 法的导数近似比较

Fig.1 Comparison of the derivative approximation between the traditional SPH and the modified SPH with regularization

Ω_{ei} 内的位移 $\langle \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}_i) \rangle$ (粒子位移) 及位移梯度 $\langle \nabla \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}_i) \rangle$ (粒子位移梯度), 用 $\boldsymbol{x}_i$ 支持域内粒子的光滑函数插值近似:

$$\langle \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}_i) \rangle = \sum_{j=1}^{n_s} V_j(\boldsymbol{d}_j - \boldsymbol{d}_i) \hat{\boldsymbol{W}}_{ij} + \boldsymbol{d}_i =: \sum_{j=1}^{n_s} \boldsymbol{d}_j \hat{\boldsymbol{w}}_{ij} \tag{14}$$

$$\langle \nabla \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}_i) \rangle = \sum_{j=1}^{n_s} V_j(\boldsymbol{d}_j - \boldsymbol{d}_i) \otimes \hat{\boldsymbol{G}}_{ij} =: \sum_{j=1}^{n_s} \boldsymbol{d}_j \otimes \hat{\boldsymbol{g}}_{ij} \tag{15}$$

其中

$$\hat{\boldsymbol{w}}_{ij} = \begin{cases} V_j \hat{\boldsymbol{W}}_{ij} & j \neq i \\ V_i \hat{\boldsymbol{Q}}_{ii} - \sum_{k=1}^{n_s} V_k \hat{\boldsymbol{W}}_{ik} + 1 & j = i \end{cases} \quad \hat{\boldsymbol{g}}_{ij} = \begin{cases} V_j \hat{\boldsymbol{G}}_{ij} & j \neq i \\ V_i \hat{\boldsymbol{G}}_{ii} - \sum_{k=1}^{n_s} V_k \hat{\boldsymbol{G}}_{ik} & j = i \end{cases}$$

区域 Ω_{ei} 内的应变(粒子应变)可以按几何关系直接从位移梯度得到。为便于编程,采用矩阵表达形式,区域 Ω_{ei} 内的粒子位移、应变、应力采用如下的列阵形式:

$$\langle \boldsymbol{u} \rangle_i = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}_i \quad \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_i = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} + \varepsilon_{21} \end{Bmatrix}_i \quad \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle_i = \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}_i \tag{16}$$

根据式(14)可得粒子位移的光滑函数插值公式,以及与有限元公式形似的应变和应力插值公式

$$\langle \boldsymbol{u} \rangle_i = \boldsymbol{N}_i \boldsymbol{d}_i \quad \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_i = \boldsymbol{B}_i \boldsymbol{d}_i \quad \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle_i = \boldsymbol{D} \boldsymbol{B}_i \boldsymbol{d}_i \tag{17}$$

其中

$$\boldsymbol{d}_i = [d_1^1 \quad d_2^1 \quad d_1^2 \quad d_2^2 \quad \cdots \quad d_1^{n_s} \quad d_2^{n_s}]^T$$
$$\boldsymbol{N}_i = [\hat{\boldsymbol{w}}_{i1} \boldsymbol{I} \quad \hat{\boldsymbol{w}}_{i2} \boldsymbol{I} \quad \cdots \quad \hat{\boldsymbol{w}}_{in_s} \boldsymbol{I}]$$

式中: $\boldsymbol{D}$ ——弹性矩阵; $\boldsymbol{B}_i$ —— $3 \times 2n_s$ 的系数矩阵,其因子要按式(15)计算经过适当的排列得到; $\boldsymbol{I}$ —— 2×2 单位矩阵。

2.2 控制方程的建立

光滑粒子位移法的控制方程可通过考虑每个物质粒子的平衡得到。为了避免在公式中用到位移的二阶导数,本文按最小势能原理建立离散系统的控制方程。经过粒子离散后,弹性体的总势能为

$$\Pi = \sum_{i=1}^{n_p} \int_{\Omega_{ei}} \frac{1}{2} \langle \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{D} \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_i dV - \sum_{i=1}^{n_p} \int_{\Omega_{ei}} \langle \boldsymbol{u}^T \rangle_i \{ \boldsymbol{f}_{bi} \} dV - \sum_{k=1}^{n_{pl}} \int_{\partial \Omega_{ek}} \langle \boldsymbol{u}^T \rangle_k \bar{\boldsymbol{f}}_{sk} dS \tag{18}$$

经过整理后,在应用极值条件 $\partial \Pi(\boldsymbol{d}) / \partial d_i = 0 \quad (i=1, 2, \cdots, n_p)$ 后可得到离散系统的控制方程组:

$$\boldsymbol{K} \boldsymbol{d} = \boldsymbol{F} \tag{19}$$

其中

$$K = \sum_{i=1}^{n_p} c_i^T B^T D B_i c_i V_i$$
$$F = F_b + F_s \quad F_b = \sum_{i=1}^{n_p} c_i^T N_i^T f_{bi} V_i \quad F_s = \sum_{k=1}^{n_{pl}} c_k^T N_k^T f_{sk} S_k$$

式中: d ——按整体排列的节点位移列阵; K ——刚度矩阵; c_i ——自由度整体排列选择矩阵,满足条件: $d_i = c_i d$; F ——等效节点力,包括了体力贡献 F_b 和面力贡献 F_s ; S_k ——与边界粒子 P_k 关联的面积元。注意面力计算在受到面力直接作用的边界粒子上进行,但位于这些边界粒子支持域内的节点处,面力都会产生等效节点力。

对于施加位移边界,从式(14)可知,节点位移 d 是符合基本(狄拉克)边界条件的,故可针对具体问题,直接引入相应的边界条件后即可求解。

3 算 例

通过 2 个算例说明上述光滑粒子数值方法求解弹性力学问题的有效性。

算例 1 两端固支矩形截面弹性梁在上下表面均匀分布荷载作用下的平面弯曲问题。梁的几何尺寸和荷载信息如图 2 所示。其中材料参数取剪切弹性模量为 80 GPa,泊松比为 0.32。数值求解采用均匀分布的 15 000 个粒子离散平面区域,粒子间隔为 0.01 m。光滑函数采用高斯函数形式,光滑长度 h 取值为初始粒子间距的 90%。支持域的半径取值为光滑长度的 3 倍。

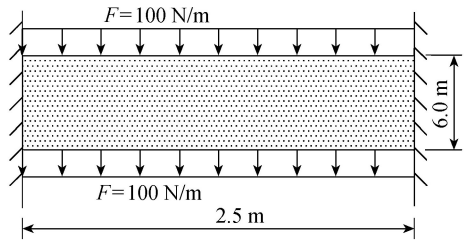


图 2 两端固支弹性梁受均布荷载示意图
Fig. 2 Diagram of uniformly distributed load on the elastic beam with two fixed ends

图 3~5 给出了按本文方法得到的数值解位移和应力云图。应力云图为场点应力解按式(9)进行一次光滑化处理得到的结果。作为比较,有限元法对同样的问题得到的数值解也一并在图中展示。有限元解应用 ABAQUS 软件计算得到,采用 15 000 个单元(15 311 个节点),单元类型为 CPS4R。

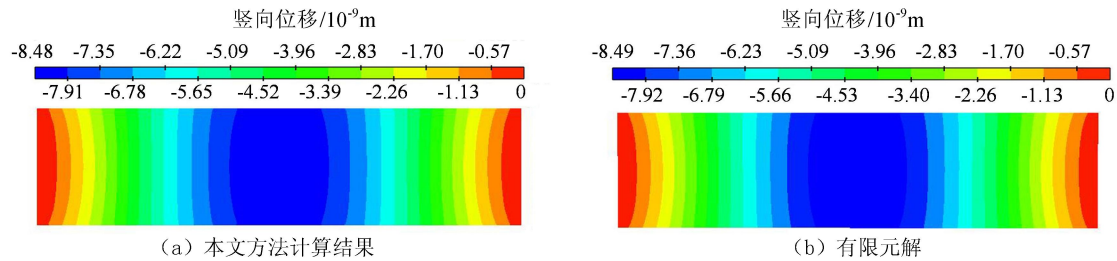


图 3 竖向位移云图
Fig. 3 Contour plots of vertical displacement

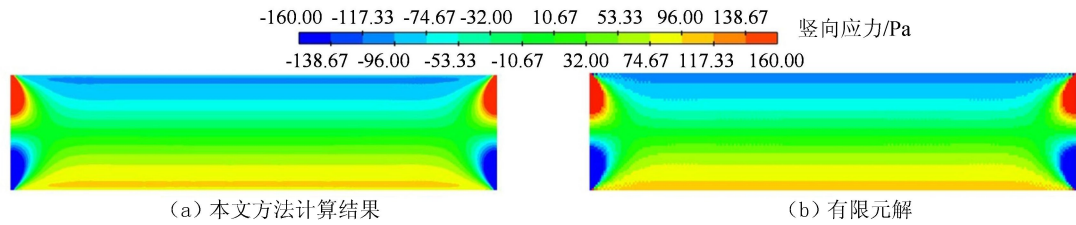


图 4 竖向应力云图
Fig. 4 Contour plots of vertical stress

从图 3~5 中可以看出,本文建立的光滑粒子法得到的解与有限元解答一致。本文方法得到的最大竖向位移较有限元解的相对误差仅为 0.12%。应力云图也与有限元解相吻合,且竖向应力值沿着边界没有明显波动,与设定的边界条件一致。与文献[14]的数值解相比(应用了五阶样条光滑函数,并采用了 15 000 个实粒子、3 864 个虚粒子进行求解。),本文得到的位移和应力解答都更接近于问题的实际解答,在边界处也与设定的边界条件更为一致。

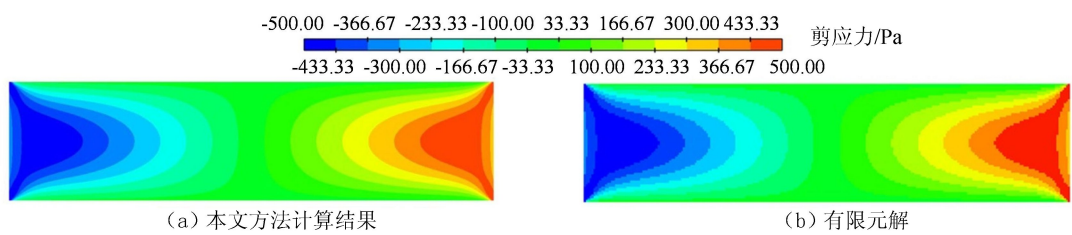


图5 剪应力云图

Fig.5 Contour plots of shear stress

算例2 左端固支、右端自由弹性悬臂梁,在自由端承受呈抛物线形的切向分布面力荷载作用,切向力合力 $P=400\text{ N}$ (分布力集度最大值 1000 N/m),梁的几何尺寸见图6。

数值解采用同样的光滑函数及同样数量的离散粒子数。材料参数取弹性模量为 200 MPa ,泊松比为 0.32 。计算结果与 Timshenko 等^[19]的理论解进行比较。图7给出了梁轴线挠度和梁中间横截面剪应力数值解和理论解的比较。图7表明,本文建立的光滑粒子数值法对于位移和应力都给出了极好的近似解(自由端的挠度相对误差为 1.58% ,应力相对误差的最大误差位于边界处(其值为 0.94%))。进一步以梁自由端挠度为基准,分析挠度的计算误差与粒子间距(节点密度)和光滑长度间的关系。如图8所示,将传统方法和本文改进后的光滑粒子法进行比较,从图8可以看出改进后的数值解优于传统的光滑粒子法。光滑粒子法数值解为上限逼近,数值解的误差随粒子间距的减小而减小。对于光滑长度而言,取值在 1.1 倍粒子间

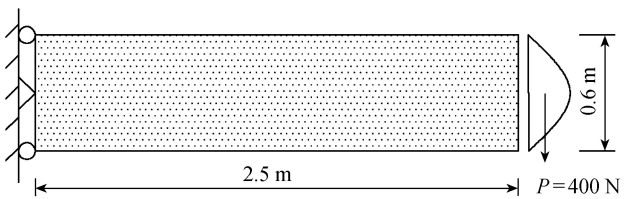


图6 弹性悬臂梁自由端受抛物线形的切向分布荷载

Fig.6 Cantilever beam loaded with a parabolic distributed load at the end

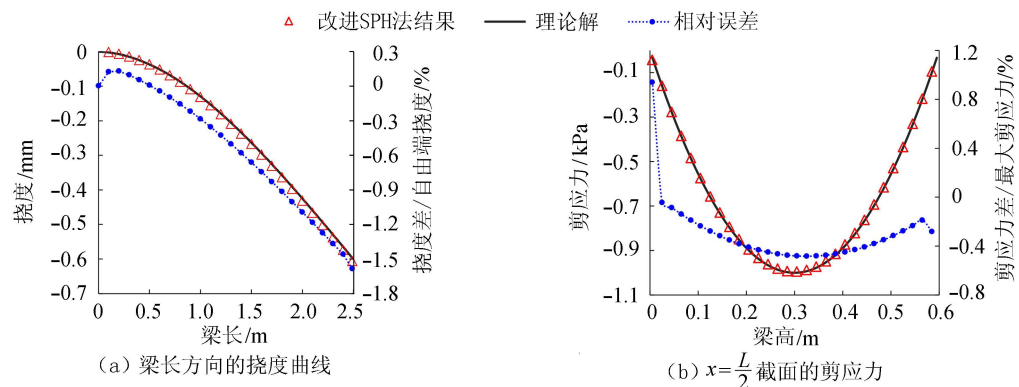


图7 算例2数值解与理论解的比较

Fig.7 Comparison between numerical and theoretical solutions of case 2

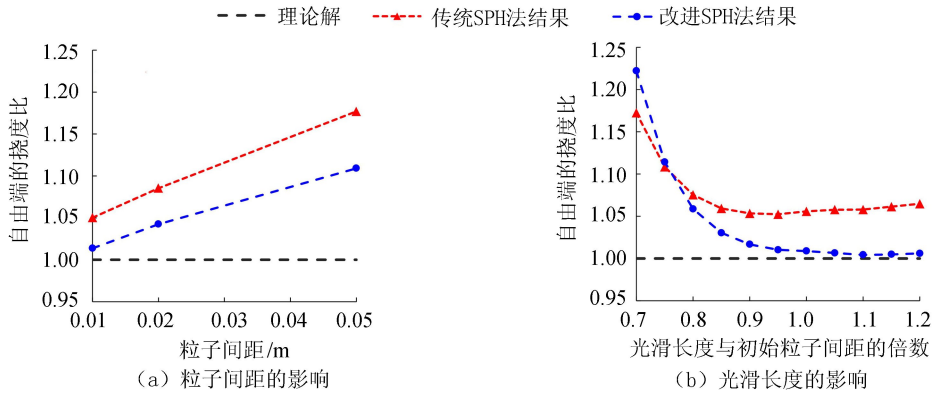


图8 悬臂梁自由端挠度的误差影响分析

Fig.8 Error analysis of the deflection of free end

距附近时,可以取得最佳的近似解。当光滑长度与粒子间距的比值小于 1.1 时,梁端挠度的数值解误差随着该比值的减小而增长较快。对于一般固体变形问题,光滑长度的最佳取值还可作进一步研究。

4 结 语

基于连续体的粒子离散和最小势能原理,建立了求解固体力学静力学边值问题的光滑粒子数值解法。本文建立的数值方法在 2 个方面不同于已有文献中的同类方法:其一是按最小势能原理建立离散系统的控制方程,放弃了强形式的平衡条件,不需要计算位移二阶导数,避免了由此带来的误差。其二是提出了一种新的边界条件处理方法,通过对不完整支持域上的光滑函数的正则化处理及对边界粒子的光滑化积分修正以及可以在边界粒子上直接施加已知位移或已知面力约束,从而完全脱离了传统 SPH 法在边界处布置虚粒子的处理方式。文中给出的算例表明,对于弹性体变形的边值问题,本文的数值方法能够保证在不增加计算量(仅多计算一个正则化因子,并且减少了虚粒子的计算)改善了边界条件的处理(直接施加位移和应力边界条件)的同时,得到较高精度的位移和应力解。在本文工作基础上,还可以进一步考虑有限变形与材料非线性等问题。

参考文献:

- [1] LUCY L B. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis [J]. The Astronomical Journal, 1977, 82: 1013-1024.
- [2] MONAGHAN J J. Simulating free surface flows with SPH [J]. Journal of Computational Physics, 1994, 110(2): 399-406.
- [3] LIBERSKY L D, PETSCHKE A G, CARNEY T C, et al. High strain Lagrangian hydrodynamics: a three-dimension SPH code for dynamic material response [J]. Journal of Computational Physics, 1993, 109: 67-75.
- [4] ADAMI S, HU X Y, ADAMS N A. A generalized wall boundary condition for smoothed particle hydrodynamics [J]. Journal of Computational Physics, 2012, 231: 7057-7075.
- [5] 邵家儒,杨瑜. 三维洪水流动的 SPH 数值模型[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2017, 45(6): 515-521. (SHAO Jiaru, YANG Yu. Numerical study of 3D flooding flow using SPH method [J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2017, 45(6): 515-521. (in Chinese))
- [6] 周学君,陈丁,黄文雄. 基于长程力的 SPH 方法固壁边界处理[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2017, 45(2): 153-160. (ZHOU Xuejun, CHEN Ding, HUANG Wenxiong. Solid boundary treatment for SPH method based on long-range force [J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2017, 45(2): 153-160. (in Chinese))
- [7] GRIMALDI A, SOLLO A, GUIDA M, et al. Parametric study of a SPH high velocity impact analysis: a birdstrike windshield application [J]. Composite Structures, 2013, 96: 616-630.
- [8] CLEARY P W, PRAKASH M, DAS R, et al. Modelling of metal forging using SPH [J]. Applied Mathematical Modelling, 2012, 36(8): 3836-3855.
- [9] CHAKRABORTY S, SHAW A. A pseudo-spring based fracture model for SPH simulation of impact dynamics [J]. International Journal of Impact Engineering, 2013, 58: 84-95.
- [10] 胡嫚,谢谟文,王立伟. 基于弹塑性土体本构模型的滑坡运动过程 SPH 模拟[J]. 岩土工程学报, 2016, 38(1): 58-67. (HU Man, XIE Mowen, WANG Liwei. SPH simulations of post-failure flow of landslides using elastic-plastic soil constitutive model [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 38(1): 58-67. (in Chinese))
- [11] BUI H H, FUKGAWA R, SAKO K, et al. Lagrangian mesh-free particle method (SPH) for large deformation and post-failure flows of geomaterial using elastic-plastic soil constitutive model [J]. International Journal for Numerical Analytical Methods in Geomechanics, 2008, 32: 1537-1570.
- [12] 陈思,袁晓光,周岱. 基于 SPH 的动力松弛法[J]. 固体力学学报, 2011, 32(增刊 1): 127-133. (CHEN Si, YUAN Xiaoguang, ZHOU Dai. The dynamic relaxation method based on SPH [J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2011, 32 (Supl): 127-133. (in Chinese))
- [13] 明付仁,张阿漫,姚熊亮. 弹性壳结构静力与动力分析的光滑粒子法[J]. 物理学报, 2013, 62(11): 27-37. (MING Furen, ZHANG Aman, YAO Xiongliang. Static and dynamic analysis of elastic shell structures with smooth particle method [J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(11): 27-37. (in Chinese))
- [14] 周岱,陈思,董石麟,等. 弹性力学静力问题的 SPH 方法[J]. 工程力学, 2008, 25(9): 28-34. (ZHOU Dai, CHEN Si, DONG Shilin, et al. Elastic analysis by improved SPH method [J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(9): 28-34. (in Chinese))

[15] BROOKSHAW L. A method of calculating radiative heat diffusion in particle simulations[J]. Proceedings Astronomical Society of Austrilia, 1985, 6(2): 207-210.

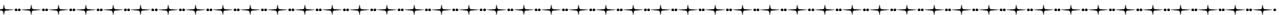
[16] WATKINS S J, BHATTAL A S. A new prescription for viscosity in smoothed particle hydrodynamics [J]. Astronomy and Astrophysics Supplement Series, 1996, 119(1): 177-187.

[17] 刘虎,强洪夫,陈福振,等. 一种新型光滑粒子动力学固壁边界施加模型[J]. 物理学报, 2015, 64(9): 384-397. (LIU Hu, QIANG Hongfu, CHEN Fuzhen, et al. A new boundary treatment method in smoothed particle hydrodynamics [J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(9): 384-397. (in Chinese))

[18] LIU G R, LIU M B. Smoothed particle hydrodynamics: a meshfree particle method [M]. Singapore: World Scientific, 2003.

[19] TIMOSHENKO S P, GOODIER J N. Theory of elasticity [M]. 3rd edition. New York: McGraw-Hill, 1970.

(收稿日期:2017-09-21 编辑:高建群)



· 简讯 ·

第十届全国地震工程学术会议将在上海市召开

为了交流地震工程领域近年来在产、学、研方面的科技成果,促进地震工程理论和实践的进步与发展,加强地震工程学科与相关学科的相互促进与共同提高,推动我国地震工程事业的发展和重大工程技术难题的解决,经主办单位中国建筑学会抗震防灾分会、中国地震学会地震工程专业委员会和中国地震工程联合会研究,拟定于2018年8月22—25日在上海市召开第十届全国地震工程学术会议。本次会议由同济大学承办,由恢先地震工程学基金会(中国)、美中地震工程学基金会(美国)和《建筑结构》杂志社协办。

全国地震工程学术会议是我国地震工程和工程抗震防灾方面最高层次的学术盛会。首届全国地震工程学术会议于1984年在上海召开,之后各届会议的召开时间和地点情况如下:第二届(1987年,武汉),第三届(1990年,大连),第四届(1994年,哈尔滨),第五届(1998年,北京),第六届(2002年,南京),第七届(2006年,广州),第八届(2010年,重庆),第九届(2014年,哈尔滨)。全国地震工程学术会议规模不断扩大,论文质量与研究的深度、广度不断提升,促进了地震工程理论和实践的进步与发展,加强了地震工程学科与相关学科的互相渗透、相互促进和互相提高,对我国地震工程学术水平的提升起到了积极的推动作用。

详情请见 <http://www.10cncee.org/>

(本刊编辑部供稿)

“六·五”世界环境日

1972年6月5日联合国在瑞典首都斯德哥尔摩召开了联合国人类环境会议,会议通过了《人类环境宣言》,并提出将每年的6月5日定为“世界环境日(World Environment Day)”。同年10月,第27届联合国大会通过决议接受了该建议。世界环境日的确立,反映了世界各国人民对环境问题的认识和态度,表达了人类对美好环境的向往和追求。它是联合国促进全球环境意识、提高政府对环境问题的注意并采取行动的主要媒介之一。联合国环境规划署每年6月5日选择一个成员国举行“世界环境日”纪念活动,发表《环境现状的年度报告书》及表彰“全球500佳”,并根据当年的世界主要环境问题及环境热点,有针对性地制定每年的“世界环境日”主题。

联合国环境规划署将2018年世界环境日的主题确定为:“塑战速决”Beat Plastic Pollution,呼吁世界,齐心协力对抗一次性塑料污染问题。2018年“六·五”世界环境日中国主题为“美丽中国,我是行动者”,旨在推动社会各界积极参与生态文明建设,携手行动,共建天蓝、地绿、水清的美丽中国。

(本刊编辑部供稿)