

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2018.06.009

岩石软化时效变形的弹黏塑性模型表征

王智超^{1,2},周 丁²,王维国²,胡 茜²

(1. 湘潭大学岩土力学与工程安全湖南省重点实验室(培育),湖南 湘潭 411105;
2. 湘潭大学土木工程与力学学院,湖南 湘潭 411105)

摘要:为同时描述岩石应变软化以及时间相依的变形特征,基于超固结土的下负荷面模型,依据相对过应力思路,以 Hashiguchi 的下负荷面为参考屈服面,建立一种能表征岩石软化时效变形特征的弹黏塑性本构模型。相对于原下负荷面模型,新模型增加了 2 个能通过不同应变速率三轴压缩试验测定的率敏性参数 c_0 和 m' ,并结合岩石的特点用弹性模量 E_0 和变形模量 E_d 代替原模型中的回弹指数 κ 与压缩指数 λ 。新模型采用以当前应力、黏塑性应变以及黏塑性应变速率为状态变量的动屈服准则函数,给出了基于 Newton-Raphson 迭代的应力积分算法,且成功地将其嵌入到大型有限元软件 ABAQUS 中。利用新模型对岩石率敏性三轴试验进行模拟验证,结果表明:预测结果与试验结果吻合良好;模型参数物理意义清晰、简单可测,能正确描述岩石的率敏性及应变软化等特征,可用于复杂边值问题的有限元计算。

关键词: 岩石;率敏性;应变软化;弹黏塑性模型;本构关系

中图分类号: U416.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-1980(2018)06-0527-06

Modelling the time-dependent strain softening behavior of rock with an elasto-viscoplastic constitutive model

WANG Zhichao^{1, 2}, ZHOU Ding², WANG Weiguo², HU Qian²

(1. Hunan Key Laboratory of Geomechanics and Engineering Safety, Xiangtan University, Xiangtan 411105, China;

2. College of Civil Engineering and Mechanics, Xiangtan University, Xiangtan 411105, China)

Abstract: In order to describe the strain softening behavior and time-dependent characteristics of rock, an elasto-viscoplastic constitutive model is proposed considering the influence of time-dependent strain softening behavior. The new model was based on the sub-loading surface theory of over-consolidated soil and adopted the Hashiguchi's sub-loading yield surface as a referenced yield surface. Besides, a relative overstress relation is used to obtain the dynamic loading surface at any strain rate based on the referenced yield surface. Two material parameters, c_0 and m' , which are related to the rate sensitivity, were added into the new model, and they can be determined by triaxial compression tests with different strain rates. The expansion index κ and compression index λ in the original model were replaced by elastic modulus E_0 and deformation modulus E_d respectively, combining the characteristics of rock. A dynamic equilibrium condition, using the current stress, viscoplastic strain and viscoplastic strain rate as state variables, was adopted as a convergence criterion. After that, this model has been implemented into ABAQUS with the Newton-Raphson iteration. Simulations on the rate sensitivity triaxial tests of rock were conducted to verify the proposed model. The results show that the predicted results of model are in good agreement with experimental data. Meanwhile, material parameters are easy to understand and measure with clear physical meaning. Therefore, the proposed model can be used in the finite element calculation of complex boundary value problems.

Key words: rock; rate-dependent behavior; strain softening; elasto-viscoplastic model; constitutive relation

基金项目: 国家自然科学基金(51308485);湖南省自然科学基金(2016JJ2133);湖南省教育厅优秀青年项目(17B260)

作者简介: 王智超(1980—),男,副教授,博士,主要从事岩土流变学研究。E-mail: wzc98231@163.com

引用本文: 王智超,周丁,王维国,等. 岩石软化时效变形的弹黏塑性模型表征[J]. 河海大学学报(自然科学版),2018,46(6):527-532.

WANG Zhichao, ZHOU Ding, WANG Weiguo, et al. Modelling the time-dependent strain softening behavior of rock with an elasto-viscoplastic constitutive model[J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences), 2018, 46(6): 527-532.

工程岩体在长期服役环境下往往会发生蠕变、应力松弛等流变现象;其在加载过程中也会出现应变软化等复杂变形行为。随着我国中西部地区基础设施建设的快速发展,出现了许多高陡岩质边坡、深埋隧道以及水利大坝,不可避免地需要关注岩石流变、软化破坏等全过程力学特性。分析和预测岩石时间相依以及应变软化的变形特征,将是一项很有意义和挑战的研究工作。自 20 世纪 70 年代以来,针对岩石应变软化变形特征,不少学者开始对其本构关系开展研究工作。Nayak 等^[1]在 1972 年提出了含有应变软化段的弹塑性本构关系。在此基础上,沈新普等^[2]给出了完整的弹脆塑性本构积分的数值格式和增量型弹脆塑性有限元求解算法,从而有了应变空间中应变软化材料与弹脆塑性硬化材料通用的本构理论。1981 年,日本学者川本眺万^[3]首先提出线性塑性应变软化模型,在岩土工程中得到广泛应用。张帆等^[4]、沈华章等^[5]基于花岗岩室内三轴试验,建立了反映花岗岩峰后应变软化的弹塑性模型。李文婷等^[6]和孙闯等^[7]基于 Mohr-Coulomb 强度准则分别对大理岩和泥岩构建了非线性本构模型。与此同时,在岩石时效变形特性研究方面:一类研究重点关注岩石的率敏性,如 Okubo 等^[8]和李永胜^[9]分别对几类岩石开展了不同加载速率的压缩试验,探讨了加载速率对岩石力学特性的影响,其中 Okubo 给出了峰值强度随应变速率增大而增大的经验公式。廖红建等^[10]基于一种硅藻质软岩材料率敏性室内试验,验证了殷建华与 Graham 的三维弹黏塑性模型能反映软岩的率相关应力应变特性;另一类研究则关注岩石的蠕变和松弛等问题,并建立了各种类型的蠕变本构模型^[11-12]。

综上,国内外学者已分别针对岩石的应变软化特征以及时间相依变形行为进行了研究,但目前鲜有学者提出能同时描述两者变形行为的本构模型。为解决这一难题,以描述超固结土应变软化的下负荷面为参考屈服面,通过对岩石开展率敏性试验,按照相对过应力关系,建立一种全新的岩石弹黏塑性本构模型,表征岩石软化时效变形。

1 岩石软化时效变形特征

通过岩石的室内三轴压缩以及蠕变等常规试验,可以观察到岩石均具有较为明显的应变软化以及时间相依的变形特征,其中时间相依的变形特征主要表现为岩石三轴加载过程中的率敏性以及蠕变等变形行为。

1.1 应变软化

岩石在达到峰值强度后,随着变形的继续增加,其强度逐渐下降并最终达到稳定状态的现象,称为应变软化。张帆等^[4]在不同围压下对三峡花岗岩进行常规三轴压缩试验,得出结论:花岗岩随着围压的增加,岩石延性逐渐增强,峰值强度与残余强度也相应地增大,具有显著的应变软化特征。

1.2 率敏性

加载速率的影响,实质是岩石的黏滞性,大量工程实践与研究表明,岩石的应力-应变关系具有时间相依性。廖红建等^[10]对硅藻质软岩进行了不同加载速率的应变控制式固结不排水三轴试验,得出结论:硅藻质软岩有明显的应变速率效应,随着应变速率的增大,应力峰值显著提高。

1.3 蠕变

蠕变是岩石流变特性方面的重要研究内容之一,于怀昌等^[11]在 1 MPa 围压下对饱和粉砂质泥岩进行三轴压缩蠕变试验,认为粉砂质泥岩试样的蠕变规律与普通蠕变规律一般,瞬时应变、蠕变应变和总应变均随应力水平的增加而增大,在各级应力水平下,岩石试样的总体变形以瞬时压缩为主。

上述试验现象说明应变软化与时间相依性是岩石力学研究中的 2 个重要特性,因此建立一个能同时体现应变软化及时效性的本构模型对岩石力学特性的研究具有重要意义。

2 基于下负荷面的弹黏塑性模型及应力积分算法

为了描述超固结土剪胀应变软化现象,日本学者 Hashiguchi 等^[13]提出了下负荷面的概念(图 1)和本构模型。与经典弹塑性理论相比,该模型不需要判断应力状态是否达到屈服面,可以简化本构模型程序编制。王智超等^[14]以下负荷面为参考屈服面,按照相对过应力方式将该模型拓展为可描述超固结土剪胀软化的弹黏塑性本构模型。图 1 中, λ 与 κ 分别是压缩指数与回弹指数, k_u 为超固结土的硬化参数, k_s 为正常固结土的硬化参数, M 为临界状态下剪切应力比, e 为孔隙比, p'_0 为初始有效应力, ϵ_v^p 为黏塑性体积应变, ρ 为超固结状态 A 点与正常固结状态 B 点之间的孔隙比之差:

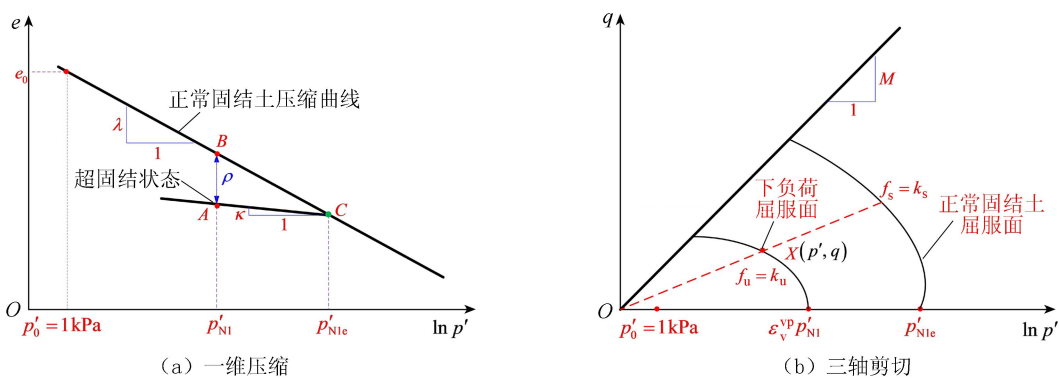


图 1 下负荷面基本特征
Fig.1 Essential features of the sub-loading surface

$$\rho = (\lambda - \kappa) \ln \frac{p'_{N1e}}{p'_{N1}} = (\lambda - \kappa) \ln \omega \tag{1}$$

式中： p'_{N1e} 、 p'_{N1} ——正常固结土与超固结土的屈服面在平均有效应力 p' 轴上的交点； ω ——超固结比 OCR。
由于 ρ 随超固结比的变化而变化，在一般情况下 ρ 也可以表征为超固结演化函数。

2.1 动屈服准则函数

按照相对过应力思路，将下负荷面剑桥屈服函数视为室内常规加载速率下（约为 $10^{-7} \sim 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ）的参考屈服函数，记为 f_u （图 1）：

$$f_u = \frac{q_u}{Mp'_u} + \ln p'_u = k_u = \ln \sigma'_{my,u} \tag{2}$$

其中
 $k_u = k_s - \ln p'_{N1e} + \ln p'_{N1}$
式中： $\sigma'_{my,u}$ ——参考下负荷面硬化函数。

综合总结的过应力理论与下负荷面剑桥模型^[14]，可构造一个与应力 σ_{ij} 、黏塑性体积应变 ϵ_v^{vp} 以及黏塑性偏应变速率 ϵ_d^{vp} 相关的动屈服准则函数：

$$g(\sigma_{ij}, \epsilon_v^{vp}, \epsilon_d^{vp}) = \frac{c_0}{M\sigma'_m} \left(\frac{\sigma'_m}{\sigma'_{m0}} \right)^{m'} \exp \left[m' \left(\frac{\eta}{M} + \frac{\rho}{\lambda - \kappa} - \frac{1 + e_0}{\lambda - \kappa} \epsilon_v^{vp} \right) \right] - \epsilon_d^{vp} = 0 \tag{3}$$

式中： c_0 、 m' ——与材料时间相依性质相关的参数； σ'_m ——平均有效应力； σ'_{m0} ——土的先期固结应力； η ——应力比； e_0 ——初始孔隙比。

超固结演化函数 ρ 定义为

$$\frac{d\rho}{(1 + e_0)\rho^2} = a d\epsilon_p^{vp} \tag{4}$$

式中： $d\epsilon_d^{vp}$ ——黏塑性偏应变增量； a ——材料参数，决定超固结比的变化速率， a 越大超固结重塑土的峰值强度越低，当 $\rho=0$ 时超固结土将成为正常固结土。

2.2 模型针对岩石的参数调整

岩石在三轴试验中往往表现出明显的剪胀软化等现象，张峰^[15]提出可将软弱岩石视为一种重超固结土，并利用下负荷面剑桥模型来描述岩石的变形行为。然而岩石与土存在差异，如土的一维固结或回弹试验等常规室内试验难以运用于岩石，因此前述建立的基于下负荷面的弹黏塑性本构模型中土的 λ 、 κ 参数可用岩石的弹性模量 E_0 和变形模量 E_d 代替，其定义分别为

$$E_0 = \frac{3(1 - 2\mu)(1 + e_0)\sigma'_{m0}}{\kappa} \quad E_d = \frac{3(1 - 2\mu)(1 + e_0)\sigma'_{m0}}{\lambda} \tag{5}$$

式中： μ ——岩石的泊松比； σ'_{m0} ——岩石的弹性屈服应力。

μ 、 e_0 、 σ'_{m0} 为岩石的基本材料参数，可直接通过试验确定； E_0 可以根据岩石三轴压缩试验应力-应变曲线确定，而 E_d 则需给定，一般约为 10% ~ 90%。岩石的 M 为

$$M = \frac{6 \sin \varphi}{3 - \sin \varphi} \tag{6}$$

参数 c_0 和 a 可结合岩石三轴的率敏性试验拟合综合确定。针对岩石的参数调整,式(3)动屈服准则函数中的 $\lambda-\kappa$ 满足

$$\lambda-\kappa=3(1-2\mu)(1+e_0)\sigma'_{m0}\frac{E_0-E_d}{E_0E_d}$$

(7)

2.3 应力积分算法实现

基于 ABAQUS 提供的 UMAT 子程序接口,新建立的岩石弹黏塑性本构需要提出一套应力积分算法来实现该模型在有限元边值问题的应用。在某一时间段 $t+\Delta t_{n+1}$ 内黏塑性偏应变率 $\varepsilon_{d,n+1}^{vp}$,采用时间积分的一般格式可以得到

$$\varepsilon_{d,n+1}^{vp}=\frac{1}{\Theta}\left[\frac{1}{\Delta t_{n+1}}\Delta\varepsilon_{d,n+1}^{vp}-(1-\Theta)\varepsilon_{d,n}^{vp}\right]$$

(8)

式中: Θ ——时间积分因子; $\varepsilon_{d,n}^{vp}$ —— t_n 时刻的黏塑性应变率; $\Delta\varepsilon_{d,n+1}^{vp}$ —— $t_{n+1}=t_n+\Delta t_{n+1}$ 时刻的黏塑性应变增量; $n,n+1$ —— t_n 时刻和 t_{n+1} 时刻。

将式(8)代入式(3)并对其取对数,可得

$$g(\sigma_{ij},\varepsilon_v^{vp},\varepsilon_d^{vp})=\frac{m'-1}{m'}\ln\sigma'_{m,n+1}-\ln\omega\sigma'_{myi}+\frac{\eta_{n+1}}{M}+\frac{\rho_{n+1}}{\lambda-\kappa}-\frac{1+e_0}{\lambda-\kappa}\varepsilon_{v,n+1}^{vp}-\frac{1}{m'}\ln\left\{\frac{M}{c_0\Theta}\left[\frac{\Delta\varepsilon_{d,n+1}^{vp}}{\Delta t_{n+1}}-(1-\Theta)\varepsilon_{d,n}^{vp}\right]\right\}$$

(9)

对于式(9),正确的 $\Delta\varepsilon_{d,n+1}^{vp}$ 将使 $g=0$,这意味着按 Newton-Raphson 法第 $i+1$ 次迭代,有

$$(\Delta\varepsilon_{d,n+1}^{vp})_{i+1}=(\Delta\varepsilon_{d,n+1}^{vp})_i-\lambda g_i\left(\frac{\partial g_i}{\partial\Delta\varepsilon_{d,n+1}^{vp}}\right)^{-1}$$

(10)

式中: $\lambda(0<\lambda\leq1)$ ——下山因子,可按从 $\lambda=1$ 开始,逐次减半进行试算。

通过上述的迭代确定 $\Delta\varepsilon_{d,n+1}^{vp}$ 后,更新应力和塑性偏应变增量。

3 岩石率敏性三轴试验模拟

3.1 模型参数

为验证建立的弹黏塑性本构模型的合理性,引用文献[16]不同加载速率下的砂岩三轴试验数据进行数值模拟和验证。其中,围压 $\sigma_c=10\text{ MPa}$,不同加载速率下砂岩的应力-应变关系曲线如图 2(a) 所示。从图 2(a) 可以看出,随着加载速率的增加,砂岩的峰值强度显著增强,且都表现出明显的应变软化趋势。当加载速率为 0.005 mm/s 时,不同围压下砂岩的应力-应变关系曲线见图 2(b),由峰值强度得到砂岩内摩擦角 φ 值为 49° ,根据式(6)可确定模型参数 $M=2$ 。

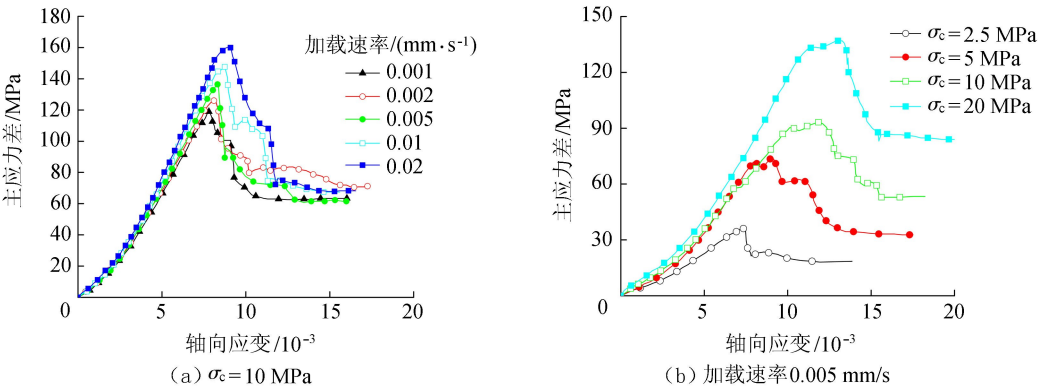


图2 砂岩的应力-应变曲线

Fig.2 Stress-strain curve of sandstone

通过相应的数据处理得到的模型输入参数见表1,表中 $E_0\mu$ 由试验给出, c_0 、 m' 和 a 都是与材料时间相依性质相关的参数,结合率敏性试验数据拟合确定。时间积分因子 Θ 取 0.5,按半隐式积分算法计算。

表 1 模型参数
Table 1 Model parameters

μ	e_0	M	E_0/GPa	E_d/GPa	c_0/s^{-1}	m'	a	ω	$\sigma'_{\text{myi}}/\text{MPa}$
0.29	0.6	2	10	3.02	2×10^{-12}	7	38	1.5	10

3.2 模型验证

将表 1 中的模型参数导入 ABAQUS 中对岩石三轴试验进行数值模拟,得到模拟结果与试验结果如图 3 所示。从图 3(a) 看出,在相同的围压下,其主应力差($\sigma_1-\sigma_3$) 峰值随着加载速率的增大而增大,与图 2(a) 中试验现象一致。5 种不同的加载速率的应力应变曲线基本都与试验曲线吻合良好,需要指出的是,在高加载速率的情况下,模拟曲线趋势与试验曲线基本一致,特别在残余应力状态段,两曲线十分吻合;而在低加载速率下,模拟结果的峰值与残余应力稍小于试验结果,但是两者的应力-应变变化趋势近似一致。由此可以得出模型可以较好地预测岩石率敏性与应变软化等特性、计算结果与试验结果吻合良好的结论。

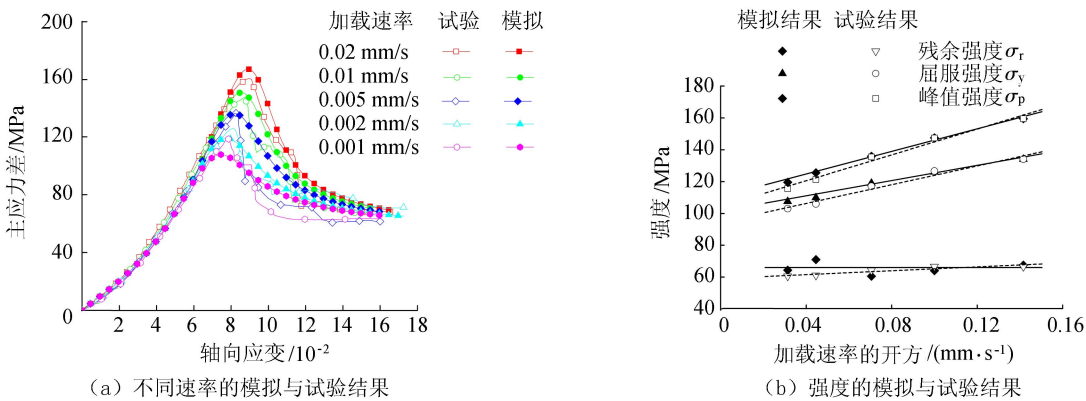


图 3 试验曲线与模拟曲线比较

Fig.3 Comparison between the numerical simulation and the experimental data

强度参数随加载速率变化曲线如图 3(b) 所示,从图可知随着加载速率的增大,屈服强度、残余强度、峰值强度都随之一定程度地增大,与试验结果一致;同时在高加载速率下模拟结果基本与试验结果重合,模拟结果能很好契合试验结果。这表明新模型能正确反映岩石的率敏性,并能有效地模拟岩石应变软化全过程。

4 结 论

- a. 为了反映岩石的应变软化特征以及时间相依变形行为,通过对岩石开展率敏性试验,按照相对过应力关系,建立了一种全新的岩石弹黏塑性本构模型。
- b. 模型借鉴超固结土的下负面模型,针对岩石的特点用弹性模量 E_0 和变形模量 E_d 代替原模型中的回弹指数 κ 与压缩指数 λ 。
- c. 引进 2 个与材料时间相依性质相关的参数 c_0 和 m' ,能很好反映岩石的率敏性,且模型参数意义明确,简单易懂,其中 m' 可通过 2 组率敏性试验确定。
- d. 采用新建的应变软化弹黏塑性本构模型对岩石三轴率敏性试验进行表征,模拟结果与试验结果基本一致,这表明该模型具有一定的正确性和合理性,可用于实际工程中预测岩石受力后的力学特性。

参考文献:

[1] NAYAK G C, ZIENKIEWICZ O C. A generalization for various constitutive relations including strain softening[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1972, 5(1):113-135.

[2] 沈新普, 岑章志, 徐秉业. 弹脆塑性软化本构理论的特点及其数值计算[J]. 清华大学学报(自然科学版), 1995, 35(2):22-27. (SHEN Xinpu, CEN Zhangzhi, XU Bingye. The characteristics of elasto-brittle-plastic softening constitutive theory and its numerical calculation[J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 1995, 35(2): 22-27. (in Chinese))

[3] 川本眺万. ひずみ軟化を考慮した岩盤掘削の解析[C]//Anon. Proceedings of the Japan Society of Civil Engineers. Tokyo:

Japan Society of Civil Engineers,1981:107-117.

- [4] 张帆,盛谦,朱泽奇,等. 三峡花岗岩峰后力学特性及应变软化模型研究[J]. 岩石力学与工程学报,2008,27(增刊1):2651-2655. (ZHANG Fan, SHENG Qian, ZHU Zeqi, et al. Study on post-peak mechanical behavior and strain-softening model of Three Gorges Granite[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 2008,27(Sup1):2651-2655. (in Chinese))
- [5] 沈华章,王水林,刘泉声. 模拟应变软化岩石三轴试验过程曲线[J]. 岩土力学,2014,35(6):1647-1654. (SHEN Huazhang, WANG Shuilin, LIU Quansheng. Simulation of constitutive curves for strain-softening rock in triaxial compression [J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, 35(6):1647-1654. (in Chinese))
- [6] 李文婷,李树忱,冯现大,等. 基于莫尔-库仑准则的岩石峰后应变软化力学行为研究[J]. 岩石力学与工程学报,2011,30(7):1460-1466. (LI Wenting, LI Shuchen, FENG Xianda, et al. Study on post-peak strain softening mechanical properties of rock based on Mohr-Coulomb criterion[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 2011, 30(7):1460-1466. (in Chinese))
- [7] 孙闯,惠心敏楠. 泥岩峰后应变软化行为及围岩-支护结构相互作用研究[J]. 中国矿业大学学报,2016,45(2):254-260. (SUN Chuang, HUI-XIN Minnan. Study on the post peak strain softening behavior of mudstone and the interaction between surrounding rock and supporting structure[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2016, 45(2):254-260. (in Chinese))
- [8] OKUBO S, NISHIMATSU Y, HE C. Loading rate dependence of class II rock behaviour in uniaxial and triaxial compression tests:an application of a proposed new control method[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, 1990, 27(6):559-562.
- [9] 李永盛. 加载速率对红砂岩力学效应的试验研究[J]. 同济大学学报(自然科学版),1995,23(3):265-269. (LI Yongsheng. Experimental analysis on the mechanical effects of loading rates on red sandstone[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 1995, 23(3):265-269. (in Chinese))
- [10] 廖红建,蒲武川,殷建华. 软岩的应变速率效应研究[J]. 岩石力学与工程学报,2005,24(18):3218-3223. (LIAO Hongjian, PU Wuchuan, YIN Jianhua. Study on strain rate effect of soft rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 2005, 24(18):3218-3223. (in Chinese))
- [11] 于怀昌,李亚丽,刘汉东. 粉砂质泥岩常规力学、蠕变以及应力松弛特性的对比研究[J]. 岩石力学与工程学报,2012,31(1):60-70. (YU Huaichang, LI Yali, LIU Handong. Comparative study of conventional mechanical, creep and stress relaxation properties of silty mudstone under triaxial compression[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 2012, 31(1):60-70. (in Chinese))
- [12] 陈绍杰,郭惟嘉,杨永杰. 煤岩蠕变模型与破坏特征试验研究[J]. 岩土力学,2009,30(9):2595-2598. (CHEN Shaojie, GUO Weijia, YANG Yongjie. Experimental study of creep model and failure characteristics of coal[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(9):2595-2598. (in Chinese))
- [13] HASHIGUCHI K, UENO M. Elastoplastic constitutive laws of granular material, constitutive equations of soils[C]//Anon. Proceedings of 9th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Tokyo: Japan Society of Civil Engineers, 1977, 302—305.
- [14] 王智超,金刚,吴晓峰,等. 非饱和压实土率相关变形特征与时效模型[J]. 岩土力学,2016,37(3):719-727. (WANG Zhichao, JIN Gang, WU Xiaofeng, et al. Rate-dependent deformation characteristics and time-dependent constitutive model of unsaturated compacted clay [J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37(3):719-727. (in Chinese))
- [15] 张峰. 计算岩土力学[M]. 北京:人民交通出版社,2007.
- [16] 李剑武. 不同试验条件下砂岩的力学特性及能量特征研究[D]. 宜昌:三峡大学,2011.

(收稿日期:2017-08-26 编辑:刘晓艳)