

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2019.02.006

带埋置弹簧界面单元模型研究

汪基伟¹,唐 亮¹,范家怡¹,赵胤儒²

(1.河海大学土木与交通学院,江苏 南京 210098;
2.长江勘测规划设计研究有限责任公司,湖北 武汉 430010)

摘要:为克服采用弹簧单元模拟钢-混凝土组合结构的连接件时网格划分要顾及连接件位置的缺陷,提出了一种新型的带埋置弹簧界面单元模型。在该模型中,界面单元用于模拟钢板和混凝土之间的接触,弹簧用于模拟连接件的作用,可位于界面单元内任何位置。该模型既能合理考虑钢板与混凝土界面上的各种连接作用,又能使单元划分不受连接件位置的影响。推出试验模型和钢管混凝土拱桥拱脚等算例表明,该模型网格划分方便,计算精度较高,适用于实际工程的计算分析。

关键词:钢-混凝土组合结构;连接件;钢板-混凝土界面;有限元法;单元模型;弹簧单元

中图分类号:TU318; TU398 **文献标志码:**A **文章编号:**1000-1980(2019)02-0125-06

Research on the interface element model with embedded spring

WANG Jiwei¹, TANG Liang¹, FAN Jiayi¹, ZHAO Yingru²

(1. College of Civil and Transportation Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;
2. Changjiang Institute of Survey, Planning, Design & Research Limited Liability Company, Wuhan 430010, China)

Abstract: A new interface element model with embedded spring is proposed to overcome the shortcomings that considers the position of connector in the mesh generation if the connector of steel-concrete composite structure is simulated by the spring element. In this model, the contact between the steel plate and the concrete is simulated by the interface element, and the action of connectors are simulated by the spring that can be located anywhere within the interface element. The model can not only consider various connections at the interface between the steel plate and the concrete reasonably, but also freely generate mesh without the influence from the position of connectors. The numerical simulations of push-out experiment and the arch foot of concrete-filled steel tube arch bridge show that the proposed model is convenient for mesh generation and of high calculating precision, which ensures the element model is suitable for the analysis of practical engineering.

Key words: steel-concrete composite structure; connector; steel plate-concrete interface; FEM; element model; spring element

钢-混凝土组合结构由型钢或钢管与混凝土通过连接件组合在一起共同工作,应用广泛^[1-2]。如齿轮齿条爬升式升船机中的螺母及齿条、钢管混凝土拱桥拱脚中的拱肋就是通过连接件和外包混凝土连接成整体一起工作。连接件是保证钢与混凝土 2 种材料协同工作的关键,对钢-混凝土组合结构的界面黏结承载力有重要影响^[3-4]。连接件受力复杂,为了准确模拟连接件的传力机制,往往采用实体单元模拟连接件进行接触分析^[5-7],但如此处理模型复杂,计算量大,只适合连接件布置较少的情况。因此,为实现大型空间组合结构的数值分析,需要一种合理考虑连接件作用的简化模拟方法。

基金项目:国家重点研发计划(2016YFC0402002)

作者简介:汪基伟(1962—),男,教授,博士,主要从事混凝土结构研究。E-mail:wjw2903918@126.com

引用本文:汪基伟,唐亮,范家怡,等.带埋置弹簧界面单元模型研究[J].河海大学学报(自然科学版),2019,47(2):125-130.

WANG Jiwei,TANG Liang,FAN Jiayi,et al. Research on the interface element model with embedded spring[J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences),2019,47(2):125-130.

文献[8-9]采用剪切刚度等效的梁单元模拟剪力钉连接件,由于梁单元结点与混凝土单元结点耦合,无法考虑剪力钉与混凝土之间的黏结滑移。文献[10-11]通过在钢板和混凝土结点之间设置弹簧连接单元模拟连接件的作用,但忽略了钢板与混凝土界面的黏结和摩擦作用。文献[12-14]同样采用布置于结点上的弹簧单元(结点弹簧单元)模拟连接件,同时采用接触单元模拟钢板与混凝土界面的黏结滑移,能够有效地模拟钢板与混凝土的各种连接作用,但网格划分需考虑连接件的位置以保证弹簧位于结点上,这增大了网格划分的难度,当连接件位置和数量改变时又需重新划分网格,用于实际工程结构时仍嫌繁琐。为此,本文提出一种能够综合考虑钢板与混凝土接触和连接件传力的带埋置弹簧界面单元模型。在该模型中,界面单元用于模拟钢板与混凝土之间的接触,三维弹簧用于模拟连接件的作用,它可位于界面单元内任何位置。如此,划分单元时不需考虑连接件的位置,方便网格划分,有较高的工程应用价值。

1 单元模型

图1给出了单元模型的组成,界面单元采用无厚度8~16结点空间界面单元,在界面单元内设置一组(3个)或若干组互相垂直的弹簧,弹簧的局部坐标系与界面单元局部坐标系相同。弹簧单元结点a和b均为虚结点,无结点编号,结点b位于界面单元上表面,结点a位于界面单元下表面,由于弹簧无实际尺寸,虚结点a和虚结点b坐标相同。弹簧单元的虚结点位移可利用形函数由界面单元的结点位移插值得到,弹簧力也可由形函数转换为界面单元的结点力。如此,弹簧单元平衡方程可由界面单元的结点位移和结点力表示,再迭加界面单元平衡方程就可得到本文单元模型的平衡方程。

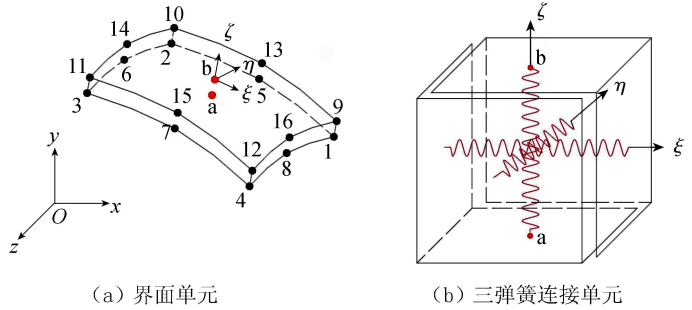


图1 带埋置弹簧界面单元模型

Fig.1 Interface element model with embedded spring

弹簧虚结点a、b在整体坐标系下位移差 δ_s 可由界面单元结点位移插值得到:

$$\delta_s = \delta_s^+ - \delta_s^- = N(\xi_a, \eta_a) \delta_e \tag{1}$$

其中

$$\delta_e = [u_1 \quad v_1 \quad w_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad w_2 \quad \cdots \quad u_n \quad v_n \quad w_n]^T \quad (n = 8 \sim 16)$$
$$N = \begin{bmatrix} -N_1 & 0 & 0 & \cdots & -N_n & 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & \cdots & N_n & 0 & 0 \\ 0 & -N_1 & 0 & \cdots & 0 & -N_n & 0 & 0 & N_1 & 0 & \cdots & 0 & N_n & 0 \\ 0 & 0 & -N_1 & \cdots & 0 & 0 & -N_n & 0 & 0 & N_1 & \cdots & 0 & 0 & N_n \end{bmatrix} \quad (n = 4 \sim 8)$$

式中: δ_e ——界面单元结点位移; N ——形函数矩阵; $N_i(\xi_a, \eta_a)$ ——界面单元形函数; (ξ_a, η_a) ——虚结点a的局部坐标。

界面单元局部坐标系下位移差 δ'_s 为

$$\delta'_s = T \delta_s \tag{2}$$

式中: T ——整体坐标系到局部坐标系的转换矩阵。

局部坐标系下的弹簧力 F'_s 可表示为

$$F'_s = K_s \delta'_s = \begin{bmatrix} k_\xi & 0 & 0 \\ 0 & k_\eta & 0 \\ 0 & 0 & k_\zeta \end{bmatrix} \delta'_s \tag{3}$$

式中: K_s ——弹簧在局部坐标系下的刚度矩阵; k_ξ 、 k_η 和 k_ζ ——3个方向的弹簧刚度,可由弹簧的力-相对位移曲线确定^[15]。

因此在整体坐标系下:

$$F_s = T^T K_s T \delta_s \tag{4}$$

式中: $F_s = \{F_{xi}^s \quad F_{yi}^s \quad F_{zi}^s\}$ ——整体坐标系下的弹簧力。

F_s 可视为作用在界面单元内的集中力,因此由式(1)的形函数矩阵 N^T 可将 F_s 转化为界面单元的结点力,即

$$F_{es} = N^T F_s \tag{5}$$

对式(4)两边同时左乘 N^T ,并将式(1)和式(5)代入,得弹簧平衡方程为

$$F_{es} = N^T T^T K_s TN \delta_e \tag{6}$$

界面单元平衡方程为

$$F_{ef} = K_{ef} \delta_e \tag{7}$$

其中

$$F_{ef} = [F_{1f} \quad F_{2f} \quad \cdots \quad F_{nf}]^T \quad (n = 8 \sim 16) \quad F_{if} = [F_{xif} \quad F_{yif} \quad F_{zif}]^T$$

$$K_{ef} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 N^T T^T D_f TN |J| d\xi d\eta$$

$$|J| = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} - \frac{\partial z}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi}\right)^2} \quad D_f = \begin{bmatrix} k_h & 0 & 0 \\ 0 & k_v & 0 \\ 0 & 0 & k_n \end{bmatrix}$$

式中: F_{ef} ——界面单元结点力; K_{ef} ——界面单元在整体坐标系下的刚度矩阵^[16]; D_f ——局部坐标系下界面单元的弹性矩阵; k_h 、 k_v ——界面的切向刚度系数; k_n ——界面的法向刚度系数。

考虑接触面上法向与切向的相互作用,界面法向闭合时传压传剪,法向张开时不传力^[17];一旦界面张开过则假定界面黏结力为零,出现滑移后也假定界面黏结力为零。若考虑界面存在抗拉强度,则界面首次张开前,界面单元本构关系可表示为

$$\sigma_n = k_n (\Delta w + d) \quad \sigma_n \leq f_n \tag{8}$$

$$\tau_h = \begin{cases} k_h \Delta u & \tau_h < c - f\sigma_n \text{ 且 } \sigma_n \leq f_n \\ -f\sigma_n & \tau_h \geq c - f\sigma_n \text{ 且 } \sigma_n \leq f_n \end{cases} \tag{9}$$

当界面首次张开后,本构关系变为

$$\sigma_n = \begin{cases} k_n (\Delta w + d) & (\Delta w + d) < 0 \\ 0 & (\Delta w + d) \geq 0 \end{cases} \tag{10}$$

$$\tau_h = \begin{cases} k_h \Delta u & (\Delta w + d) < 0 \text{ 且 } \tau_h < -f\sigma_n \\ -f\sigma_n & (\Delta w + d) < 0 \text{ 且 } \tau_h \geq -f\sigma_n \\ 0 & (\Delta w + d) > 0 \end{cases} \tag{11}$$

式中: τ_h 、 σ_n ——接触面上的 h 向切向应力和法向应力; Δu 、 Δw ——接触面上的 h 向切向相对位移和法向相对位移; d ——缝面法向初始间隙; f_n ——界面抗拉强度; c ——界面黏结力; f ——界面摩擦系数。

若界面法向应力为受拉,则计算最大剪应力 $c-f\sigma_n$ 时取 $\sigma_n=0$ 。界面 v 向的本构关系与 h 向相同。

将式(6)和式(7)相加,就得到带弹簧界面单元平衡方程:

$$F = F_{ef} + F_{es} = K_{ef} \delta_e + N^T T^T K_s TN \delta_e = (K_{ef} + K_{es}) \delta_e \tag{12}$$

式中: K_{ef} ——界面单元的刚度贡献; K_{es} ——一组弹簧的刚度贡献。

式(12)是只含一组弹簧的界面单元平衡方程,若界面单元中含有多组弹簧,对每个弹簧循环即可得其平衡方程。

应用本文单元模型需已知埋置弹簧从属的界面单元号,可先将弹簧和界面单元结点的整体坐标转换为界面单元平面坐标系下的坐标,再通过逆映射法^[18]求得弹簧在界面单元局部坐标系下的局部坐标。对所有界面单元循环,求埋置弹簧在界面单元内的局部坐标,若满足 $-1 \leq \xi \leq 1$ 且 $-1 \leq \eta \leq 1$ 则该单元就是弹簧从属的界面单元。

2 模型验证

以带剪力钉连接件的推出试验为算例,分别采用实体单元、结点弹簧单元和本文单元模型模拟剪力钉,比较计算结果以验证本文单元模型的正确性和计算精度。

2.1 计算模型

推出试验模型由钢管混凝土和管外混凝土组成。管外混凝土高 300 mm,正方形截面,边长 400 mm;钢管混凝土高 350 mm,钢管直径 194 mm、壁厚 5 mm。钢管 75 mm 和 225 mm 高度处环向分别布置有 4 个长 40 mm、直径 10 mm 的剪力钉。

用块体单元模拟钢管和混凝土,用界面单元模拟钢管与管外混凝土、剪力钉与周围混凝土的接触作用,不考虑管内混凝土与钢管内壁之间的滑移。剪力钉采用实体单元时,计算模型见图 2;采用结点弹簧单元和本文单元模型时,块体单元剖分相近,见图 3(a),界面单元网格分别见图 3(b)和图 3(c)。由图 3 可见,结点弹簧单元须布置在结点上,而本文单元模型中弹簧可位于界面单元任意位置,网格剖分方便。

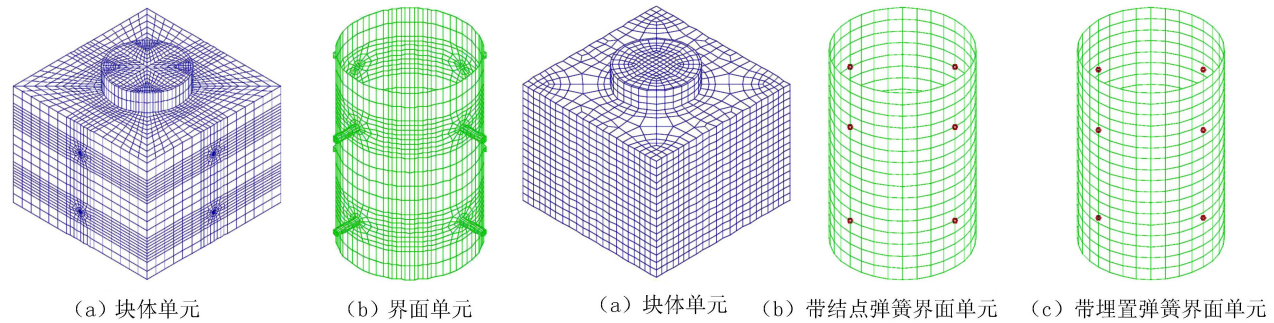


图 2 实体模型计算网格

Fig. 2 FEM mesh of entity model

图 3 弹簧模型计算网格

Fig. 3 FEM mesh of spring model

假设钢管、混凝土和剪力钉为线性材料,只考虑界面接触的非线性。钢管、剪力钉与混凝土材料弹性模量分别取为 2.06×10^5 MPa、 2.06×10^5 MPa 和 3.00×10^4 MPa,泊松比分别取为 0.28、0.28 和 0.20。界面切向刚度取 2.10 N/mm^3 ,法向刚度取 100 N/mm^3 ,黏结力强度取 0.85 MPa ,摩擦系数取 0.7。

固结外包混凝土底部结点,在钢管混凝土顶面分 10 个荷载步共施加 14 MPa 的均布法向推力。弹簧切向刚度取剪力钉抗剪刚度,当取实体模型中钢板与管外混凝土之间界面单元的切向刚度为零时,则所施加的外力与剪力钉根部沿外力作用方向相对位移的比值就为剪力钉的抗剪刚度。图 4 给出了剪力钉抗剪刚度 k_t 与相对位移 δ_t 的关系曲线。由图 4 可知,当 $\delta_t \leq 0.008 \text{ mm}$ 时,剪力钉和混凝土之间黏结未破坏, k_t 为定值, $k_t = 27.92 \text{ kN/mm}$;当 $\delta_t > 0.06 \text{ mm}$ 时, k_t 可简化定值, $k_t = 17.38 \text{ kN/mm}$;在 $0.008 \text{ mm} < \delta_t \leq 0.06 \text{ mm}$ 时,拟合公式为

$$k_t = -1.556 \times 10^8 \delta_t^5 + 3.606 \times 10^7 \delta_t^4 - 3.282 \times 10^6 \delta_t^3 + 1.467 \times 10^5 \delta_t^2 - 3.237 \times 10^3 \delta_t + 45.90$$

(13)

弹簧法向刚度取剪力钉抗拉刚度,当不考虑实体模型中的钢管混凝土时,在剪力钉根部截面施加法向拉力,则外力与剪力钉根部沿外力作用方向相对位移的比值就为剪力钉抗拉刚度,剪力钉抗拉刚度 k_l 与相对位移 δ_l 的关系曲线如图 5 所示。

2.2 计算结果比较

图 6 给出了 3 种模型计算得到的 225 mm 高度处剪力钉剪力随荷载变化的曲线,其中实体模型取剪力钉根部处剖面剪力,可以看出 2 种弹簧单元得到的剪力钉剪力曲线几乎一致,与实体模型的计算结果吻合较好。图 7 为 3 种模型计算得到的荷载—滑移曲线对比,其中滑移为钢管混凝土底面相对于外包混凝土的平均滑移,可以发现计算所得曲线变化规律相同,界面黏结失效前,滑移呈线性增长趋势;随着荷载的增加,界面黏结失效后,局部开始脱开,滑移增长明显,荷载与滑移体现出明显的非线性关系。2 种弹簧模型的滑移计算结果略有差异,原因在于本文模型中埋置弹簧位移由界面单元结点位移插值而来,而结点弹簧模型中弹簧位移则直接由结构整体平衡方程求解得到。3 种模型的滑移计算结果非常接近,若以实体模型结果为基准,结点弹簧模型和埋置弹簧模型的滑移相对误差最大分别为 3.68% 和 2.45%,说明本文单元模

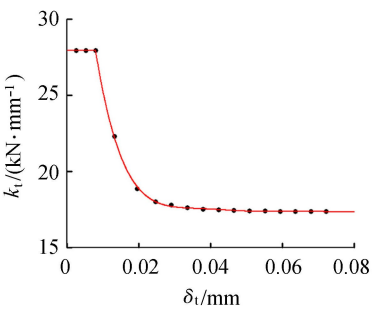


图 4 剪力钉抗剪刚度与相对位移曲线

Fig. 4 Shear stiffness and relative displacement curve of shear studs

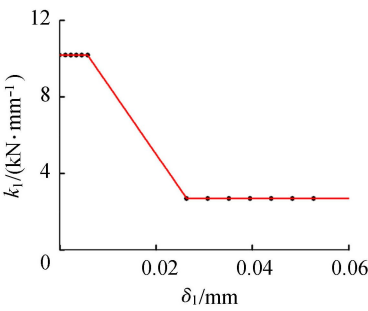


图 5 剪力钉抗拉刚度与相对位移曲线

Fig. 5 Tensile stiffness and relative displacement curve of shear studs

型有很好的精度。

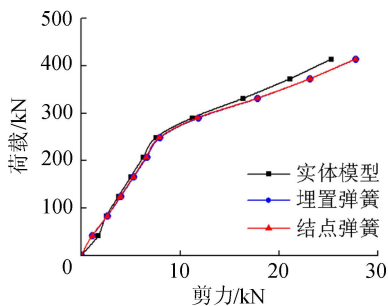


图 6 荷载-剪力曲线对比

Fig. 6 Comparison of load-shear force curves

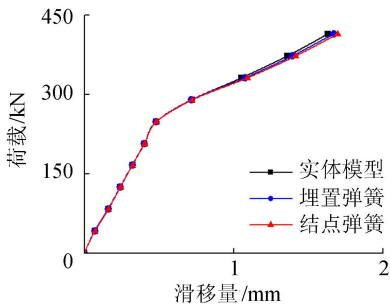
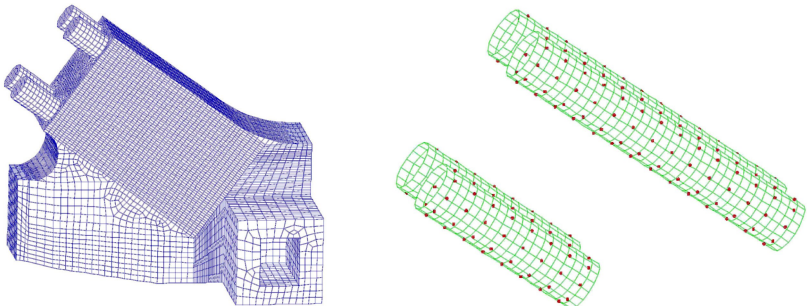


图 7 荷载-滑移曲线对比

Fig. 7 Comparison of load-slip curves

3 工程应用

某下承式钢管混凝土拱桥拱肋弦杆采用 1 120 mm×20 mm 钢管,在拱肋弦杆与外包混凝土之间存在接触界面,且布置有 352 个剪力钉以加强二者连接。剪力钉成排布置,沿弦杆环向每排均匀布置 8 个,沿弦杆轴向每排剪力钉间距 500 mm,第 1 排剪力钉距弦杆底部 250 mm。剪力钉直径为 19 mm,长度为 175 mm。外包混凝土强度等级为 C50,最薄处厚度为 250 mm。应用本文单元模型模拟弦杆与外包混凝土的接触,剖分网格时无需考虑剪力钉的位置,整个拱脚局部分析模型共划分了 80 794 个 8 结点空间等参单元,1 536 个不带弹簧界面单元、352 个带弹簧界面单元和 3 327 个埋置钢筋单元,如图 8 所示。



(a) 拱脚局部模型 (b) 拱肋表面带埋置弹簧界面单元

图 8 拱脚局部分析模型

Fig. 8 Local analysis model of arch foot

计算结果显示外包混凝土最大拉应力为 5.45 MPa,出现在外包混凝土顶部靠近弦杆与外包混凝土界面处。这是因为在外包混凝土顶面,由拱肋剪力引起的拱肋弦杆对外包混凝土的挤压作用最大,使得靠近界面的混凝土直接产生拉应力。为讨论剪力钉布置对外包混凝土拉应力的影响,在靠近外包混凝土顶面处增设两排剪力钉,第一排距离外包混凝土顶面 50 mm,第二排距离第一排 100 mm,每排均匀布置 32 个,共增设 256 个剪力钉。若采用结点弹簧单元模拟剪力钉,需按照剪力钉位置重新划分网格,工作量较大,而采用本文单元模型,只需在原有网格的基础上增加弹簧单元信息即可。

增设剪力钉后外包混凝土最大拉应力为 4.23 MPa,可见增设剪力钉能降低外包混凝土的拉应力。这是因为增设剪力钉后增大了外包混凝土与拱肋的连接,减小了界面脱开范围,从而减弱了弦杆对外包混凝土的挤压强度。

4 结 语

为有效模拟钢板与混凝土之间的连接件,本文提出了一种带埋置弹簧界面单元模型。采用该单元模型,网格剖分可不受连接件位置的限制,既克服了现有弹簧单元必须布置在结点上的缺陷,又能考虑钢板与混凝土之间的黏结滑移。典型算例结果表明,当网格相近时,本文单元模型与现有的结点弹簧模型具有相同的计算精度,可应用于实际工程。

参考文献:

[1] 汪大绥,周建龙. 我国高层建筑钢-混凝土混合结构发展与展望[J]. 建筑结构学报, 2010, 31(6): 62-70. (WANG Dasui, ZHOU Jianlong. Development and prospect of hybrid high-rise building structures in China[J]. Journal of Building

- Structures, 2010, 31(6): 62-70. (in Chinese))
- [2] 陈宝春, 牟廷敏, 陈宜言, 等. 我国钢-混凝土组合结构桥梁研究进展及工程应用[J]. 建筑结构学报, 2013, 34(增刊1): 1-10. (CHEN Baochun, MOU Tingmin, CHEN Yiyan, et al. State-of-the-art of research and engineering application of steel-concrete composite bridges in China[J]. Journal of Building Structures, 2013, 34(Sup1): 1-10. (in Chinese))
- [3] 钱稼茹, 赵作周, 纪晓东. 钢管与管外混凝土界面粘结抗剪能力试验研究[J]. 建筑结构, 2015, 39(3): 12-16. (QIAN Jiaru, ZHAO Zuozhou, JI Xiaodong. Test study on shear-bond capacity of steel tube-out of tube concrete interface[J]. Building Structure, 2015, 39(3): 12-16. (in Chinese))
- [4] 苏小卒, 黄长鑫. 受栓钉强度控制的钢板-混凝土界面黏结滑移性能试验与本构模型[J]. 建筑结构学报, 2018, 39(3): 167-174. (SU Xiaozu, HUANG Changxin. Experiment and constitutive modeling of bond-slip behavior of steel plate-concrete interface with strength controlled by stud shear connectors[J]. Journal of Building Structures, 2018, 39(3): 167-174. (in Chinese))
- [5] 陈津凯, 陈宝春, 刘君平. 钢管混凝土多排多列内栓钉受剪性能[J]. 工程力学, 2017, 34(6): 178-189. (CHEN Jinkai, CHEN Baochun, LIU Junping. Shear performance of multi-studs between steel tube and core concrete[J]. Engineering Mechanics, 2017, 34(6): 178-189. (in Chinese))
- [6] LIN Jianping, WANG Jinfeng, XU Rongqiao. Cohesive zone model based numerical analysis of steel-concrete composite structure push-out tests[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2014, 2014(11): 1-12.
- [7] 丁发兴, 倪鸣, 龚永智, 等. 栓钉剪力连接件滑移性能试验研究及受剪承载力计算[J]. 建筑结构学报, 2014, 35(9): 98-106. (DING Faxing, NI Ming, GONG Yongzhi, et al. Experimental study on slip behavior and calculation of shear bearing capacity for shear stud Connectors[J]. Journal of Building Structures, 2014, 35(9): 98-106. (in Chinese))
- [8] 郑舟军, 田晓彬, 余俊林, 等. 内置式钢锚箱索塔锚固区受力机理分析[J]. 中国公路学报, 2010, 23(5): 84-89. (ZHENG Zhoujun, TIAN Xiaobin, YU Junlin, et al. Analysis of mechanical mechanism of pylon anchorage zones with built in steel anchor box [J]. China Journal of Highway and Transport, 2010, 23(5): 84-89. (in Chinese))
- [9] 赵建, 郑舟军. 大跨度钢-混组合梁桥剪力群钉受力分析研究[J]. 桥梁建设, 2013, 43(3): 48-53. (ZHAO Jian, ZHENG Zhoujun. Analysis and study of force conditions of group shear studs of long span steel and concrete composite girder bridge[J]. Bridge Construction, 2013, 43(3): 48-53. (in Chinese))
- [10] 李小珍, 王聪, 肖林, 等. 斜拉桥钢-混凝土结合梁的受力性能试验研究[J]. 工程力学, 2015, 32(9): 191-199. (LI Xiaozhen, WANG Cong, XIAO Lin, et al. Test study for mechanical behavior of steel-concrete composite girder of cable-stayed bridge[J]. Engineering Mechanics, 2015, 32(9): 191-199. (in Chinese))
- [11] 张光辉, 张启伟, 刘玉擎, 等. 斜拉桥混合塔结合部受力机理模型试验[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2017, 49(3): 106-112. (ZHANG Guanghui, ZHANG Qiwei, LIU Yuqing, et al. Model test of composite joint for tower of cable-stayed bridge[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2017, 49(3): 106-112. (in Chinese))
- [12] 刘阳冰, 王爽, 刘晶波, 等. 双钢板-混凝土组合墙局部屈曲性能试验[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2017, 45(4): 317-323. (LIU Yangbing, WANG Shuang, LIU Jingbo, et al. Experimental study on local buckling behavior of composite walls with double steel plates and filled concrete[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2017, 45(4): 317-323. (in Chinese))
- [13] 苏庆田, 薛智波, 李晨翔, 等. 组合梁钢与混凝土界面连接效应的精细化计算[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2016, 44(12): 1803-1809. (SU Qingtian, XUE Zhibo, LI Chenxiang, et al. Refined calculation of steel-concrete interface connection in composite girders[J]. Journal of Tongji University (Natural Sciences), 2016, 44(12): 1803-1809. (in Chinese))
- [14] 张光辉, 陈聪, 刘玉擎. 混合梁结合部格室-承压板协同作用机理[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2017, 45(5): 658-663. (ZHANG Guanghui, CHEN Cong, LIU Yuqing. Load transfer mechanism between cells and bearing-plate in hybrid girder join[J]. Journal of Tongji University (Natural Sciences), 2017, 45(5): 658-663. (in Chinese))
- [15] WANG A J, CHUNG K F. Advanced finite element modelling of perforated composite beams with flexible shear connectors[J]. Engineering Structures, 2008, 30(10): 2724-2738.
- [16] 赵宁, 卓家寿. 结构的三维非线性界面元分析[J]. 河海大学学报(自然科学版), 1995, 23(2): 23-31. (ZHAO Ning, ZHUO Jiashou. 3-D nonlinear interface element analysis of structures[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 1995, 23(2): 23-31. (in Chinese))
- [17] 伍凯, 曹平周, 薛建阳, 等. 型钢混凝土应力传递与黏结破坏机理分析[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2013, 41(1): 37-41. (WU Kai, CAO Pingzhou, XUE Jianyang, et al. Analysis of stress transfer and bond failure mechanism of steel reinforced concrete[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2013, 41(1): 37-41. (in Chinese))
- [18] 巫昌海, 汪基伟. 混凝土三维钢筋埋置组合式有限单元模型及其网格自动生成[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2000, 12(10): 761-764. (WU Changhai, WANG Jiwei. Three-dimensional embedded finite element model of reinforced concrete and its automatic mesh generation[J]. Journal of Computer Aided Design and Computer Graphics, 2000, 12(10): 761-764. (in Chinese))