

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2019.03.014

基于实体退化组合单元的钢筋混凝土多梁式 T 梁非线性分析

张 剑¹, 汪 锋², 梁清宇³, 杨 婷¹, 田嘉伟¹

(1. 南京航空航天大学航空学院, 江苏 南京 210016; 2. 同济大学土木工程学院, 上海 200092;
3. 浙江省水利河口研究院, 浙江 杭州 310020)

摘要: 根据实体退化壳单元理论, 推导单元的位移场, 建立钢筋混凝土多梁式 T 梁的实体退化组合单元模式, 其中纵向受力钢筋采用空间杆单元处理, 并推求了其对实体退化组合单元刚度矩阵的贡献。采用 Ottosen 四参数屈服准则, 考虑混凝土的材料非线性, 以及通过 V. Karman 假设考虑了结构的几何非线性, 分析几何非线性对此结构的影响。典型算例分析表明: 考虑双重非线性的钢筋混凝土多梁式 T 梁的实体退化组合单元的计算结果与试验资料吻合良好; 当偏载加载时, 加载端边梁的受力钢筋应力发展较为迅速而首先达到屈服应力, 其余各主梁的受力钢筋应力依次发展, 直至结构破坏; 对于钢筋混凝土多梁式 T 梁类实体结构, 材料非线性效应明显, 但几何非线性效应在一定范围内可以不计入。

关键词: 钢筋混凝土; 多梁式 T 梁; 实体退化组合单元; 非线性; 刚度矩阵; 位移场

中图分类号: U443.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-1980(2019)03-0276-07

Nonlinear analysis on the reinforced concrete multi-T girder based on the solid and degraded composite element

ZHANG Jian¹, WANG Feng², LIANG Qingyu³, YANG Ting¹, TIAN Jiawei¹

(1. Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. School of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;

3. Zhejiang Institute of Hydraulics and Estuary, Hangzhou 310020, China)

Abstract: In this study, based on the degenerated shell element theory, the displacement field of the element is deduced, and the nonlinear composite element mode of the reinforced concrete multi-T beam is established. The longitudinal carrying bar is treated by the space bar element and its contribution to the stiffness matrix of nonlinear composite elements is deduced. The material nonlinearity of concrete is considered by the four parameters' Ottosen criterion, and the geometrical nonlinearity of the structure is taken into account by the V. Karman assumption to analyze the influence of geometrical nonlinearity on the structure. The typical example shows that the nonlinear combination element of reinforced concrete multi-T beam with double nonlinearities is in good agreement with the experimental data. The element can be used to correctly analyze the structure nonlinearity. When the partial load is loaded, the stress of the reinforced bar on the side beam develops more rapidly and reaches the yield stress firstly, while the stress of rest reinforced beams of all the main girders develops in sequence until the structure is destroyed. For reinforced concrete multi T beams, the effect of material nonlinear is evident, and geometrically nonlinear effect can be excluded within a certain range.

Key words: reinforced concrete; multi-T girder; solid degraded composite element; nonlinearity; stiffness matrix; displacement field

基金项目: 国家自然科学基金(11232007); 南京航空航天大学研究生教育教学改革研究项目(2017-2); 南京航空航天大学航空宇航学院教育教学改革研究项目(2017-5)

作者简介: 张剑(1978—), 男, 副教授, 博士, 主要从事土木工程研究。E-mail: zjmech@163.com

引用本文: 张剑, 汪锋, 梁清宇, 等. 基于实体退化组合单元的钢筋混凝土多梁式 T 梁非线性分析[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2019, 47(3): 276-282.

ZHANG Jian, WANG Feng, LIANG Qingyu, et al. Nonlinear analysis on the reinforced concrete multi-T girder based on the solid and degraded composite element[J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences), 2019, 47(3): 276-282.

钢筋混凝土或预应力混凝土修建的各类桥梁占我国现役桥梁的绝大多数,其中 T 形截面梁具有构造简洁,并且适应现代化施工方法的要求,施工与使用过程中稳定性好,在预应力混凝土桥梁中被广泛采用。随着钢筋混凝土非线性有限元理论的逐渐成熟和完善,也有越来越多关于此类结构的研究文献不断地出现^[1-3]。如张峰等^[4]对于钢筋混凝土 T 梁,将 Timoshenko 分层梁单元理论运用到该类结构的非线性分析。Deng 等^[5]采用具有满足设定的弯矩-曲率条件的梁单元,考虑了塑性铰长度因素,探讨了预应力混凝土 T 梁开裂后结构行为。目前,桥梁极限承载力主要依靠梁单元、体单元进行计算分析偏多,但梁单元的缺点是不能充分表征钢筋混凝土结构的力学特性,特别是结构进入非线性阶段后的力学特性;而体单元的建立模型所需节点和单元较多,计算工作量相应较大,对于非线性分析尤为不利^[6-7]。相比而言,分层壳单元在一定程度上克服了梁单元和体单元存在的这些缺点,用较少的节点和单元数据信息就能较充分表征钢筋混凝土结构的力学特征,并已在预应力混凝土刚构 U 形梁、纤维布加固梁非线性分析等方面取得了一定的研究成果^[8-10]。目前,大多关于钢筋混凝土 T 梁受力分析的研究成果都忽略了理想模型与实际工程结构之间存在边界条件的差异,而这些差异对钢筋混凝土 T 梁结构具有较大影响,特别是结构进入非线性阶段之后,故必须根据实测资料考虑模型边界条件的修正。另外,在钢筋混凝土非线性有限元分析中,组合式单元模型的精确性介于分离式模型和整体式模型之间;利用组合式单元模型进行分析时,需分别求得该单元中钢筋和混凝土组分对组合单元刚度矩阵的贡献,组合式单元模型能在一定程度上表征钢筋与混凝土之间的相互作用,且其建立模型所需的单元数目和计算工作量相对而言都不大,便于在实际的钢筋混凝土结构分析中得以采用,如王家林^[11]推导了基于体梁单元的组合式模型,并运用此组合式单元对钢筋混凝土结构进行了受力分析,但只限于线弹性研究;张剑等^[12]以平面问题的组合式模型为基础,推导了钢筋层对组合式模型的单元刚度矩阵贡献,进行了预应力混凝土梁桥的应力重分布研究。

为此,对于钢筋混凝土多梁式 T 梁,本文根据实体退化壳单元理论,推导了实体退化组合单元模式以及纵向受力钢筋单元对组合单元刚度矩阵的贡献,其余普通钢筋、构造钢筋和混凝土均采用层单元处理,建立钢筋混凝土多梁式 T 梁的非线性分析模型,并结合试验资料对偏载加载的多梁式 T 梁的极限承载力及主梁纵筋的应力重分布规律等展开研究。

1 钢筋混凝土多梁式 T 梁的组合单元

实体退化壳单元的垂直于壳中面的法线,在变形后仍保持为直线,且假定:垂直于壳中面的应力分量均为零。将钢筋混凝土多梁式 T 梁按壳单元离散,并将壳单元按图 1 所示的层单元进行分层处理^[5]。实体单元共有控制节点 16 个,实体退化壳单元的控制节点缩减为 9 个,用于表征实体退化壳单元的节点信息量显然减少。

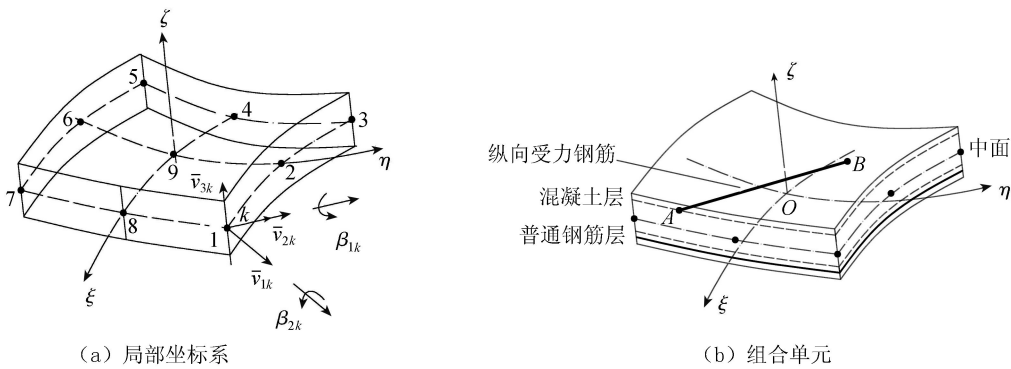


图 1 纵向受力钢筋的组合单元模型

Fig. 1 Combinative element model of the longitude steel

实体退化壳单元的节点位移为

$$\delta_k = (u_k, v_k, w_k, \beta_{1k}, \beta_{2k})^T \tag{1}$$

式中: $(u_k, v_k, w_k)^T$ ——整体坐标系下节点 k 的线位移列向量; $(\beta_{1k}, \beta_{2k})^T$ ——节点 k 在其节点坐标系中的转角位移列向量。位移场通过形函数插值可表示为

$$\boldsymbol{u} = \sum_{k=1}^n N_k u_k + \sum_{k=1}^n N_k \frac{h_k}{2} \zeta (\nu_{x1k} \beta_{1k} - \nu_{x2k} \beta_{2k})$$

(2)

$$\boldsymbol{v} = \sum_{k=1}^n N_k v_k + \sum_{k=1}^n N_k \frac{h_k}{2} \zeta (\nu_{y1k} \beta_{1k} - \nu_{y2k} \beta_{2k})$$

(3)

$$\boldsymbol{w} = \sum_{k=1}^n N_k w_k + \sum_{k=1}^n N_k \frac{h_k}{2} \zeta (\nu_{z1k} \beta_{1k} - \nu_{z2k} \beta_{2k})$$

(4)

式中: $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}, \boldsymbol{w}$ ——整体坐标系下的线位移列向量; N_k ——节点 k 的形函数; h_k ——壳单元在节点 k 处厚度; ν_{x1k} ——节点 k 的节点坐标系 ν_1 与整体坐标系 x 轴的夹角余弦值(ν_{y1k} 等意义类推可得); n ——单元的节点总数。

在整体坐标系下纵向受力钢筋单元的节点 A 和节点 B (图 1(b)) 的位移列阵,分别记为 $(u_A, v_A, w_A)^T$ 和 $(u_B, v_B, w_B)^T$ 。基于形函数的位移插值方法,用实体退化组合单元的节点位移进行插值,可知纵向受力钢筋单元对实体退化组合单元的刚度贡献 $\boldsymbol{K}_{\text{eSl}}$ 为

$$\boldsymbol{K}_{\text{eSl}} = \boldsymbol{R}^T \boldsymbol{K}_{\text{Sl}} \boldsymbol{R}$$

(5)

式中: $\boldsymbol{K}_{\text{Sl}}$ ——纵向受力钢筋单元在整体坐标系下单元刚度矩阵,其中纵向受力钢筋单元可用空间杆单元模拟; $\boldsymbol{R}$ ——刚度转换矩阵。

2 钢筋混凝土多梁式 T 梁的材料非线性特性

2.1 混凝土材料非线性

2.1.1 屈服准则

以应力角的三角函数为基础,并考虑应力角对屈服面的影响,Ottosen 提出了混凝土四参数屈服准则。该准则的屈服面子午线为曲线,Ottosen 四参数屈服准则的表达式^[12]为

$$f(I_1, J_2, \cos 3\theta) = a \frac{J_2}{f_c^2} + \lambda \frac{\sqrt{J_2}}{f_c} + b \frac{I_1}{f_c} - 1 = 0$$

(6)

其中

$$\lambda = \lambda(\cos 3\theta) = \begin{cases} k_1 \cos \left[\frac{1}{3} \arccos(k_2 \cos 3\theta) \right] & \cos 3\theta \geq 0 \\ k_1 \cos \left[\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \arccos(-k_2 \cos 3\theta) \right] & \cos 3\theta < 0 \end{cases}$$

式中: f_c ——单轴抗压强度; θ ——Haigh-Westegaard 应力角坐标; I_1 ——应力张量的第一不变量; J_2 ——应力偏张量的第二不变量。Ottosen 四参数屈服准则中 4 个参数 a, b, k_1, k_2 可用 2 个单轴强度和典型的双轴、三轴强度来标定^[12-13]。

2.1.2 强化准则

在混凝土非线性有限元分析中^[5],弹塑性矩阵中强化参数 H' ,可通过计算混凝土有效应力对混凝土有效塑性应变的曲线斜率来确定:

$$H' = \frac{d\sigma}{d\varepsilon_p}$$

(7)

式中: σ ——混凝土有效应力; ε_p ——混凝土有效塑性应变。 σ 与 ε_p 的关系可以根据混凝土单轴应力应变关系推求^[12]。基于 Madrid 线型,混凝土单轴应力应变关系式为

$$\sigma = E_0(\varepsilon_e + \varepsilon_p) - \frac{1}{2} \frac{E_0}{\varepsilon_0} (\varepsilon_e + \varepsilon_p)^2$$

(8)

式中: E_0 ——初始弹性模量; ε_0 ——单轴抗压强度 f_c 时的总应变,可取为 $2f_c/E_0$; ε_e ——弹性应变,即为 σ/E_0 。

2.2 钢筋的材料非线性

本文假定:纵向受力钢筋和其余钢筋均为力学性能是单向的,即只能承受沿钢筋方向的轴向荷载;所有钢筋均为理想弹塑性材料,以模拟其材料非线性特性^[14]。纵向受力钢筋采用空间杆单元模拟,并推求其对实体退化组合单元的刚度矩阵的贡献;其余箍筋、构造钢筋均采用等效厚度的层单元来模拟^[15-17]。

3 钢筋混凝土多梁式 T 梁的几何非线性

对于钢筋混凝土多梁式 T 梁的实体退化组合单元,基于 V. Karman 假设的 Green 应变在局部坐标系下表示为

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_{x'} \quad \varepsilon_{y'} \quad \gamma_{x'y'} \quad \gamma_{x'z'} \quad \gamma_{y'z'}]^T = \boldsymbol{\varepsilon}_0 + \boldsymbol{\varepsilon}_L \tag{9}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_M = \left[\frac{\partial u'}{\partial x'} \quad \frac{\partial v'}{\partial y'} \quad \frac{\partial u'}{\partial y'} + \frac{\partial v'}{\partial x'} \quad \frac{\partial u'}{\partial z'} + \frac{\partial w'}{\partial x'} \quad \frac{\partial v'}{\partial z'} + \frac{\partial w'}{\partial y'} \right]^T \tag{10}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_L = \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial w'}{\partial x'} \right)^2 \quad \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w'}{\partial y'} \right)^2 \quad \frac{\partial w'}{\partial x'} \frac{\partial w'}{\partial y'} \quad 0 \quad 0 \right]^T \tag{11}$$

式中: $x'y'z'$ ——实体退化壳单元的局部坐标系; $u'、v'、w'$ ——沿 $x'、y'$ 和 z' 轴方向的线位移; $\boldsymbol{\varepsilon}$ ——局部坐标系下应变列阵; $\boldsymbol{\varepsilon}_M$ ——局部坐标系下弹性应变列阵; $\boldsymbol{\varepsilon}_L$ ——局部坐标系下非线性应变列阵。

该单元的几何刚度矩阵^[4]表达式为

$$\boldsymbol{K}_{e\sigma} = \int_v \boldsymbol{G}^T \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{G} dV \tag{12}$$

式中: $\boldsymbol{\sigma}$ ——局部坐标系下应力矩阵; $\boldsymbol{G}$ ——由形函数对整体坐标的偏导数所形成的矩阵。

实体退化组合单元刚度矩阵为

$$\boldsymbol{K}_e = \sum_{k=1}^m \boldsymbol{K}_{keC} + \boldsymbol{K}_{eS1} + \boldsymbol{K}_{eS2} + \boldsymbol{K}_{e\sigma} \tag{13}$$

式中: $\boldsymbol{K}_e$ ——实体退化组合单元刚度矩阵; $\boldsymbol{K}_{keC}$ ——第 k 层混凝土的刚度矩阵; $\boldsymbol{K}_{eS1}$ ——纵向受力钢筋单元对组合单元刚度矩阵的贡献; $\boldsymbol{K}_{eS2}$ ——其余钢筋层的刚度矩阵; $\boldsymbol{K}_{e\sigma}$ ——基于 V. Karman 假设的几何刚度矩阵; m ——混凝土层数。

在增量法迭代计算中,需要计算失衡力,即未能被单元节点力所平衡掉的力。在计算单元节点力时,所需用到单元应力既要与外荷载处于平衡状态,又要满足屈服准则、流动法则和强化准则,这一问题的算法称为应力调整算法或应力更新算法。本文采用将 Euler 法和修正的 Newton-Raphson 法结合在一起的增量-迭代法来求解非线性有限元方程组。

4 钢筋混凝土多梁式 T 梁的计算分析

4.1 多梁式 T 梁试验模型

某钢筋混凝土多梁式 T 梁的构造及配筋如图 2 所示,桥梁跨径为 9.2 m。该桥由图 3 所示的 4 片 T 梁组成。该桥服役了约 40 a 后,于 20 世纪 90 年代退出使用。文献[18]进行了该多梁式 T 梁的极限承载力试验研究。通过现场钻芯取样等试验获取实际桥梁主要材料参数见表 1。采用图 4 所示的 4 个加载点集中加载方式以模拟实际车辆的作用,逐级加载直至该钢筋混凝土多梁式 T 梁破坏以获取其极限承载力。图 4 中主垫梁、下横梁及岩石锚为实际加载装置,序号 G1~G4 分别表示第 1 片至第 4 片 T 梁的主梁中心所在位置。混凝土的弹性模量为 23.5 GPa,混凝土的抗拉强度为 2.2 MPa,混凝土的抗压强度为 23.6 MPa,钢筋的屈服强度为 254.8 MPa。

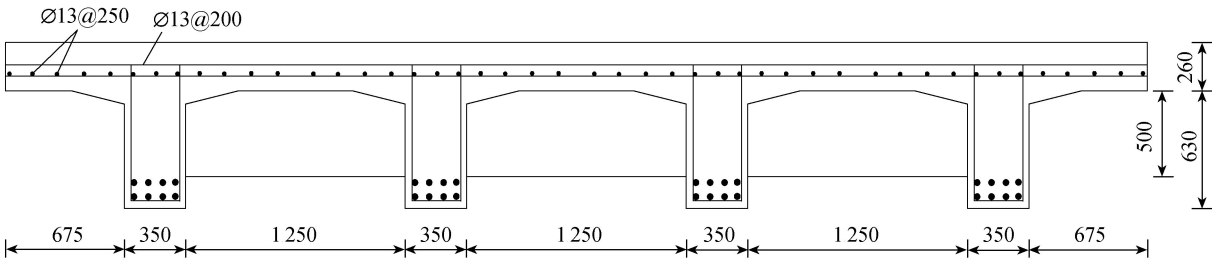


图 2 钢筋混凝土多梁式 T 梁构造(单位:mm)
Fig.2 Configuration of the RC multi-T girder (units: mm)

4.2 多梁式 T 梁的计算模型

钢筋混凝土多梁式 T 梁共有 2919 个节点,717 个单元,其中实体退化组合单元 96 个。每个单元设置为

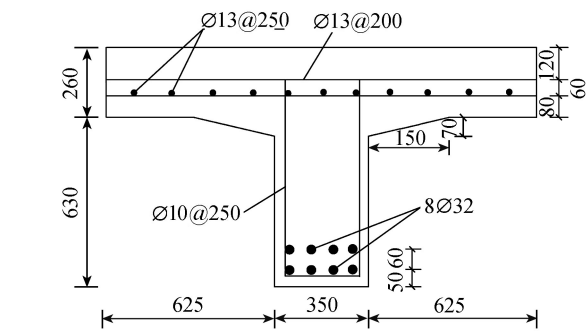


图 3 单片 T 梁构造(单位:mm)

Fig. 3 Configuration of the single T beam (units: mm)

10 层,其中混凝土 8 层,普通钢筋 2 层。为提取结果方便,对于组合壳单元输入很小的虚拟纵向钢筋配筋率,可输入 10^{-6} 。不显示厚度的有限元模型见图 5,组合单元模型见图 6。

4.3 挠度计算结果及刚度分析

偏载端主梁 G1 和主梁 G2 的跨中挠度计算结果,与相应试验数据的对比见图 7。

由图 7 可知,偏载加载时主梁 G1 和主梁 G2 的跨中部位的试验数据与材料非线性^[19]、双重非线性的有限元计算结果相互吻合程度良好,表明本文建立的 RC 多梁式 T 梁的非线性组合壳单元计算模型为正确。双重非线性计入了结构的几何非线性,能更加准确地考虑结构的力学响应,但从整个加载阶段分析,主梁挠度的材料非线性、双重非线性的计算结果基本重合,因此对于 RC 多梁式 T 梁这类实体结构可以不计几何非线性影响。为进行各加载等级的主梁的刚度变化分析,提取各主梁的挠度随加载等级变化见图 8。



图 6 钢筋混凝土多梁式 T 梁的组合单元模型

Fig. 6 The combinative element model of the RC multi-T girder

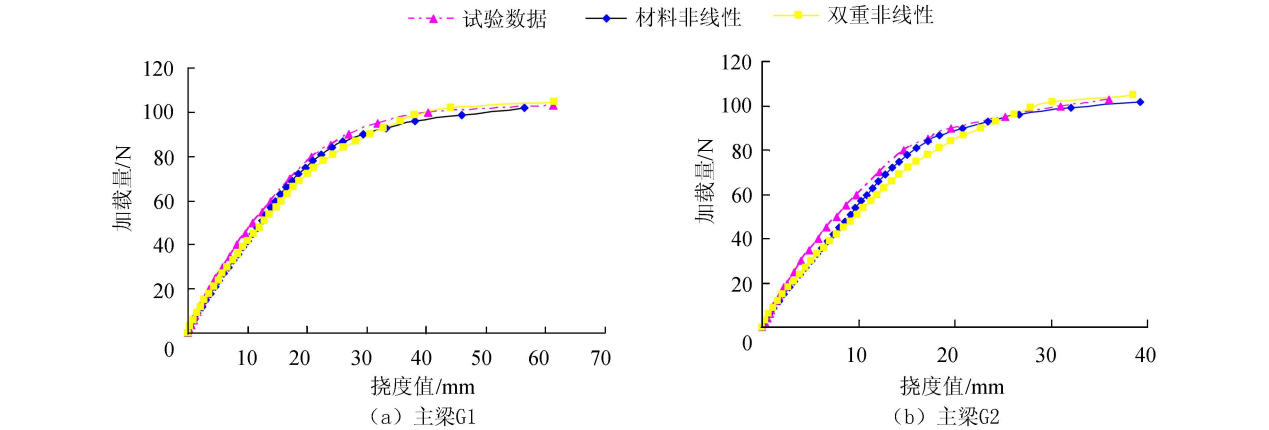


图 7 主梁 G1 和主梁 G2 的跨中荷载-挠度曲线

Fig. 7 Load-deformation curve of the main beam G1 and G2 in the half span

在竖向荷载作用下各主梁受力不同,各主梁一般不会同时达到承载力极限状态,即结构破坏时各主梁的刚度退化不同。为了统一描述和量化各主梁刚度退化规律,“刚度剩余系数”为不同加载阶段,加载量对相

应挠度值的变化率(割线刚度)与选定梁的初始割线刚度之比值,表达式为

$$\beta = \frac{\frac{p_t}{s_t}}{\left(\frac{p_0}{s_0}\right)_{\text{sup}}} \tag{14}$$

式中: β ——刚度剩余系数; p_t —— t 时刻的加载量; s_t —— t 时刻的某主梁跨中挠度值; p_t/s_t ——该主梁割线刚度; p_0 ——初始加载量; s_0 ——某主梁跨中初始挠度值; $(p_0/s_0)_{\text{sup}}$ ——工作状态最佳的主梁初始割线刚度。

刚度剩余系数主要描述在不同加载阶段,与刚度变化较小梁(工作状态最佳的主梁)相比,其余主梁刚度的变化值。各主梁的刚度剩余系数随加载等级的变化见图 9,此时以主梁 G4 的初始割线刚度为计算基准量。

由图 8 可知,在同级荷载作用下,主梁 G1 的挠度最大,刚度退化现象严重;主梁 G4 的挠度最小,刚度退化现象不明显。由图 9 可知,以主梁 G4 的初始割线刚度为标准,各主梁的刚度剩余系数都随加载等级增大呈现下降趋势,这说明各主梁的刚度都存在一定的退化趋势。当达到第 30 加载等级,各主梁的刚度剩余系数减小较为迅速。整个加载过程中主梁 G4 的刚度剩余系数基本都比主梁 G1 初始加载时的刚度剩余系数要大,这说明了主梁 G1 由于偏载作用宣告破坏时,主梁 G4 仍然预存着一定的刚度。

4.4 钢筋应力发展

选择跨中截面处各主梁梁底的纵向钢筋进行考察。各主梁纵向钢筋应力在典型加载等级时材料非线性和双重非线性的计算结果及钢筋应力随加载等级的变化曲线见图 10。

由图 10 可知,各主梁纵向钢筋应力的材料非线性和双重非线性计算结果在加载初期吻合程度良好,只在加载后期有偏差;但在加载初期结构处于正常使用阶段,各主梁纵向钢筋应力的材料非线性、双重非线性的计算结果基本重合,可以不计几何非线性影响。由于多梁式 T 梁受偏载作用,在各加载等级时主梁 G1 的钢筋应力最大且应力发展较为迅速,直至第 23 加载等级,主梁 G1 的钢筋首先达到屈服强度,此后主梁 G1 的钢筋进入强化阶段且应力发展缓慢。主梁 G2 的钢筋在第 28 加载等级时屈服,主梁 G3 的钢筋在第 34 加载等级时屈服,此时整个结构破坏,主梁 G4 的钢筋未屈服。

5 结 语

本文对普通钢筋、构造钢筋和混凝土均采用层单元模拟,对纵向受力钢筋采用实体退化组合单元模拟,推导了实体退化组合单元并对钢筋混凝土多梁式 T 梁的受力性能进行了仿真模拟,分析了几何非线性对此结构的具体影响。结合试验梁数据分析表明,本文推演的实体退化组合单元以及建立的钢筋混凝土多梁式 T 梁的非线性计算模型为正确。对于钢筋混凝土多梁式 T 梁类实体结构,材料非线性效应明显,几何非线性效应在一定范围内可以不计入。随着加载量增大,偏载端主梁的刚度退化最显著,其余各主梁的刚度也都有不同程度的退化趋势。偏载端主梁的钢筋应力发展最为迅速而首先达到屈服强度,其余各主梁的受力钢筋应力依次发展,直至结构破坏。

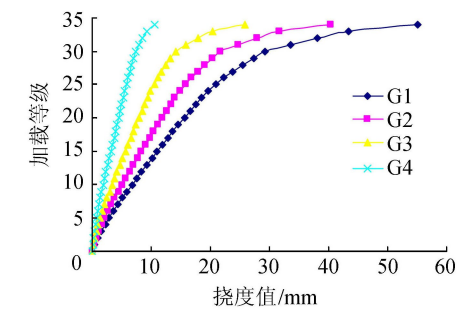


图 8 各主梁的跨中荷载-挠度曲线
Fig. 8 Load-deformation curve of each beam

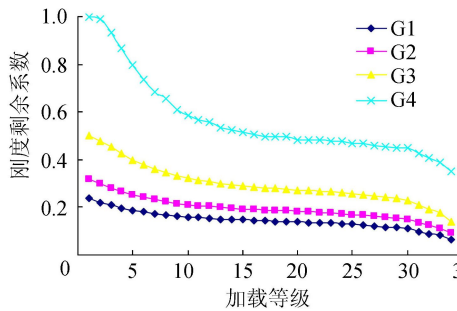


图 9 各主梁的荷载-刚度剩余系数曲线
Fig. 9 Load-residual stiffness coefficient curve of each beam

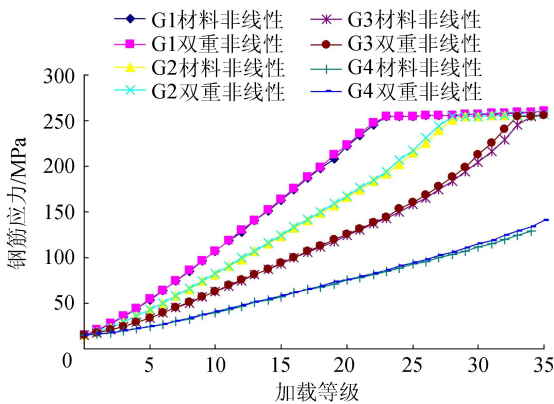


图 10 钢筋应力随加载等级的变化曲线
Fig. 10 Variation curve of the steel stress with load degree

参考文献:

- [1] SHEN Dejian, DENG Shucheng, ZHANG Jinyang, et al. Behavior of reinforced concrete box beam with initial cracks repaired with basalt fiber-reinforced polymer sheet[J]. Journal of Reinforced Plastics and Composites, 2015, 34(18):1540-1554.
- [2] HAWILEH R A, NAWAZ W, ABDALLA J A, et al. Effect of flexural CFRP sheets on shear resistance of reinforced concrete beams[J]. Composite Structures, 2015, 122(4): 468-476.
- [3] 邓宗才. 混杂纤维增强超高性能混凝土弯曲韧性与评价方法[J]. 复合材料学报, 2016, 33(6): 1274-1280. (DENG Zongcai. Flexural toughness and characterization method of hybrid fibers reinforced ultra-high performance concrete[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2016, 33(6): 1274-1280. (in Chinese))
- [4] 张峰, 叶见曙. 预应力混凝土梁开裂后的结构行为[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2005, 35(4):584-588. (ZHANG Feng, YE Jianshu. Structure behavior of cracked prestressed concrete beam[J]. Journal of Southeast University(Natural Science Edition), 2005, 35(4):584-588. (in Chinese))
- [5] DENG Linzhong, MICHEL G, ALES Z, et al. Nonlinear flexural behavior of prestressed concrete girder bridges[J]. Journal of Bridge Engineering, 2001, 6(4): 276-284.
- [6] THABET A, HALDANE D. Three-dimensional simulate-on of nonlinear response of reinforced concrete members subjected to impact-loading[J]. Journal of ACI-Structure, 2000, 97(5): 689-701.
- [7] 王丹, 郭志昆, 邵飞, 等. 混杂纤维布加固轻骨料混凝土梁的试验研究[J]. 长安大学学报(自然科学版), 2016, 36(2): 52-58. (WANG Dan, GUO Zhikun, SHAO Fei, et al. Experimental study on LC beams strengthened with hybrid fiber sheets[J]. Journal of Chang'an University(Natural Science Edition), 2016, 36(2): 52-58. (in Chinese))
- [8] 张剑, 叶见曙, 王景全, 等. 预应力混杂碳/玻璃(C/G)纤维布加固RC梁的应力重分布[J]. 交通运输工程学报, 2017, 17(1): 45-52. (ZHANG Jian, YE Jianshu, WANG Jingquan, et al. Stress redistribution of RC beams strengthened with prestressed hybrid Carbon/Glass(C/G) fiber cloth[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2017, 17(1): 45-52. (in Chinese))
- [9] 汪锋, 苏林, 张剑, 等. 预应力混凝土刚构U型梁的受力性能研究[J]. 新技术新工艺, 2017, 37(11): 32-35. (WANG Feng, SU Lin, ZHANG Jian, et al. Analysis of mechanical performances of rigid frame U shaped beam[J]. New Technology & New Process, 2017, 37(11): 32-35. (in Chinese))
- [10] SUN Wei, GHANNOUM W M. Modeling of anchored CFRP strips bonded to concrete[J]. Construction and Building Materials, 2015, 85: 144-156.
- [11] 王家林. 钢筋混凝土结构空间有限元分析的体梁组合单元[J]. 工程力学, 2002, 19(6): 131-135. (WANG Jialin. A brick-beam combination element for three dimensional finite element analysis of reinforced concrete structures[J]. Engineering Mechanics, 2002, 19(6): 131-135. (in Chinese))
- [12] 张剑, 黄剑峰, 叶见曙, 等. 多肋式梁桥在全过程中应力重分布研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2010, 42(10): 1656-1661. (ZHANG Jian, HUANG Jianfeng, YE Jianshu, et al. Stress redistribution analysis of multi-girder structure during the whole course[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2010, 42(10): 1656-1661. (in Chinese))
- [13] HAMDIA K M, SILANI M, ZHUANG Xiaoying, et al. Stochastic analysis of the fracture toughness of polymericnanoparticle composites using polynomial chaos expansions[J]. International Journal of Fracture, 2017, 206: 215-227.
- [14] YOO D Y, LEE J H, YOON Y S. Effect of fiber content on mechanical and fracture properties of ultra-high performance fiber reinforced cementitious composites[J]. Composite Structures, 2013, 106(12): 742-753.
- [15] HAMDIA K M, ZHUANG Xiaoying, HE Pengfei, et al. Fracture toughness of polymeric particle nanocomposites: detection mechanical model of Models performance using Bayesian method[J]. Composite Science and Technology, 2016, 126: 122-129.
- [16] BENNOUN M, HOUARI M S A, TOUNSI A. A novel five variable refined plate theory for vibration analysis of functionally graded sandwich plates[J]. Mechanics of Advanced Materials and Structures, 2016, 23(4): 423-431.
- [17] 吴贞杰, 夏晓舟, 章青. 黏聚单元嵌入技术及其在混凝土微观分析模型中的应用[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2017, 45(6): 535-542. (WU Zhenjie, XIA Xiaozhou, ZHANG Qing. Embedding technique of cohesive element and its application in concrete mirco-level analysis model[J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences), 2017, 45(6): 535-542. (in Chinese))
- [18] SONG H W, YOU D W, BYUN K J, et al. Finite element failure analysis of reinforced concrete T-girder[J]. Engineering Structures, 2002, 24: 151-162.
- [19] 张剑, 叶见曙, 石杏喜, 等. 横向荷载作用下RC多T梁上部结构的受力性能研究[J]. 南京航空航天大学学报, 2010, 42(2): 262-266. (ZHANG Jian, YE Jianshu, SHI Xingxi, et al. Mechanical properties of upper structure of RC multi-T girders subjected to transverse loads[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2010, 42(2): 262-266. (in Chinese))