

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2019.04.005

半湿润流域洪水预报实时校正方法比较

徐 杰,李致家,霍文博,马亚楠

(河海大学水文水资源学院,江苏 南京 210098)

摘要: 为了提高新安江模型在半湿润流域的洪水预报精度,选择 K 最近邻(KNN)算法、传统的误差自回归(AR)方法、反馈模拟方法 3 种实时校正方法,以陕西省陈河流域为试验对象进行洪水预报。以洪峰相对误差和纳什效率系数为评价指标,分析对比 3 种方法的校正效果。结果表明:3 种校正方法均能提高预报纳什效率系数,其中反馈模拟最优,AR、KNN 效果次之;反馈模拟对洪峰误差校正相比于 KNN 算法在短预见期内更为精确,两者均能减小 AR 法在洪峰误差校正上的不足;加入历史样本的 KNN 算法在洪峰误差校正上效果优于反馈模拟,可有效提高洪水预报精度。

关键词: 洪水预报;预报精度;实时校正;K 最近邻算法;反馈模拟方法;误差自回归方法;新安江模型;半湿润流域;陈河流域

中图分类号:P338 文献标志码:A 文章编号:1000-1980(2019)04-0317-06

Comparison of real-time correction methods of flood forecasting in semi-humid watershed

XU Jie, LI Zhijia, HUO Wenbo, MA Yanan

(College of Hydrology and Water Resources, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: To provide more reliable simulations and forecasts using the Xinanjiang model in the semi-humid watersheds, this study introduced three real-time correction methods into the flood forecasting, respectively, including the K-nearest neighbor algorithm (the KNN method), the traditional error autoregression method (the AR method) and the simulating feedback method. The Chenhe Basin, in Shaanxi Province, was selected as the experimental basin. Considering the relative error of flood peak and the coefficient of Nash-Sutcliffe efficiency as evaluation indicators, this study analyzed the results of three correction methods. The results show that all three kinds of correction methods can improve the coefficient of Nash-Sutcliffe efficiency and the simulating feedback method was optimal on the Nash-Sutcliffe efficiency coefficient, while the AR method and the KNN method were the second best. The simulating feedback method allow a remarkable improvement compared with the KNN method in a short forecast period, and both of them can effectively avoid the defect of the AR method in terms of the error correction of flood peak. The results also indicate the KNN method with historical samples yielded better results than the simulation of feedback method on the error correction of flood peak, which can effectively improve the accuracy of flood forecasting.

Key words: flood forecasting; accuracy of forecasting; real-time correction; K-nearest neighbor algorithm; simulating feedback method; error autoregression method; Xinanjiang model; semi-humid watershed; Chenhe Basin

基金项目: 国家自然科学基金(51679061, 41130639);“十三五”国家重点研发计划(2016YFC0402705)
作者简介: 徐杰(1995—),男,硕士研究生,主要从事水文预报研究。E-mail:xujie9506@163.com
通信作者: 李致家,教授。E-mail:zjli@hhu.edu.cn
引用本文: 徐杰,李致家,霍文博,等.半湿润流域洪水预报实时校正方法比较[J].河海大学学报(自然科学版),2019,47(4):317-322.
XU Jie,LI Zhijia,HUO Wenbo,et al. Comparison of real-time correction methods of flood forecasting in semi-humid watershed[J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences),2019,47(4):317-322.

实时校正是实时洪水预报系统不可缺少的环节,实时校正方法校正能力的强弱是洪水预报精度的决定性因素之一^[1]。滤波技术^[2,4]、人工神经网络^[5-9]、贝叶斯理论^[10]等手段的加入,丰富了实时校正技术在校正输入变量、状态变量、模型参数、输出结果等方面的应用。现有的概念性流域水文模型,通常由实测降雨和径流资料反求模型参数值,只能反映流域径流形成的平均情况,如果用来预报未来的径流,误差不可避免也不易控制,因此,采用实时校正技术对预报误差进行实时修正是一种必要的补救措施^[11]。实时校正较为常用的方式是预报模型加上校正模型,直接对预报结果进行校正。其中,传统的误差自回归方法(简称AR法)对结果的校正因为其简单和不需要预先假定模型误差来源而被广泛运用^[1]。反馈模拟方法(简称反馈法)充分利用实测水文资料进行洪水作业预报的实时校正,经实际运用取得较好的结果^[12]。阚光远等^[13]将K最近邻算法(简称KNN法)运用于BP神经网络模型输出,实现了非实时校正模式下的连续模拟;刘开磊等^[14]将该方法运用于水动力学模型洪水预报;韩通等^[15]将该方法运用于前期降雨量指数模型对山区小流域洪水进行预报。

本文选取KNN法、AR法与反馈法,分别结合新安江模型^[16-18]建立实时洪水预报及校正系统,对比3种校正方法的校正结果,分析实时校正能力,旨在为提高新安江模型预报精度提供参考。

1 实时校正

预报模型的不确定性可以来自4个主要方面:输入数据中例如降雨预测模型的不确定性;观测中的不确定性;由于次优参数值导致的误差;由于不完全或有偏差的模型结构引起的误差。实时校正就是根据实测的水位或者流量资料通过反馈机制进行洪水预报^[19],通过水文流量的连续性来减少洪水预报模型对实际水文过程进行概化与简化过程中的误差,提高预报精度。

1.1 KNN法

基于误差回归分析的思想,KNN法假设预报时刻误差值与实测期预报误差值的相关关系如下:

$$p_{t+e} = f(p_t, p_{t-1}, \cdots, p_{t-s+1}) \tag{1}$$

式中: e ——预见期; p_t ——时刻 t 的预报误差值; s ——特征向量维数,表示与 $t+e$ 时刻预报误差值相关的 s 个最新的预报误差值。

KNN法从历史资料中筛选每个时刻的预报误差,依据历史样本特征向量之间的距离,按欧氏距离由小到大对历史样本排序,寻找与当前预报状态最相似的 k 段洪水过程,对相应的 k 个近邻样本预报误差进行反距离加权,得到预报误差估计值,与原始预报值求和就是最终的校正结果。KNN法是从历史资料中找寻最相似的流量过程,可以看作是一种历史匹配方法。

1.2 AR法

AR法基于误差序列相关关系建立回归方程,利用历史数据构建多个回归方程,解算超定的回归方程组,获得回归方程系数,进而得到预报时刻误差估计值。AR回归方程如下:

$$p_{t+e} = \alpha_0 + \alpha_1 p_t + \alpha_2 p_{t-1} + \cdots + \alpha_N p_{t-N+1} + w_t \tag{2}$$

式中: N ——自回归的阶数; $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_N$ ——回归方程系数; w_t ——余项。

1.3 反馈法^[12]

反馈法直接利用最新实测时刻的实测及预报值计算预报时刻的误差值,最大限度地利用了实测及预报值对后期预报值进行校正。

2 校正方法对比

选取2003—2012年陕西省陈河流域18场典型洪水过程,采用新安江模型(计算步长取1h)进行洪水预报;采用洪峰相对误差(δ_{RPE})和纳什效率系数(C_{NSE})为评价指标;采用KNN法、AR法、反馈法对新安江模型的模拟结果进行校正。

2.1 研究区域概况

陕西省陈河流域位于北温带,属大陆性季风气候区;多年平均降水量700~900mm,径流系数0.2~0.5;流域地处秦岭北麓,平均坡度27°,呈扇形结构^[20];河流量主要系雨水补给,局部暴雨是发生洪水的主要原因^[21]。陈河流域洪水陡涨陡落,以蓄满产流为基础的新安江模型难以对这种洪水过程进行精确模拟。由

18 场典型洪水知,陈河流域汇流时间为 6 h。

2.2 确定性结果评价指标

挑选 C_{NSE} 、 δ_{RPE} 用于分析确定性预报结果的预报精度,计算公式如下:

$$C_{NSE} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (q_{m,i} - q_{s,i})^2}{\sum_{i=1}^n (q_{s,i} - \bar{q}_s)^2}$$

(3)

$$\delta_{RPE} = \frac{q_{m\max} - q_{s\max}}{q_{s\max}} \times 100\%$$

(4)

式中: $q_{m,i}$ ——序列 i 的模拟值; $q_{s,i}$ ——序列 i 的实测值; $\bar{q}_s$ ——实测序列均值; $q_{m\max}$ ——洪峰模拟值; $q_{s\max}$ ——洪峰实测值。

C_{NSE} 用于描述模型模拟序列与实测序列之间偏差的大小, C_{NSE} 值越接近 1,表明模拟序列偏离实测序列的程度越小,模拟精度越高。为分析多年平均预报结果的影响,对多场洪水的预报精度结果取平均,可得到平均纳什效率系数(C_{MNS})。 δ_{RPE} 显示峰现时刻预报误差的大小,绝对值越大,预报洪峰偏离实测洪峰的幅度越大。为分析多年平均预报结果的影响,对多场洪水的预报精度取绝对值的均值,可得到平均洪峰相对误差绝对值(C_{MRP})。

2.3 3 种校正方法在预见期 6 h 时的预报效果对比

以预见期 6 h 为例,分析 3 种校正方法的效果。图 1 为各场次 δ_{RPE} 及 C_{NSE} 分布。

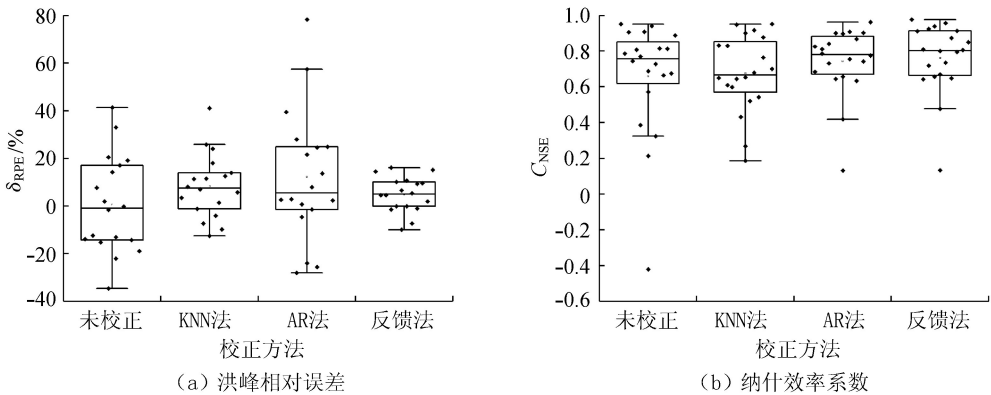


图 1 3 种校正方法校正性能指标对比

Fig.1 Comparison of correction performance indexes for three real-time correction methods

3 种校正方法均能提高 C_{NSE} 。新安江模型计算结果 C_{MNS} 值为 0.676,经过 AR 法、KNN 法、反馈法校正后 C_{MNS} 值依次为 0.776、0.701、0.795。 C_{NSE} 反映流量过程线拟合程度,总体上,经过校正的流量过程相比于未校正更接近实测流量过程。不同于 AR 法和反馈法,KNN 法用来校正的近邻样本基于统计样本,与时序无关,且为了有效模拟洪峰,特征向量维数 s 参考 Karlsson 等^[22]取值 3,使得校正流量过程线易在平稳段以实测流量过程线为中心上下波动,导致 C_{NSE} 较低。

3 种校正方法中,KNN 法、反馈法均能有效控制洪峰流量。新安江模型计算结果 C_{MRP} 值为 16.72%,经过 AR 法、KNN 法、反馈法校正后 C_{MRP} 值依次为 21.56%、12.14%、7.13%。新安江模型 δ_{RPE} 集中分布在 $\pm 20\%$ 之内,但仍有 5 场不在此范围。从箱形图上看,3 种校正方法 δ_{RPE} 箱型图下四分位数均接近 0,表明三者均能有效地提高洪峰预报值;从误差分布范围上看,AR 法 δ_{RPE} 分布范围略低于新安江模型计算值,但存在较高的异常点,校正结果在洪峰处反而不如新安江模型计算值;KNN 法、反馈法校正结果 δ_{RPE} 误差范围相对于原始误差范围大幅度减小,其中,反馈法在缩小误差范围和减小异常点方面效果优于 KNN 法。

AR 法在洪峰位置校正效果较差,因为 AR 法的理论依据是认为误差序列存在相关性,即当这种相关性因为序列突变不存在时,AR 法很难跟踪误差序列在洪峰附近的显著突变,导致校正结果在突变处不理想,而在平稳段模拟效果较好。

与 AR 法相比,反馈法最大限度得依赖于实测值与预报值,不会出现 AR 法中在误差突变点的过大误

差。反馈法校正后 C_{MRP} 显著减小,经校正之后, δ_{RPE} 均控制在 $\pm 20\%$ 以内,但是,反馈法易使校正计算值峰现时间滞后于实测计算值,且校正峰值大于实测峰值。

KNN 是在历史库中寻找最相似的历史过程,按权重对预报时间点进行修正,部分摆脱上面 2 种方法对时间序列的要求,在洪峰模拟上达到了略低于反馈法的精度。对于洪峰流量值,反馈法和 KNN 法均能有效地修正较低的预报值。本节 KNN 法结果部分偏高,有 2 种可能:一是预见期的影响,本节以流域汇流时间 6 h 为预见期,过长的预见期对较陡的涨洪过程校正结果影响大;二是本节 KNN 法历史样本均来自同场洪水预热期与已预报的样本,能够反应洪峰流态的样本数量少。接下来,分别修改预见期和历史样本数,分析预见期对 3 种校正方法的影响及历史样本数对 KNN 法的影响。

2.4 不同预见期校正结果对比

将预见期依次选取为 1 h、2 h、3 h、4 h、5 h、6 h,表 1 为 3 种校正方法在不同预见期内的 C_{MRP} 和 C_{MNS} ,图 2 为 3 种校正方法在不同预见期的 δ_{RPE} 分布。

表 1 3 种校正方法在不同预见期内的校正性能指标对比

Table 1 Comparison of correction performance indexes for three real-time correction methods under different forecast periods

预见期/h	$C_{MRP}/\%$				C_{MNS}			
	未校正	KNN 法	AR 法	反馈法	未校正	KNN 法	AR 法	反馈法
1	16.7	6.9	19.6	4.1	0.676	0.936	0.883	0.975
2	16.7	10.4	40.4	7.3	0.676	0.880	0.686	0.932
3	16.7	11.2	40.6	9.1	0.676	0.821	0.651	0.882
4	16.7	10.8	22.4	10.0	0.676	0.769	0.797	0.837
5	16.7	11.1	26.9	9.5	0.676	0.727	0.780	0.803
6	16.7	12.1	21.6	7.1	0.676	0.701	0.776	0.795

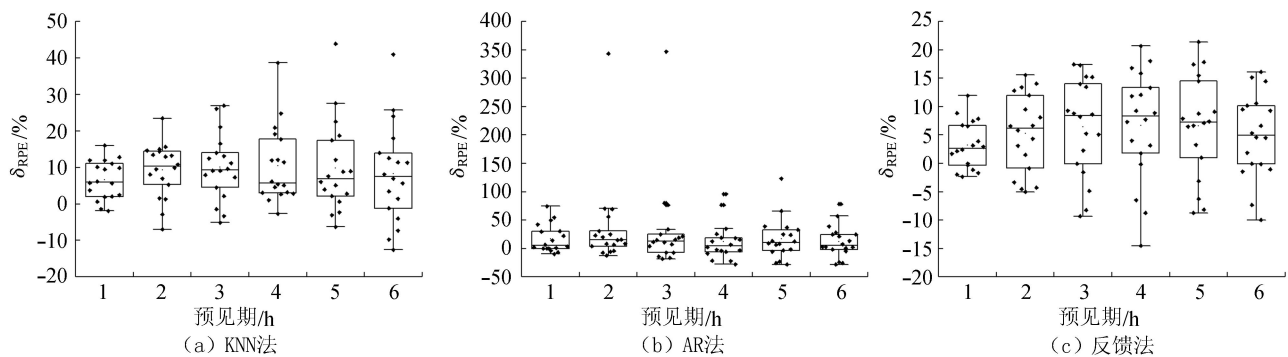


图 2 3 种校正方法在不同预见期洪峰相对误差分布

Fig. 2 Distribution of the relative error of flood peak for three real-time correction methods under different forecast periods

随着预见期的减小,KNN 法 δ_{RPE} 分布范围逐渐减小,预报精度逐渐提高;预见期 4 h 时,KNN 法 δ_{RPE} 相对于其他预见期而言,更均匀地分布在误差为 0 的周围,导致预见期 4 h 时 C_{MNS} 略好。AR 法 δ_{RPE} 分布区间与未校正时大致相当,除预见期 1 h 之外均存在异常点,AR 法在洪峰校正方面效果较差。AR 法在预见期 2 h 和 3 h 时,由于第 2006090308 场次洪水实际涨洪速度较快,校正结果在洪峰附近过大,使得该场次洪水的 C_{NSE} 小于-2,若去掉该场次洪水求均值, C_{MNS} 值分别为 0.859、0.828, C_{MRP} 值分别为 23.51%、23.59%。反馈法 δ_{RPE} 分布区间上均小于模型计算值结果,证明反馈法洪峰误差校正上的可行性。由于反馈法涨洪段的计算基于最新的实测值,洪峰处校正结果会很容易大于实测值,箱型图下四分位数均接近 0,根据这一特点,可以作为修正 AR 校正值的参考;按照反馈法原理,反馈法最多用到 6 对实测值与预报值,随着预见期的增加,校正所用到的实测值与预报值对数减少;在预见期 1~4 h 时,随着预见期的增加,从 C_{MRP} 上看,反馈法的精度降低速率远远超过 KNN 法;预见期 5 h 和 6 h 时,用到的实测与预报数据对数分别为 2 和 1,简单来说此时校正结果近似于用最新时刻实测值加上预报计算值差值所求得,数学理论性不强,稳定性差。

总体上,随着预见期的减小,3 种校正方法获得的 δ_{RPE} 有逐渐增大的趋势;洪峰模拟上,AR 法效果不随预见期的变化而有显著改善,KNN 法和反馈法校正效果有逐渐减小趋势,其中 KNN 法总体上比反馈法稳定。

2.5 不同训练样本对 KNN 校正结果的影响

本节内容探讨不同初始训练样本对 KNN 法校正结果的影响。

2.5.1 修改预热期长度

将预热期设置为 25 ~ 40h,取峰现时间在 40h 以后的 12 场洪水,以 δ_{RPE} 和 C_{NSE} 为评价指标。随着同一场次预热期的增长,KNN 法对洪峰的校正效果没有明显变化,很明显是因为目前采用的训练样本均来自于同场次洪水的、预报时刻之前已知的误差序列,不同预热期反映洪峰误差特征所采集到的样本相同,不同预热期的校正结果偏向于同一种水流形态。初始训练样本增加,预报时段减小,洪水选取中校正效果相对较好的部分平缓涨洪段不计入纳什效率系数计算,导致 C_{NSE} 总体上随着预热期的增加而减小。

2.5.2 加入历史样本库

前一部分选取同一场次洪水前期资料加入预热期,对洪峰校正效果影响不明显,本节按顺序将已经预报过的洪水场次纳入历史样本库,作为下一场次洪水 KNN 法的学习样本。图 3 为 KNN 法与考虑历史场次洪水 KNN 法(简称 KNN-E)、反馈法与 KNN-E 的洪峰相对误差对比。

随着历史洪水的加入, δ_{RPE} 分布范围有所减小,相比于未加入历史洪水时,在任意预见期 δ_{RPE} 都更接近于 0。可见,随着历史样本的加入,洪峰模拟效果加强, C_{NSE} 也稍有加强。学习样本的来源不仅包括本场洪水前期资料,也包括历史资料中所有的流量过程,KNN-E 能够收集到与预报时刻更相似的流量过程。以预见期 3h 为例,最后 7 场洪水 δ_{RPE} 由 KNN 法的 11.2%、9.6%、12.5%、26.9%、7.9%、7.3%、26.1% 变化为 KNN-E 的 0.9%、0.4%、8.1%、8.7%、5.2%、7.7%、8.7%,随着历史洪水的加入, δ_{RPE} 降低值趋向于正数。可见,随着样本数目的增加,模拟效果愈加趋向于实际结果。但是同样是样本数据的增加,校正计算速度也在下降,而且需要考虑前几场次洪水预报可能因为历史样本不充足而结果改善不明显,并且后几场次洪水预报的历史样本存在冗余的可能性。

相比于反馈法,KNN-E 虽然存在异常点,但其误差大多在 20% 附近, δ_{RPE} 分布范围更集中,KNN-E 在洪峰处模拟效果更好,一定程度上克服了反馈法在洪峰处预报结果偏大的弊端,并且随着预见期的增大,KNN-E 稳定性优于反馈法。

3 结 语

新安江模型在洪水过程陡涨陡落的半湿润流域模拟效果不算理想,可以考虑加入实时校正。本文运用 KNN 法、AR 法、反馈法对陈河流域新安江模型预报结果进行校正,得出如下结论:

- a. KNN 法与反馈法效果均优于 AR 法。经过 KNN 法、反馈法实时校正,洪峰流量误差减小,纳什效率系数增大,模拟效果较好;AR 法,因为在洪峰处预报误差序列可能存在突变,模拟效果较差;在洪水过程线拟合上,AR 校正结果相对于预报计算值拟合效果略好。
 - b. 反馈法在仅知校正时刻之前本场次实测流量与预报流量序列的情况下,模拟效果在洪峰流量及纳什效率系数上效果相对于 KNN 法更佳,根据反馈法洪峰模拟值普遍偏大的情况,可以作为修正 AR 校正值的参考;随着历史场次洪水的加入,KNN 法效果优于反馈法。
 - c. 反馈法因其数学理论性不强,运用过程中误差不断累积,虽然在短预见期时校正效果较好,但随着预见期的增加,校正效果不稳定、精度下降严重。
- 综上所述,新安江模型辅以校正模型,能有效提高模型在半湿润流域的预报精度。其中,KNN 法校正效果显著,反馈法在短预见期内可作为校正计算参考。

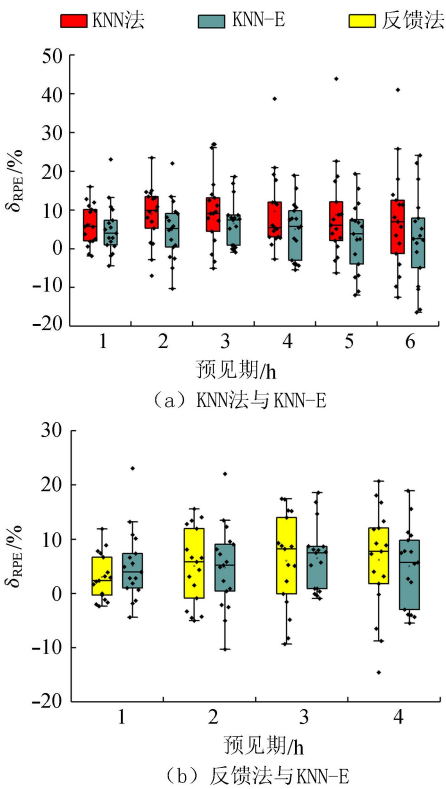


图 3 不同校正方法在不同预见期洪峰相对误差对比
Fig.3 Comparison of the relative errors of flood peak for different real-time correction methods under different forecast periods

参考文献:

[1] 周全. 洪水预报实时校正方法研究[D]. 南京:河海大学, 2005.

[2] KALMAN R E. A new approach to linear filtering and prediction problems[J]. Journal of Basic Engineering Transactions, 1960, 82(1): 35-45.

[3] EVENSEN G. The ensemble Kalman filter; theoretical formulation and practical implementation[J]. Ocean Dynamics, 2003, 53(4): 343-367.

[4] LJUNG L. Asymptotic behavior of the extended Kalman filter as a parameter estimator for linear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1979, 24(1): 36-50.

[5] HSU K L, GUPTA H V, SOROOSHIAN S. Artificial neural network modeling of the rainfall-runoff process[J]. Water Resources Research, 1995, 31(10): 2517-2530.

[6] XIONG Lihua, O'CONNOR K M. Comparison of four updating models for real-time river flow forecasting[J]. International Association of Scientific Hydrology Bulletin, 2002, 47(4): 621-639.

[7] XIONG Lihua, O'CONNOR K M, GUO Shenglian. Comparison of three updating schemes using artificial neural network in flow forecasting[J]. Hydrology & Earth System Sciences & Discussions, 2004, 8(2): 247-255.

[8] AL-ALAWI S M, ABDUL-WAHAB S A, BAKHEIT C S. Combining principal component regression and artificial neural networks for more accurate predictions of ground-level ozone[J]. Environmental Modelling & Software, 2008, 23(4): 396-403.

[9] AKSOY H, DAHAMSHEH A. Artificial neural network models for forecasting monthly precipitation in Jordan[J]. Stochastic Environmental Research & Risk Assessment, 2009, 23(7): 917-931.

[10] RAFTERY A E, GNEITING T, BALABDAOUI F, et al. Using Bayesian model averaging to calibrate forecast ensembles[J]. Monthly Weather Review, 2005, 133(5): 1155-1174.

[11] 芮孝芳. 流域水文模型研究中的若干问题[J]. 水科学进展, 1997, 8(1): 94-98. (RUI Xiaofang. Some problems in research of watershed hydrological model[J]. Advances in Water Science, 1997, 8(1): 94-98. (in Chinese))

[12] 翟家瑞. 常用水文预报算法和计算程序[M]. 郑州:黄河水利出版社, 1995.

[13] 阚光远,李致家,刘志雨,等. 改进的神经网络模型在水文模拟中的应用[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2013, 41(4): 294-299. (KAN Guangyuan, LI Zhijia, LIU Zhiyu, et al. An improved neural network model and its application to hydrological simulation[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2013, 41(4): 294-299. (in Chinese))

[14] 刘开磊,姚成,李致家,等. 水动力学模型实时校正方法对比[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2014, 42(2): 124-129. (LIU Kailei, YAO Cheng, LI Zhijia, et al. Comparison of real-time correction methods of hydrodynamic model[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2014, 42(2): 124-129. (in Chinese))

[15] 韩通,李致家,刘开磊,等. 山区小流域洪水预报实时校正研究[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2015, 43(3): 208-214. (HAN Tong, LI Zhijia, LIU Kailei, et al. Research on real-time correction method of flood forecasting in small mountain watershed[J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences), 2015, 43(3): 208-214. (in Chinese))

[16] 赵人俊. 流域水文模拟:新安江模型与陕北模型[M]. 北京:水利电力出版社, 1984.

[17] 霍文博,朱跃龙,李致家,等. 新安江模型和支持向量机模型实时洪水预报应用比较[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2018, 46(4): 283-289. (HUO Wenbo, ZHU Yuelong, LI Zhijia, et al. Comparison of Xin'anjiang model and Support Vector Machine model in the application of real-time flood forecasting[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2018, 46(4): 283-289. (in Chinese))

[18] 李致家,梁世强,霍文博,等. 淮河中中游复杂流域洪水预报[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2019, 47(1): 1-6. (LI Zhijia, LIANG Shiqiang, HUO Wenbo, et al. Study on the flood forecasting in complex basins of upper and middle reaches of Huaihe River[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2019, 47(1): 1-6. (in Chinese))

[19] 李致家. 现代水文模拟与预报技术[M]. 南京:河海大学出版社, 2010.

[20] 芮孝芳. 水文学前沿科学问题之我见[J]. 水利水电科技进展, 2015, 35(5): 95-102. (RUI Xiaofang. Discussion of some frontier problems in hydrology[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2015, 35(5): 95-102. (in Chinese))

[21] 童冰星,李致家,温娅惠,等. 基于地貌单位线的汇流模型在陈河流域的构建与应用[J]. 水力发电, 2017, 43(10): 19-22. (TONG Bingxing, LI Zhijia, WEN Yahui, et al. Construction and application of geomorphologic Instantaneous unit hydrograph confluence model in Chenhe Catchment[J]. Water Power, 2017, 43(10): 19-22. (in Chinese))

[22] KARLSSON M, YAKOWITZ S. Rainfall-runoff forecasting methods, old and new[J]. Stochastic Hydrology & Hydraulics, 1987, 1(4): 303-318.