

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2019.04.011

基于多元自适应回归样条的高维岩土工程问题分析

仇文岗^{1,2}, 洪利¹, 黎泳钦¹

(1. 重庆大学土木工程学院, 四川 重庆 400045;
2. 库区环境地质灾害防治国家地方联合工程研究中心, 重庆大学, 四川 重庆 400045)

摘要: 为解决岩土工程中多元变量间的非线性相关问题, 采用一种非参数回归算法——多变量自适应回归样条建立对目标参数的预测模型。该算法基于大量可靠的岩土监测数据, 运用简单线性样条函数的组合对输入、输出参数进行相关性拟合, 生成显性表达式, 同时得到各输入参数的相对重要性。通过桩的可贯入性、地下洞室稳定性分析 2 个实例, 对该方法进行评估。2 个实例中测试集的决定性系数 R^2 分别为 0.921 和 0.986, 最重要的输入参数分别是桩材料的弹性模量和围岩质量, 表明该方法可较精确地拟合多元输入参数与输出参数间的相关性, 可用于未知响应的预测。
关键词: 多元自适应回归样条; 基函数; 贯入桩; 可贯入性; 地下洞室稳定性; 参数相对重要性
中图分类号: TU470⁺.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-1980(2019)04-0359-07

Analysis of multi-dimensional geotechnical engineering problems based on multivariate adaptive regression splines

ZHANG Wengang^{1,2}, HONG Li¹, LI Yongqin¹

(1. College of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China;
2. National Joint Engineering Research Centre for Prevention and Control of Environmental Geological Hazards in the TGR Area, Chongqing University, Chongqing 400045, China)

Abstract: A nonparametric regression algorithm, called the multivariate adaptive regression splines (MARS), is adopted to establish a simple and interpretable model to approximate the nonlinear interactions between inputs and outputs. Based on well-documented case data, MARS is capable of producing explicit expressions using the combination of simple linear spline functions, as well as obtaining the relative importance of input parameters. The reliability and accuracy of MARS were validated via the geotechnical applications of pile drivability assessment and stability evaluation of underground caverns. The coefficients of determination for the testing set in the two examples are 0.921 and 0.986, respectively, indicating that MARS can effectively fit the correlation between input parameters and target outputs. As for the parametric relative importance, the elasticity modulus of pile and quality of surrounding rock are recognized as the two most influential factors. MARS method can accurately relate the target responses to nonlinear and multivariate inputs; thus, it is useful in the practical engineering construction.

Key words: multivariate adaptive regression splines; basis function; driven pile; drivability; stability of underground caverns; parametric relative importance

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金(51608071); 重庆市留学回国人员创业创新支持计划(cx2017123); 重庆市基础研究与前沿探索项目(cstc2018jcyjAX0632)

作者简介: 仇文岗(1983—), 男, 教授, 博士, 主要从事基坑工程、可靠度分析及岩土大数据研究。E-mail: cheungwg@126.com

引用本文: 仇文岗, 洪利, 黎泳钦. 基于多元自适应回归样条的高维岩土工程问题分析[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2019, 47(4): 359-365.
ZHANG Wengang, HONG Li, LI Yongqin. Analysis of multi-dimensional geotechnical engineering problems based on multivariate adaptive regression splines[J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences), 2019, 47(4): 359-365.

现阶段很多岩土工程问题依赖于利用经验方法、使用经验公式确定工程系统对输入变量的响应。这主要是因为岩土工程问题通常涉及多元变量问题,其机理难以准确地用科学语言进行描述;或是系统太复杂,无法建立精确的数学物理模型针对涉及多个设计(输入)变量和非线性响应的问题,特别是与统计相关的输入变量问题,通常采用回归方法。但当涉及大量输入变量,特别是当涉及混合变量或统计变量时,普通回归模型的适用性较低。另外,普通回归方法所采用的模型假设通常有悖于真实情况。

本文探讨一种可用于非线性和多维关系建模的方法,即多元自适应回归样条法(MARS)。MARS的优点之一是不需要预先设定函数的形式,并且能够在高维数据中找到复杂的数据映射,生成简单、易于解释的模型,能够估计输入变量对输出变量的贡献。近年来 MARS 算法在土木工程领域中的应用主要包括:岩体变形模量预测^[1]、钉合路面性能建模^[2]、砂土桩竖井阻力预测^[3]、沥青混合料变形预估^[4]、加筋土墙振动台试验分析^[5]、黏土不排水抗剪强度测定^[6]、无黏性土层沉桩过程中桩的极限承载力预测^[7]、基坑开挖支护挡墙侧移曲线预测^[8]、土压盾构隧道施工引起地表沉降估计^[9]等。本文首先介绍 MARS 的基本原理,并通过 2 个实例(实例 1 是高维非线性大数据问题,实例 2 是多维非线性问题)说明该函数的逼近能力及其有效性;然后结合 MARS 自身的特点,给出在复杂高维大数据量岩土工程问题中使用该方法的相关建议。

1 MARS

MARS 是一种基于分段策略的非线性、非参数回归方法^[10-11]。该方法无需假设输入变量与输出变量之间潜在的特定函数关系,而是将数据的训练集划分为独立的不同梯度的分段线段,每个分段线段称为基函数;各段的端点称为结点,一个结点标记数据的一个区域的结束和下一个区域的开始。由此得到的基函数将给予模型更大的灵活性,允许产生弯曲、阈值和其他偏离线性的情况。MARS 通过逐步搜索以生成基函数,利用自适应回归算法以选择结点位置。MARS 算法分为前向选择、后向剪枝 2 个步骤:前向选择过程是对输入的样本数据进行划分处理,用样条函数代替划分的小区间拟合得到新的基函数,继而得到一个拟合模型;后向剪枝过程是对所产生的基函数进行筛选处理,剔除对模型拟合贡献较小的基函数,以避免出现过拟合情况,进而产生最优模型。

1.1 前向选择过程

MARS 基本的数学模型如下:

$$y=f(X_1,X_2,\cdots,X_p)+e=f(\mathbf{X})+e$$

式中: y ——输出(目标)变量; $\mathbf{X}$ ——输入变量矩阵, $\mathbf{X}=(X_1,X_2,\cdots,X_p)$; e ——误差分布。

MARS 通过基函数估计函数 f 。基函数为光滑多项式,包括分段线性和分段三次函数 2 种模型。为了简单起见,只表示分段线性函数。分段线性函数以 $\max(0,x-t)$ 的形式表示(t 为 x 的某一取值),其中结点的位置由 t 值决定,式(2)表明只有当 $x-t\geq 0$ 才有意义,否则取 0 值。其表达式为

$$\max(0,x-t)=\begin{cases}x-t & x\geq t \\ 0 & x<t\end{cases}$$

MARS 模型 $f(\mathbf{X})$ 由基函数和它们之间相互关系的线性组合建立,其表达式为

$$f(\mathbf{X})=\beta_0+\sum_{n=1}^N\beta_n\lambda_n(\mathbf{X})$$

式中: β_0 ——常数; N ——基函数的个数,预设最大基函数个数(一般取最终模型基函数数量的 2 倍),再由后向剪枝过程筛选删减; β_n ——基于最小二乘法得出的第 n 个基函数的系数; $\lambda_n(\mathbf{X})$ ——基函数,可以是一个样条函数,也可以是包含在模型中 2 个或更多的样条函数的乘积(为了简便,本文最高采取二阶^[12])。

MARS 是一个数据建模的过程,为使模型符合式(3),应先对数据的训练集进行前向选择程序。通过采用常数项和基函数对生成模型,尽量减小训练误差;对含有 N 个基函数的模型,下一对加入模型的基函数形式为

$$\hat{\beta}_{n+1}\lambda_n(\mathbf{X})\max(0,x_i-t)+\hat{\beta}_{n+2}\lambda_n(\mathbf{X})\max(0,t-x_i)$$

式中 β 利用最小二乘法求得。模型加入新的基函数时,也会考虑其与模型中已有基函数之间的相互作用。若基函数数目达到模型预定的最大数量,将产生一个过拟合的模型。

1.2 后向剪枝过程

为了选取并剔除多余的基函数,MARS 采用广义交叉验证法(GCV)确定所需的模型。利用参数 ε 对模型子集的性能进行比较, ε 的值越小,模型越优。 ε 的计算方法如下:

$$\varepsilon = \frac{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M [y_i - f(x_i)]^2}{\left[1 - \frac{N + \frac{d(N-1)}{2}}{M} \right]}$$

(5)

式中: M ——数据组数; y_i ——实测数据值; $f(x_i)$ ——MARS 模型预测值; d ——惩罚因子。

分子是 MARS 模型数据训练集的均方误差,分母为惩罚函数。模型复杂度越高,方差就会越大。 ε 不仅决定模型的基函数数目,而且影响结点数。一般默认 d 值取 3^[13]。后向过程中,在已预设最大基函数个数的前提下,该算法通过不断地剔除基函数使式(5)取得最小值,直至找到一个合适的模型。由于基函数的选择和可变结点的位置是依据数据和具体研究问题决定的,因此 MARS 是一种自适应的模型。得出最优 MARS 模型后,通过将涉及同一个变量的所有基函数组合在一起,并采用方差分析比较变量的统计学显著性,以此来评价输入变量和基函数的贡献。

另外,由于最大基函数个数是事先预设的,若预设值不合理,可能导致最终的模型并不是最优模型。因此可以试验多组预设值,并选取合适的评价指标,观察评价指标随预设值的变化情况,以此确定最终模型的预设最大基函数个数。本文最终模型的选取主要参考 3 个评价指标:决定系数 R^2 、标准偏差 δ_{RMSE} 、相对平均标准偏差 δ_{RRMSE} 。

2 案例分析

2.1 预制桩贯入过程中的最大压应力预测

采用 MARS 对一个多变量、大数据问题进行分析。通过对冲锤、土体相关参数以及桩的极限承载力、冲程等 17 个输入变量进行分析,预测预制桩在贯入过程中承担的最大压应力(σ_{MCS}),从而判断桩的可贯入性。输入的 17 个变量见表 1,输出变量为最大压应力 y 。本例的数据库包括 67 个项目中的 4072 个型钢桩试验结果^[13-14]。从数据库中随机选取 70% 的数据作为训练集,其余作为测试集。

在建模过程中,不断调试基函数的预设个数,并观察模型的 R^2 、 δ_{RMSE} 、 δ_{RRMSE} 值的大小,选取恰当的预设基函数个数。本例中,3 个误差评价指标随预设基函数个数的变化见表 2。

表 1 输入变量

Table 1 Summary of inputs variables

符号	变量	符号	变量
x_1	冲锤压力	x_{10}	桩截面面积
x_2	冲击能量	x_{11}	桩长径比
x_3	锤垫面积	x_{12}	桩底振幅
x_4	弹性模量	x_{13}	轴向阻尼
x_5	材料厚度	x_{14}	桩底阻尼
x_6	桩帽质量	x_{15}	轴向阻力
x_7	桩长	x_{16}	桩极限承载力
x_8	桩嵌入深度	x_{17}	冲程
x_9	桩直径		

表 2 评价指标随基函数数目变化情况

Table 2 Variations of measuring indexes with B_{fs} number

预设基 函数个数	评价指标			预设基 函数个数	评价指标		
	R^2	δ_{RMSE}	$\delta_{\text{RRMSE}}/\%$		R^2	δ_{RMSE}	$\delta_{\text{RRMSE}}/\%$
32	0.900	13.111	6.60	48	0.914	12.205	6.14
34	0.902	12.995	6.54	50	0.913	12.231	6.16
36	0.900	13.140	6.62	52	0.917	11.952	6.02
38	0.900	13.105	6.60	54	0.918	11.871	5.98
40	0.900	13.145	6.62	56	0.921	11.642	5.86
42	0.899	13.167	6.63	58	0.920	11.738	5.91
44	0.901	13.082	6.59	60	0.919	11.821	5.95
46	0.905	12.813	6.45				

表 2 表明,拟合效果不随预设基函数个数增长而优化,为获得较为理想的拟合效果,应不断调试预设基函数的数目;必要时,程序的运行时间也可作为考虑因素。本例中,预设基函数数目为 56 时 R^2 值较高,且

δ_{RMSE} 、 δ_{RRMSE} 值均较低,效果较理想,因此选取该试验 MARS 模型进行分析预测。

训练数据集与测试数据集的拟合效果可见图 1。由图 1 可知,训练集的拟合效果较为理想,可用于下一步的预测;测试集的 R^2 约为 0.921,相对平均标准偏差为 5.86%,表明该模型的适用性较好。

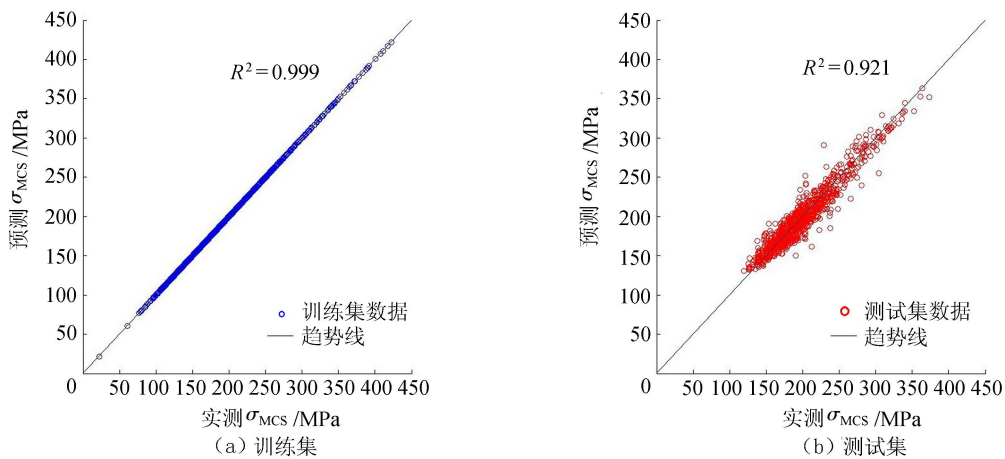


图 1 MARS 模型拟合的 σ_{MCS} 效果

Fig. 1 Comparison between target and predicted σ_{MCS} for the training set and testing set

模型的方差分析结果见表 3。表 3 中的第一列为方差分析函数序号,第二列给出了模型的 ε 值,该值是将与某一特定方差分析函数响应的基函数删去后的 ε 值,可表征该方差分析函数对模型拟合情况的影响程度。第三列表示对应函数的标准差,第四列给出了与该方差分析函数有关的输入变量。

表 3 MARS 模型的 σ_{MCS} 方差分析结果

Table 3 ANOVA decomposition of σ_{MCS} for the MARS model

函数序号	ε	σ_{STD}	相关变量	函数序号	ε	σ_{STD}	相关变量
1	0.020	0.113	x_1	12	0.005	0.021	x_1, x_{17}
2	0.026	0.074	x_4	13	0.022	0.092	x_2, x_4
3	0.009	0.058	x_6	14	0.005	0.032	x_6, x_{10}
4	0.010	0.039	x_7	15	0.012	0.067	x_6, x_{16}
5	0.005	0.024	x_{10}	16	0.008	0.053	x_7, x_{16}
6	0.006	0.028	x_{11}	17	0.006	0.035	x_8, x_{16}
7	0.025	0.137	x_{17}	18	0.004	0.021	x_{10}, x_{16}
8	0.005	0.018	x_1, x_3	19	0.004	0.011	x_{11}, x_{15}
9	0.004	0.014	x_1, x_7	20	0.004	0.014	x_{11}, x_{17}
10	0.004	0.011	x_1, x_{15}	21	0.005	0.029	x_{15}, x_{16}
11	0.004	0.015	x_1, x_{16}	22	0.004	0.018	x_{16}, x_{17}

注: σ_{STD} 为标准差。

通过分析 MARS 模型中输入变量有无对 ε 的影响来评估输入变量的相对重要性。图 2 给出了相对重要性的分析结果。结果表明,在 σ_{MCS} 预测模型中,弹性模量是最重要的参数,其次是冲锤压力和冲程。未列出的 5 个变量是在 MARS 模型中认为对输出变量贡献极小的变量。

表 4 列出了 MARS 模型的 σ_{MCS} 基函数 B_{F_i} 及其相应的表达式。MARS 模型如下:

$$y=5.1+0.715B_{F1}-0.758B_{F2}+0.3B_{F3}+0.461B_{F4}-0.633B_{F5}-0.173B_{F6}-0.026B_{F7}+14.13B_{F8}+0.04B_{F9}-0.46B_{F10}+0.042B_{F11}+0.173B_{F12}-17.14B_{F13}+0.204B_{F14}+0.12B_{F15}+0.398B_{F16}-0.463B_{F17}+0.089B_{F18}+2.985B_{F19}-0.045B_{F20}+$$

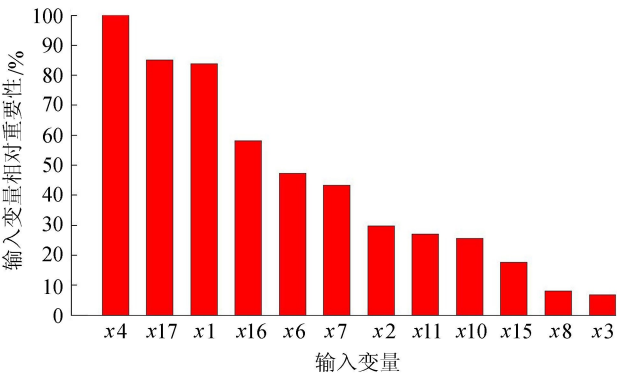


图 2 σ_{MCS} 的 MARS 模型输入变量相对重要性
Fig. 2 Relative importance of input variables in the MARS model of σ_{MCS}

0.136B_{F21}+0.117B_{F22}-0.312B_{F23}-0.439B_{F24}+0.076B_{F25}-0.222B_{F26}-0.010B_{F27}+
0.208B_{F28}+2.193B_{F29}-0.124B_{F30}-2.773B_{F31}+5.003B_{F32}-0.191B_{F33}-0.0420B_{F34}+
0.666B_{F35}+0.191B_{F36}-0.208B_{F37}-0.112B_{F38}-0.235B_{F39}-1.332B_{F40}+1.259B_{F41}-
4.882B_{F42}-1.295B_{F43}-0.225B_{F44}-0.142B_{F45}

表 4 σ_{MCS} 的 MARS 基函数表达式

Table 4 Expressions of B_{Fs} for the MARS model of σ_{MCS}

基函数表达式	基函数表达式
$B_{F1} = \max(0, x17-0.6836)$	$B_{F24} = B_{F6} \times \max(0, 1.7544-x6)$
$B_{F2} = \max(0, 0.6836-x17)$	$B_{F25} = \max(0, 3.091-x7)$
$B_{F3} = \max(0, 1.9988-x6)$	$B_{F26} = \max(0, 7.229-x16) \times \max(0, x6-1.763)$
$B_{F4} = \max(0, x1-2.6878)$	$B_{F27} = \max(0, 7.229-x16) \times \max(0, 1.763-x6)$
$B_{F5} = \max(0, 2.6878-x1)$	$B_{F28} = B_{F25} \times \max(0, x16-6.966)$
$B_{F6} = \max(0, x10+4.6052)$	$B_{F29} = B_{F2} \times \max(0, x16-7.245)$
$B_{F7} = \max(0, x11-2.1483)$	$B_{F30} = B_{F2} \times \max(0, 7.245-x16)$
$B_{F8} = \max(0, 2.1483-x11)$	$B_{F31} = \max(0, 7.229-x16) \times \max(0, x1-3.381)$
$B_{F9} = \max(0, 7.229-x16) \times \max(0, x8-1.3863)$	$B_{F32} = B_{F16} \times \max(0, 3.9927-x2)$
$B_{F10} = \max(0, 7.229-x16) \times \max(0, 1.3863-x8)$	$B_{F33} = \max(0, 7.229-x16) \times \max(0, x15-4.4427)$
$B_{F11} = \max(0, x6-1.9988) \times \max(0, x16-6.5144)$	$B_{F34} = \max(0, 7.229-x16) \times \max(0, 4.4427-x15)$
$B_{F12} = \max(0, x6-1.9988) \times \max(0, 6.5144-x16)$	$B_{F35} = B_{F5} \times \max(0, 2.0794-x7)$
$B_{F13} = B_{F2} \times \max(0, x1-3.381)$	$B_{F36} = B_{F7} \times \max(0, 2.7081-x15)$
$B_{F14} = B_{F2} \times \max(0, 3.381-x1)$	$B_{F37} = B_{F3} \times \max(0, x16-6.5677)$
$B_{F15} = \max(0, x4-0.67294)$	$B_{F38} = B_{F3} \times \max(0, 6.5677-x16)$
$B_{F16} = \max(0, 0.67294-x4)$	$B_{F39} = B_{F4} \times \max(0, x3+1.6983)$
$B_{F17} = B_{F6} \times \max(0, x16-6.9731)$	$B_{F40} = B_{F4} \times \max(0, -1.6983-x3)$
$B_{F18} = B_{F6} \times \max(0, 6.9731-x16)$	$B_{F41} = B_{F16} \times \max(0, x2-4.0622)$
$B_{F19} = B_{F4} \times \max(0, x15-4.5109)$	$B_{F42} = B_{F16} \times \max(0, 4.0622-x2)$
$B_{F20} = B_{F4} \times \max(0, 4.5109-x15)$	$B_{F43} = B_{F16} \times \max(0, x2-3.7705)$
$B_{F21} = \max(0, x16-7.229) \times \max(0, x15-3.7377)$	$B_{F44} = B_{F1} \times \max(0, x11-3.3365)$
$B_{F22} = \max(0, x16-7.229) \times \max(0, 3.7377-x15)$	$B_{F45} = B_{F1} \times \max(0, 3.3365-x11)$
$B_{F23} = B_{F6} \times \max(0, x6-1.7544)$	

2.2 地下洞室开挖的稳定性分析

地下洞室的常规稳定性评估涉及稳定性安全系数的确定,当系统的荷载效应超过结构抗力时,安全系数小于 1,认为结构发生破坏。与上个案例相似,本例中以地下洞室的岩体质量 Q 值(Q 系统的得分)为输入变量 $x1$,以地下洞室的宽度 B (单位为 m)为输入变量 $x2$,以地下洞室的高度 H (单位为 m)作为输入变量 $x3$,以 Flac3D 软件建立地下洞室模型,采用有限差分法(FDM)算得的安全系数 F_s 为输出变量。利用 MARS 预测安全系数,并分析各个输入变量对洞室稳定性的影响。

本数据库包含 120 组数据(5 种 Q 值,6 种 B 值,控制高宽比为 4、2、1、0.5,共 4 种情况;三者组合共 $5 \times 6 \times 4 = 120$ 组),随机抽取 80 组作为训练集,40 组作为测试集^[15]。通过不断调整预设基函数数目,发现预设基函数数目为 16 时模型的拟合效果最好,训练集 $R^2 = 1$;测试集 $R^2 = 0.986$, $\delta_{RMSE} = 0.035$,相对标准偏差 $\delta_{RSD} = 3.87\%$ 。模型的方差分析结果见表 5,拟合效果及参数相对重要性分别见图 3 和图 4。

由图 4 中各输入变量的相对重要性柱状图可得出,岩体质量 Q 对地下洞室整体稳定性的影响最大,其次是洞室的高度值 H ,宽度值 B 对洞室整体稳定性影响最小。因此,在地下

表 5 安全系数 MARS 模型方差分析
Table 5 ANOVA decomposition for the MARS model of F_s

基函数序号	ε	σ_{STD}	相关变量
1	0.207	0.264	$x1$
2	0.005	0.045	$x2$
3	0.139	0.224	$x3$
4	0.005	0.053	$x2, x3$

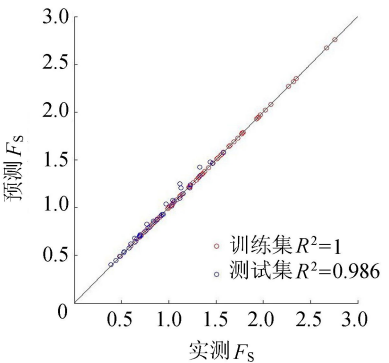


图 3 安全系数 MARS 模型拟合效果

Fig.3 Comparison between target and predicted F_s

洞室选址时,根据使用功能确定断面的基本几何尺寸后,应将围岩的质量作为一个重要的考虑因素。该 MARS 模型中,基函数以及安全系数的表达式,见表 6。

MARS 模型如下:

$$y=0.5345+0.12093B_{F1}-0.16298B_{F2}-0.093147B_{F3}-0.1299B_{F4}+0.077966B_{F5}-0.12226B_{F6}-0.048314B_{F7}-0.37283B_{F8}+0.23246B_{F9}-0.21805B_{F10}+0.087652B_{F11}+0.19209B_{F12}$$

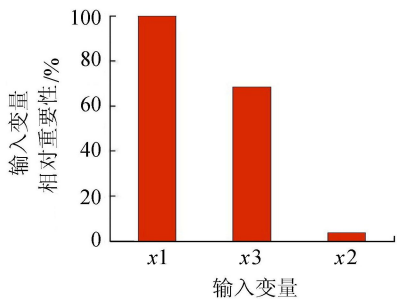


图 4 安全系数 MARS 模型输入变量相对重要性
Fig.4 Relative importance of input variables in the MARS model of F_s

表 6 安全系数 MARS 模型基函数表达式
Table 6 Expressions of B_{Fs} for the MARS model of F_s

基函数表达式	基函数表达式
$B_{F1}=\max(0,x1-2.3026)$	$B_{F7}=\max(0,0-x1)$
$B_{F2}=\max(0,2.3026-x1)$	$B_{F8}=\max(0,x3-2.7081)$
$B_{F3}=\max(0,3.4012-x3)$	$B_{F9}=\max(0,2.7081-x3)$
$B_{F4}=\max(0,x2-2.7081)$	$B_{F10}=B_{F3}\times\max(0,x2-2.3026)$
$B_{F5}=\max(0,2.7081-x2)$	$B_{F11}=B_{F3}\times\max(0,2.3026-x2)$
$B_{F6}=B_{F5}\times\max(0,1.6094-x3)$	$B_{F12}=B_{F9}\times\max(0,x2-2.3026)$

3 结 语

论证了使用 MARS 模拟岩土工程中多维非线性问题(涉及多个变量)的可行性。通过对 2 个案例进行模拟验证发现,由于 MARS 基本上使用线性回归建立模型,并通过在不同的输入变量区间内选取不同的斜率来近似该模型,所以 MARS 在计算过程上能够更有效地建立准确的拟合模型。

有别于传统的人工神经网络模型的“黑匣子”模式,MARS 模型的解释性良好,可以输出显性表达式。所建立模型的数学表达式如 2 个案例所示,并且结合表 4 与表 6,可观察到 MARS 模型能够明确结点位置,即输入变量间的界限点,因此可提供监测数据可能发生突变的位置。此外,MARS 能够通过方差分析过程评估每个变量的相对重要性,为工程设计方案的选择提供指导意见。

在应用 MARS 的过程中,应注意该算法主要应用于回归预测,其拟合能力较强,但可能出现过拟合现象。因此,在进行程序计算前应先选取合适的参数,例如惩罚因子、基函数的最高阶数等;然后不断调整预设基函数的数目,观察对应的 R^2 、 δ_{RMSE} 、 δ_{RRMSE} (或其他统计学误差评价指标),以选择最终的 MARS 模型;最后再通过方差分析得出输入变量的相对重要性。

MARS 算法如本文所述,虽然可用于复杂的回归预测问题,但与集成算法比较而言,计算效率仍然不足^[16]。另外在 MATLAB 软件中实现 MARS 时,存在无法处理数据缺失、无法进行数据聚类分析的缺点,这也是 MARS 未来需要改进的方向。

参考文献:

[1] 李鹏成,何鹏,彭强,等. 基于多元自适应回归样条方法的 RMR 系统预测岩体变形模量[J]. 水电能源科学,2018,36(2): 144-147. (LI Pengcheng, HE Peng, PENG Qiang, et al. Prediction of rock deformation modulus using RMR system based multivariate adaptive regression spline method[J]. Water Resources and Power, 2018,36(2):144-147. (in Chinese))

[2] ATTOH-OKINE N O, COOGER K, MENSAH S. Multivariate adaptive regression (MARS) and hinged hyperplanes (HHP) for doweled pavement performance modeling[J]. Const Build Mater,2009,23:3020-3023.

[3] LASHKARI A. Prediction of the shaft resistance of nondisplacement piles in sand[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics,2013,37(8):904-931.

[4] MIRZAHOSSEINIA M, AGHAEIFARB A, ALAVIC A, et al. Permanent deformation analysis of asphalt mixtures using soft computing techniques[J]. Expert Systems with Applications, 2011,38(5):6081-6100.

[5] ZAMANI S, EL-EMAM M, BATHURST R J. Comparison of numerical and analytical solutions for reinforced soil wall shaking table tests[J]. Geomechanics and Engineering,2011,3(4):291-321.

[6] SAMUI P, KARUP P. Multivariate adaptive regression spline and least square support vector machine for prediction of undrained

shear strength of clay[J]. International Journal of Applied Metaheuristic Computing, 2011,3(2):33-42.

[7] SAMUI P. Determination of ultimate capacity of driven piles in cohesionless soil: a multivariate adaptive regression spline approach[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics,2012,36(11):1434-1439.

[8] ZHANG Wengang, ZHANG Runhong, WANG Wei, et al. A multivariate adaptive regression splines model for determining horizontal wall deflection envelope for braced excavations in clays[J]. Tunneling and Underground Space Technology, 2019, 84:461-471.

[9] GOH A T C, ZHANG Wengang, ZHANG Yanmei, et al. Determination of EPB tunnel-related maximum surface settlement: a multivariate adaptive regression splines approach[J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, 2016, 77:489-500.

[10] FRIEDMAN J H. Multivariate adaptive regression splines[J]. Annals of Statistics,1991,19: 1-67.

[11] ZHANG Wengang. MARS applications in geotechnical engineering systems: multi-dimension with big data[M]. New York: Springer,2019.

[12] ZHANG Wengang, GOH A T C. Multivariate adaptive regression splines and neural network models for prediction of pile drivability[J]. Geoscience Frontiers, 2016,7(1): 45-52.

[13] ZHANG Wengang, GOH A T C. Multivariate adaptive regression splines for analysis of geotechnical engineering systems[J]. Computers and Geotechnics,2013,48:82-95.

[14] ZHANG Wengang, GOH A T C, ZHANG Yanmei. Multivariate adaptive regression splines application for multivariate geotechnical problems with big data[J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2016,34(1):193-204.

[15] GOH A T C,ZHANG Wengang. Reliability assessment of stability of underground rock caverns[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences,2012,55:157-163.

[16] 魏进兵,邓建辉.高地应力条件下大型地下厂房松动区变化规律及参数反演[J].岩土力学,2010,31(增刊1):330-336. (WEI Jinbing, DENG Jianhui. Variation of excavation damaged zone and back analysis of large scale underground powerhouse with high geostress[J]. Rock and Soil Mechanics,2010,31(Sup1):330-336. (in Chinese))

(收稿日期:2019 - 01 - 19 编辑:高建群)

· 简讯 ·

“六·五”世界环境日

1972 年 6 月 5 日联合国在瑞典首都斯德哥尔摩召开了联合国人类环境会议,会议通过了《人类环境宣言》,并提出将每年的 6 月 5 日定为“世界环境日”。同年 10 月,第 27 届联合国大会通过决议接受了该建议。世界环境日(World Environment Day)的确立,反映了世界各国人民对环境问题的认识和态度,表达了人类对美好环境的向往和追求。它是联合国促进全球环境意识、提高政府对环境问题的注意并采取行动的主要媒介之一。联合国环境规划署每年 6 月 5 日选择一个成员国举行“世界环境日”纪念活动,发表《环境现状的年度报告书》及表彰“全球 500 佳”,并根据当年的世界主要环境问题及环境热点,有针对性地制定每年的“世界环境日”主题。

2019 年世界环境日的主题为:蓝天保卫战,我是行动者(Beat Air Pollution)。(本刊编辑部供稿)