

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2019.06.008

# 植物根系土的剪切强度简化计算方法

杨玉冬<sup>1</sup>,高明生<sup>1</sup>,徐永福<sup>2,3</sup>

(1.江苏省交通工程建设局,江苏 南京 210001; 2.上海交通大学土木工程系,上海 200030;  
3.皖江工学院土木工程系,安徽 马鞍山 243000)

**摘要:**选取典型植物根系结构,建立根系相对面积随深度的变化函数,分析植物根系拉伸强度与根系直径、植物高度与地表根系主干面积、地表根系主干面积与竖直方向延伸深度的统计关系。根据加筋原理,解释了植物根系土的强度增强机理,建立了根系土剪切强度随深度减小的统一函数,该函数可由植物根系拉伸强度和根系面积沿深度分布直接计算根系土的剪切强度,简化了根系土剪切强度的确定方法,最后通过已有数据对该函数的可行性进行了验证。

**关键词:**植物护坡;根系土;根系结构;增强机理;剪切强度;拉伸强度;加筋作用

中图分类号:TU43;U417.1      文献标志码:A      文章编号:1000-1980(2019)06-0535-06

## Simplified calculation method of shear strength for root-permeated soils

YANG Yudong<sup>1</sup>,GAO Mingsheng<sup>1</sup>, XU Yongfu<sup>2,3</sup>

(1. Highway Construction Bureau of Jiangsu Province, Nanjing 210001, China;  
2. Department of Civil Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China;  
3. Department of Civil Engineering, Wanjiang Institute of Technology, Maanshan 243000, China)

**Abstract:** Four typical plants are chosen to analyze the reinforcing mechanism of plant root and form a simplified calculation method of shear strength for root-permeated soils. A uniform function for the area-depth distribution of plant was proposed based on these four typical plants. The relationship of tensile strength and root diameter, correlation of plant height to sectional area of root trunk at ground surface, and that of sectional area of root trunk at ground surface to maximum vertical depth from the surface were statistically analyzed. Then, reinforcing mechanism of root-permeated soil was explained based on the reinforcement principle. A simple method to calculate the shear strength of root-permeated soil was proposed according to a uniform function for the correlation of reduced shear strength to depth. The shear strength of root-permeated soil can be directly calculated from the tensile strength of roots and the distribution of root area to depth. At last, the feasibility of proposed method was validated by existing data.

**Key words:** vegetated slope; root-permeated soil; root texture; reinforcing mechanism; shear strength; tensile strength; reinforcement

高速公路建设对社会发展和经济建设具有至关重要的作用,但在高速公路建设过程中生态环境会受到一定的影响。当前,我国已将环境保护提高到前所未有的重视程度,“宁要绿水青山,不要金山银山”,绿水青山就是金山银山。因此,在高速公路建设过程中,做好沿线生态环境保护和修复工作,保证高速公路建设的可持续发展,是非常值得关注和期待的问题。在高速公路建设过程中,沿线生态环境的保护和修复主要是路基边坡的绿色防护和景观修复。以往高速公路路基边坡防护都是采用传统圬工防护技术,如框格防护、砌

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(41630633);江苏省交通工程建设局科研项目(2018)  
作者简介: 杨玉冬(1966—),男,研究员级高级工程师,主要从事高速公路建设管理工作。E-mail: ydyang@yahoo.com  
通信作者: 徐永福,教授。E-mail: yongfuxu@sjtu.edu.cn  
引用本文: 杨玉冬,高明生,徐永福. 植物根系土的剪切强度简化计算方法[J]. 河海大学学报(自然科学版),2019,47(6):535-540.  
YANG Yudong,GAO Mingsheng, XU Yongfu. Simplified calculation method of shear strength for root-permeated soils[J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences),2019,47(6):535-540.

石防护、封面防护和支挡工程等。传统圬工防护技术不但造价昂贵、浪费能耗,而且后期运营过程中在雨水作用下,会发生内侵蚀,掏空路基边坡,丧失防护作用。更关键的是,在高速公路建设的同时,路基边坡做不到“边建边绿”,影响沿线的生态环境。鉴于此,植物护坡的生态防护技术成了高速公路建设过程中路基边坡防护的首选措施。

植物的根、茎、叶对边坡稳定性具有积极作用<sup>[1]</sup>。植物叶片能降低雨滴到达坡面的动能、抵挡雨滴溅蚀,削弱坡面径流冲刷,减缓水土流失<sup>[2-4]</sup>。植物根系与土形成类似于“加筋土”的根-土复合体,可有效提高土的剪切强度<sup>[5]</sup>。陈昌富等<sup>[6]</sup>根据三轴试验得到草根土的黏聚力最大增加 9 倍。余芹芹等<sup>[7]</sup>给出寒旱环境中根系土的黏聚力增加 39.2%~94.1%。

基于根茎的加筋增强机理,Waldron<sup>[8]</sup>和 Wu 等<sup>[9]</sup>给出了竖直根的根系土剪切强度计算方法,Gray 等<sup>[10]</sup>给出了倾斜根的根系土剪切强度计算方法,在根系土的剪切强度中增加了由根系引起的剪切强度增量。植物根系土剪切强度的增量受 2 个因素的影响<sup>[8-10]</sup>:植物根茎截面面积和根茎拉伸强度。植物根系土剪切强度的试验结果与计算结果存在很大差异,剪切强度的计算结果比试验结果大得多<sup>[11-12]</sup>。究其原因,与根系土剪切强度模型过于简化有关<sup>[13]</sup>。植物根系在土中自上而下的分布是不均匀的,单个根茎的粗细在土中自上而下也是不一样的<sup>[14]</sup>。根茎的拉伸强度与根茎直径呈幂函数负相关,因此计算植物根系土的剪切强度需要考虑植物根系在土中分布的不均匀性<sup>[15-16]</sup>。本文选取典型的根系结构,分析根系结构尺寸之间的相关关系,建立根系尺寸之间的统一相关关系;基于加筋原理,阐述根系土的增强机理,在此基础上,分析根系土剪切强度增量随深度的变化规律,提出根系土剪切强度增量随深度变化的简化公式,用于计算根系土的剪切强度。

1 植物根系的分布规律

路基边坡防护植物分为两类:木本植物和草本植物。木本植物根系粗大、伸入地下深度大,具有锚固加筋效果。木本植物根系按形态结构分为 3 种类型<sup>[1]</sup>:主直根型、水平根型和散生根型,如图 1 所示。主直根型根系的主根发达,垂直向下生长,其垂直根系的锚固深度能达到 3 m<sup>[17]</sup>。水平根型根系的侧根发育,分布在地下 0.2~0.3 m 土层中。散生根型根系伸入地下深度介于主直根型和水平根型之间。草本植物根系直径小、伸入地下深度小,一般不超过 1.0 m,伸入地下深度为 0.75~1.0 m。草本植物根系属于浅根类型,根系主要分布在地下 0~0.3 m 土层内。

粗枝木麻黄(CG)、桉树(EA)、桉树天麻(EE)和多花相思树(AF)为 4 种典型的护坡木本植物,其根系的结构横断面图和平面图如图 2 所示<sup>[17]</sup>。断面图反映了根系沿深度方向的分布,平面图反映了根系在水平方向上的伸展分布。根据根系在竖直方向和水平方向的伸展分布,桉树(EA)根系属于主直根型,粗枝木麻黄(CG)属于水平根型,桉树天麻(EE)和多花相思树(AF)属于散生根型。

基于 4 种根系的相对截面积随相对深度分布的测试数据绘制出的根系随深度变化如图 3 所示<sup>[14]</sup>。图中  $R_d$  和  $R_A$  分别为相对深度和相对面积,  $R_d = d/d_{\max}$ 、 $R_A = D_r^2/D_{10}^2$ , 其中  $d$  和  $d_{\max}$  分别是根系深度和根系最大深度,  $D_r$  和  $D_{10}$  分别是深度  $d$  处的根系直径和地表处的主干根系直径。由图 3 可知,根系相对面积在土中自上而下迅速减小,在相对深度为 10% 的浅层,根系截面积大于地表处的主干截面面积;在相对深度为 20% 的地方,根系面积小于地表处主干截面面积的 30%;相对深度达到 50%,根系面积与地表处主干截面面积相比可以忽略不计。根系需要吸收氧气,不可能深入到很大深度,只能分布在地表浅层,因此适用于浅层护坡,不适用于深层滑坡。根据图 3 中根系截面积的分布规律,将根系截面积沿深度分布分为 2 段:

$$R_A = \begin{cases} 1 & R_d \leq 10\% \\ 10^4 R_d^{-2} & R_d > 10\% \end{cases} \tag{1}$$

de Baets 等<sup>[16]</sup>基于单位面积上的灌木和草根系面积(根系面积比)随深度变化的试验数据,将根系面积



图 1 木本植物树根类型  
Fig.1 Root type of woody plants

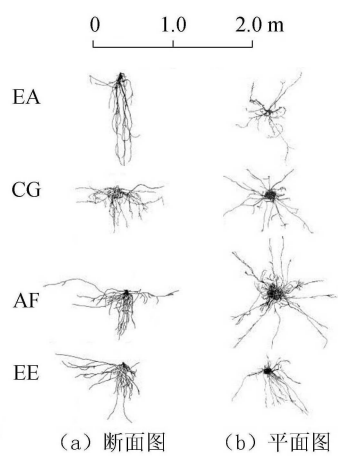


图 2 4 种典型护坡木本植物的根系类型

Fig.2 Root type of four woody plants for protection of slope

比换算成根系相对面积,深度换算成相对深度,可得灌木和草根系的相对面积与相对深度符合式(1)关系。综上,植物根系面积随深度的变化规律可以统一用式(1)表示。

研究表明,粗枝木麻黄(CG)、桉树(EA)、桉树天麻(EE)和多花相思树(AF)根系的地表主干直径与植物高度、主干直径与根系竖直方向和水平方向的最大伸展长度之间存在很好的线性相关关系<sup>[14]</sup>:

$$y = ax + b \tag{2}$$

式中:  $x$  和  $y$  ——根系尺寸; $a$  和  $b$ ——常数。

粗枝木麻黄(CG)、桉树(EA)、桉树天麻(EE)和多花相思树(AF)相对应的  $a$  和  $b$  见表 1。基于式(2),可根据植物高度算出地表处的主干根系直径,根据地表处的主干根系直径也能反算出植物根系的深度和水平向最大伸展长度。

## 2 植物根系的拉伸强度

植物根系的拉伸强度为拉断时的拉力除以根系截面面积,拉伸强度随根系直径增大而减小<sup>[18]</sup>,呈幂函数负相关<sup>[19-20]</sup>:

$$T_r = mD_r^{-n} \tag{3}$$

式中:  $T_r$ ——根系的抗拉强度; $n$  和  $m$  ——统计常数, $m$  取值范围为 20 ~ 100, $n$  取值范围为 0.45 ~ 1.0,不同类型植物的  $n$  和  $m$  取值见表 2。从表 2 看出,灌木类植物的  $n$  值较小,近似地取为 0.6 ~ 0.8,草本类植物的  $n$  值较大,取值为 0.8 ~ 1.0。

## 3 植物根系土的剪切强度

### 3.1 增强机理

植物根系土的增强机理主要是加筋作用和锚固作用。植物根系在土体中错综盘结,相当于三维加筋材料。根系土强度增量( $\Delta\sigma_1-\Delta\sigma_3$ )由植物根系引起的表观围压增量  $\Delta\sigma_3$  产生,即  $\sigma_{1f}=(\sigma_3+\Delta\sigma_3)K_p$ ,其中  $\sigma_{1f}$  为破坏时的大主应力, $\sigma_3$  为小主应力, $K_p$  为被动土压力系数,如图 4(a)所示。根系土强度破坏线的倾角与无根系土一致,但剪切强度坐标轴的截距增大了,则黏聚力增量为

$$\Delta\tau_f = \frac{\Delta\sigma_3 \tan\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)}{2} \tag{4}$$

式中: $\varphi$ ——土的内摩擦角。

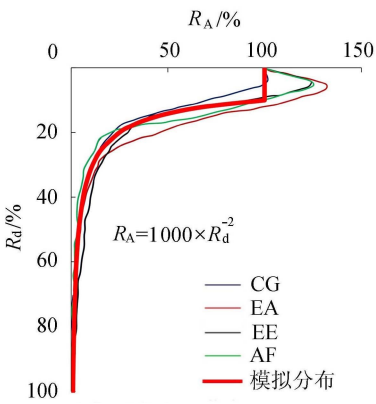


图 3 植物根系相对截面积随深度分布特点

Fig.3 Distribution characteristics of plant root relative sectional area with depth

表 1 不同植物参数  $a$  和  $b$  取值

Table 1 Parameters  $a$  and  $b$  for different plants

| 植物类型 | $D_{r0}-L_h$ |     | $D_{r0}-L_v$ |     | $h-D_{r0}$ |        |
|------|--------------|-----|--------------|-----|------------|--------|
|      | $a$          | $b$ | $a$          | $b$ | $a$        | $b$    |
| CG   | 50           | 0   | 28.0         | 0   | 0.0165     | 0      |
| EA   | 17           | 0.5 | 10.5         | 1.1 | 0.0230     | 0      |
| EE   | 29           | 0   | 10.7         | 0.5 | 0.0150     | 0      |
| AF   | 35           | 0   | 9.7          | 0.3 | 0.0560     | -0.056 |

注: $L_h$ 、 $L_v$  分别为水平和深度方向的最大伸展长度, $h$  为植物高度。

表2 不同类型植物的  $n$  和  $m$  取值<sup>[15, 18]</sup>  
Table 2 Values of  $n$  and  $m$  of different plants<sup>[15, 18]</sup>

| 植物      | 类型  | $D_r/mm$    | $m$   | $n$  | 样本数 | $R^2$ |
|---------|-----|-------------|-------|------|-----|-------|
| 滨藜      | 灌木  | 0.23 ~ 4.68 | 45.59 | 0.56 | 38  | 0.52  |
| 毛茛      | 灌木  | 0.30 ~ 3.84 | 44.23 | 0.51 | 26  | 0.58  |
| 欧瑞香     | 灌木  | 0.18 ~ 2.70 | 33.31 | 0.64 | 52  | 0.55  |
| 麝香百里香   | 灌木  | 0.19 ~ 2.43 | 15.71 | 0.66 | 52  | 0.53  |
| 五隔珊瑚    | 灌木  | 0.27 ~ 4.35 | 16.32 | 0.62 | 48  | 0.31  |
| 头花蓼     | 灌木  | 0.22 ~ 2.60 | 18.72 | 0.45 | 51  | 0.40  |
| 假黄头     | 灌木  | 0.30 ~ 5.50 | 18.94 | 0.45 | 54  | 0.30  |
| 洋百里香    | 灌木  | 0.12 ~ 2.88 | 19.31 | 0.73 | 34  | 0.63  |
| 蒿属      | 灌木  | 0.16 ~ 2.15 | 30.12 | 0.61 | 32  | 0.37  |
| 迷迭香     | 灌木  | 0.16 ~ 3.60 | 12.89 | 0.77 | 54  | 0.63  |
| 怪柳      | 树   | 0.10 ~ 4.80 | 31.74 | 0.89 | 55  | 0.42  |
| 芦苇      | 芦苇  | 0.10 ~ 7.91 | 34.29 | 0.78 | 20  | 0.92  |
| 补血草     | 草本  | 0.34 ~ 3.90 | 33.82 | 0.85 | 30  | 0.55  |
| 车前草     | 草本  | 0.21 ~ 2.55 | 16.75 | 0.52 | 50  | 0.47  |
| 灯心草     | 灯心草 | 0.18 ~ 1.10 | 23.23 | 0.89 | 45  | 0.66  |
| 短柄草     | 草   | 0.10 ~ 1.45 | 45.05 | 0.61 | 33  | 0.71  |
| 利坚草     | 草   | 0.26 ~ 2.72 | 19.28 | 0.68 | 50  | 0.44  |
| 细茎针草    | 草   | 0.43 ~ 1.34 | 24.34 | 0.61 | 57  | 0.22  |
| 线叶菊属异燕麦 | 草   | 0.34 ~ 1.22 | 14.51 | 1.08 | 53  | 0.42  |
| 黍属落芒草   | 草   | 0.10 ~ 0.64 | 11.49 | 1.77 | 48  | 0.63  |
| 草沙蚕     | 草   | 0.15 ~ 0.32 | 4.77  | 1.52 | 52  | 0.60  |
| 欧洲山毛榉   | 灌木  |             | 41.65 | 0.97 |     | 0.62  |
| 红皮柳     | 灌木  |             | 26.33 | 0.95 |     | 0.55  |
| 黄花柳     | 灌木  |             | 34.5  | 1.02 |     | 0.82  |
| 水棕竹     | 草本  |             | 35.73 | 1.11 |     | 0.51  |
| 绿赤杨     | 灌木  |             | 34.76 | 0.69 |     | 0.34  |
| 欧榛      | 桦木  |             | 60.15 | 0.75 |     | 0.57  |
| 挪威云杉    | 乔木  |             | 28.1  | 0.72 |     | 0.53  |
| 欧洲落叶松   | 乔木  |             | 33.45 | 0.75 |     | 0.47  |

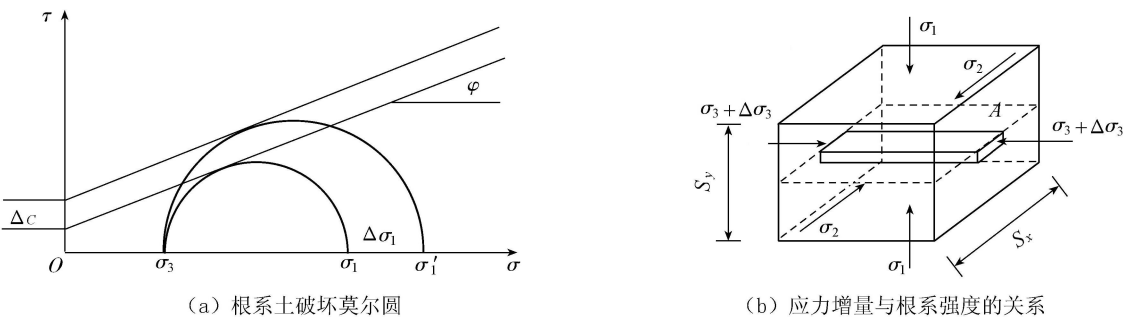


图4 根系土的增强机理  
Fig.4 Reinforcing mechanism of tree root

式(4)中小主应力增量  $\Delta\sigma_3$  取决于根系拉伸强度和根系在剪切面上的相对面积。设根系在剪切面上 2 个方向的间距分别为  $S_x$  和  $S_y$ , 对应的剪切面积为  $A=S_xS_y$ , 由图 4(b) 得  $\Delta\sigma_3$  为

$$\Delta\sigma_3 = T_r \frac{A_r}{A}$$

(5)

式中:  $A_r$ ——剪切面上的根系面积。

植物根系土的增强机理除了以上的加筋作用外,植物根系的蒸腾作用,根系吸水并蒸发到空气中,导致根系土的含水量降低,处于非饱和状态,根系土中存在吸力,亦会引起土体的剪切强度增加。

3.2 剪切强度

植物根系具有一定的强度,在土层中起到锚固作用。植物根系与周围土体有相对位移趋势时,根系与土体之间产生摩擦力<sup>[10]</sup>,根系起到锚杆作用。植物根系锚固作用引起的剪切强度增量表示为<sup>[9, 18]</sup>

$$\Delta\tau_f = K T_r \frac{A_r}{A} \tag{6}$$

其中  $K = \sin \theta + \cos \theta \tan \varphi$   
式中: $\theta$ ——根系与剪切面的夹角,一般情况下,取值范围为  $0^\circ \sim 30^\circ$ 。

$K$  与  $\theta$  和  $\varphi$  的关系如图 5 所示,由图 5 可知, $\varphi$  取值为  $20^\circ \sim 30^\circ$  时,  $K < 1.0$ , 这与不同学者通过试验得出的数据相吻合<sup>[9,13,18,21]</sup>。由于式(6)的  $T_r$  和  $A_r$  均随深度变化,因此根系土的剪切强度增量也是随深度变化的,路基边坡稳定性分析中一定要考虑剪切强度随深度变化的特性。

将式(1)(3)代入式(6),可得到根系土的剪切强度增量随深度变化的函数:

$$\Delta\tau_f = \tau_{r0} R_d^{n-2} \tag{7}$$

其中  $\tau_{r0} = 10^{4(-\frac{n}{2}+1)} K m D_{r0}^n \frac{A_{r0}}{A}$

$\tau_{r0}$  可以简单地用相对深度为 10% 范围内的根系土的剪切强度代替。de Baets 等<sup>[16]</sup> 根据根系的相对面积与相对深度的关系,得到 5 mm 深度对应的相对深度小于 10%,因此将 5 mm 深度处的剪切强度视为  $\tau_{r0}$ ;由此得到  $\Delta\tau_f/\tau_{r0}$  与  $R_d$  的相关关系(图 6)。由图 6 可知,对于灌木根系土,取  $n=0.6$ ,得到  $n-2=-1.4$ ,灌木根系土的剪切强度与相对深度的关系符合式(7);对于草根系土,取  $n=0.9$ ,得到  $n-2=-1.1$ ,草根系剪切强度与相对深度的关系符合式(7),验证了本文所推导公式的准确性。

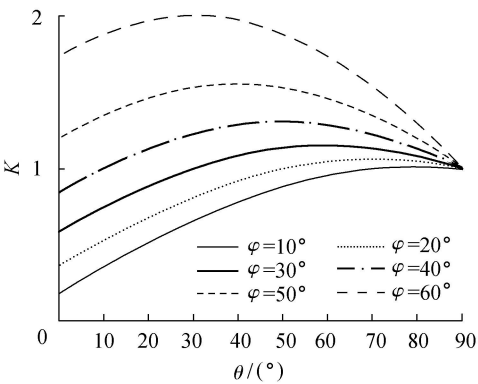


图 5  $K$  与  $\theta$  和  $\varphi$  的关系  
Fig.5 Relationship of  $K$  to  $\theta$  and  $\varphi$

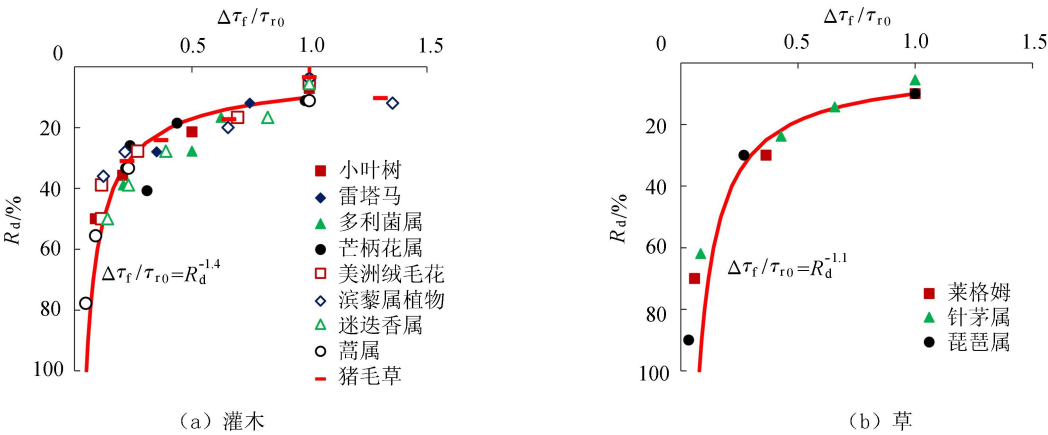


图 6 根系土剪切强度增量随深度变化  
Fig.6 Variation of shear strength with depth for root-permeated soils

4 结 论

根据加筋原理解释了根系土的强度增强机理,分析了不同类型根系结构尺寸之间的关系,建立了根系相对面积随相对深度变化的函数;根据根系结构尺寸间的关系、拉伸强度与根筋间的关系,以及根系相对面积随相对深度间的关系,提出了根系土的剪切强度随深度减小的函数,简化了根系土剪切强度的计算方法。根系土的相对面积与相对深度的关系,以及剪切强度与深度间的关系得到了试验数据的验证。

参考文献:

[ 1 ] GRAY D H, SOTIR R B. Biotechnical and soil bioengineering slope stabilization[M]. New Jersey: John Wiley & Sons, 1996.  
[ 2 ] GYSSELS G, POESEN J, BOCHET E, et al. Impact of plant roots on the resistance of soils to erosion by water: a review[J]. Progress in Physical Geography, 2005, 29(2): 189-217.  
[ 3 ] 郑加兴,余冬立,徐翠兰,等. 不同雨强和坡度条件海涂盐土边坡侵蚀细沟发育过程[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2015,43(4):313-318. (ZHENG Jiaying, SHE Dongli, XU Cuilan, et al. Evolution process of erosion rill on saline soil slope in

coastal reclamation with different rainfall intensities and slope gradients[J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences), 2015,43(4):313-318. (in Chinese))

[ 4 ] 王文,诸葛绪霞,周炫. 植物截留观测方法综述[J]. 河海大学学报(自然科学版),2010,38(5):495-500. (WANG Wen, ZHUGE Xuxia, ZHOU Xuan, Methods for plant interception measurement[J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences), 2010,38(5):495-500. (in Chinese))

[ 5 ] WALDRON L J, DAKESSIAN S. Effect of grass, legume, and tree roots on soil shear resistance[J]. Soil Science Society of America Journal, 1982, 46(5): 894-899.

[ 6 ] 陈昌富,刘怀星,李亚平. 草根加筋土的室内三轴试验研究[J]. 岩土力学,2007,28(10):2041-2045. (CHEN Changfu,LIU Huaixing, LI Yaping. Study on grassroots-reinforcedsoil by laboratory triaxial test[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007,28(10):2041-2045. (in Chinese))

[ 7 ] 余芹芹,乔娜,卢海静. 植物根系对土体加筋效应研究[J]. 岩石力学与工程学报,2012,31(增刊1):3216-3223. (YU Qinqin, QIAO Na, LU Haijing. Effect study of plantroots reinforcement on soil[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012,31(Sup1):3216-3223. (in Chinese))

[ 8 ] WALDRON L J. The shear resistance of root-permeated homogeneous and stratified soil[J]. Soil Science Society of America Journal, 1977,41(5):843-849.

[ 9 ] WU T H, MCKINELL W P, SWANSTON D N. Strength of tree roots and landslides on Prince of Wales Island, Alaska[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1979, 16(1): 19-33.

[10] GRAY D H, LEISER A T. Biotechnical slope protection and erosion control[M]. New York:Van Nostrand Reinhold Company, 1982.

[11] DOCKER B B, HUBBLE T C T. Quantifying root-reinforcement of river bank soils by four Australian tree species[J]. Geomorphology, 2008, 100: 401-418.

[12] LOADES K W, BENGOUGH A G, BRANSBY M F, et al. Planting density influence on fibrous root reinforcement of soils[J]. Ecological Engineering, 2010, 36: 276-284.

[13] FAN C C, CHEN Y W. The effect of root architecture on the shearing resistance of root-permeated soils[J]. Ecological Engineering, 2010, 36: 813-826.

[14] DOCKER B B, HUBBLE T C T. Modelling the distribution of enhanced soil shear strength beneath riparian trees of south-eastern Australia[J]. Ecological Engineering, 2009, 35: 921-934.

[15] BISCHETTI G B, CHIARADI E A, SIMONATO T, et al. Root strength and root area ratio of forest species in Lombardy (Northern Italy)[J]. Plant and Soil, 2005, 278(1/2): 11-22.

[16] de BAETS S, POESEN J, REUBENS B, et al. Root tensile strength and root distribution of typical Mediterranean plant species and their contribution to soil shear strength[J]. Plant and Soil, 2008, 305(1/2): 207-226.

[17] HUBBLE T C T, DOCKER B B, RUTHERFURD I D. The role of riparian trees in maintaining riverbank stability: a review of Australian experience and practice[J]. Ecological Engineering, 2010,36:292-304.

[18] OPERSTEIN V, FRYDMAN S. The influence of vegetation on soil strength[J]. Ground Improvement, 2000, 4: 81-89.

[19] NORRIS J E. Root reinforcement by hawthorn and oak roots on a highway cut-slope in Southern England[J]. Plant and Soil, 2005,278(1/2):43-53.

[20] TOSI M. Root tensile strength relationships and their slope stability implications of three shrub species in Northern Apennines (Italy)[J]. Geomorphology, 2007, 87: 268-283.

[21] WATSON T H W A. In situ shear tests of soil blocks with roots[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1998, 35(4):579-590.

(收稿日期:2018-09-26 编辑:刘晓艳)