

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2019.06.010

考虑裂隙塑性的岩石非线性分数阶蠕变模型

梅胜尧^{1,2}, 王伟^{1,2}, 秦志军³, 朱其志^{1,2}, 王豫宛^{1,2}, 周倩瑶^{1,2}

(1. 河海大学岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室, 江苏 南京 210098;

2. 河海大学岩土工程科学研究所, 江苏 南京 210098;

3. 山西省交通规划勘察设计院, 山西 太原 030012)

摘要: 为了有效地描述岩石蠕变的加速阶段考虑岩石裂隙压密闭合效应, 基于分数阶微积分理论, 在模型中加入裂隙塑性元件, 并引入变截面黏壶和塑性元件并联成一个非线性黏塑性体, 建立五元件非线性蠕变模型。推导出模型的蠕变本构方程, 并利用该模型对岩石蠕变试验数据进行拟合, 确定模型的蠕变参数。结果表明, 该模型能够很好地描述岩石蠕变的三阶段, 具有合理性和可行性。

关键词: 岩石蠕变; 分数阶; 塑性; 非线性; 变截面黏壶; 裂隙塑性元件; 本构模型

中图分类号: TU45 文献标志码: A 文章编号: 1000-1980(2019)06-0548-07

A nonlinear creep model based on fractional order theory considering the plasticity of fissures for rocks

MEI Shengyao^{1,2}, WANG Wei^{1,2}, QIN Zhijun³, ZHU Qizhi^{1,2}, WANG Yuwan^{1,2}, ZHOU Qian Yao^{1,2}

(1. Key Laboratory of Education for Geomechanics and Embankment Engineering,

Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. Geotechnical Research Institute, Hohai University, Nanjing 210098, China;

3. Transportation Planning Survey & Design Institute of Shanxi Province, Taiyuan 030012, China)

Abstract: In order to effectively describe the acceleration stage of rock creep and consider the compacting closure effect of rock fissures, a fractured plastic element is added to the model based on the fractional calculus theory. Then, a nonlinear creep model with five elements is established by introducing a variable section dashpot and a plastic element into a nonlinear visco-plastic body in parallel. The creep constitutive equation of this model is deduced, and the creep parameters are determined by fitting the data of rock creep test. The results show that the model can well describe three stages of rock creep, and it is reasonable and feasible.

Key words: rock creep; fractional order; plasticity; nonlinearity; variable section dashpot; fractured plastic element; constitutive model

在外界荷载等条件作用下, 岩石的蠕变一般表现出 3 个阶段, 即初期蠕变阶段、稳定蠕变阶段和加速蠕变阶段^[1-2]。在对蠕变模型的研究中, 元件模型作为一种典型的微分型模型得到广泛应用, 但由于在实际工程中很多问题都呈现非线性的特点, 而基本的元件模型只能表达线性模型^[3], 故有很多学者针对这个问题进行了一系列改进。李向东等^[4]结合砂沥青的蠕变特征, 对黏塑性体的黏性系数进行了改进并串联 Burgers 模型, 得到能完整描述整个岩石蠕变过程的非线性黏弹性模型。袁海平等^[5]基于莫尔库伦准则, 提出了一种新的塑性元件, 并与经典 Burgers 模型串联得到改进型 Burgers 模型, 能够较好地模拟岩石的蠕变特性。陈

基金项目: 国家重点研发计划(2017YFC1501100); 国家自然科学基金(11672343, 51679068)

作者简介: 梅胜尧(1995—), 男, 硕士研究生, 主要从事岩石力学与工程研究。E-mail: 1003833057@qq.com

通信作者: 王伟, 教授。E-mail: wwang@hhu.edu.cn

引用本文: 梅胜尧, 王伟, 秦志军, 等. 考虑裂隙塑性的岩石非线性分数阶蠕变模型[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2019, 47(6): 548-554.

MEI Shengyao, WANG Wei, QIN Zhijun, et al. A nonlinear creep model based on fractional order theory considering the plasticity of fissures for rocks[J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences), 2019, 47(6): 548-554.

沅江等^[6]提出了 2 个非线性元件将其与 Kelvin 体和 Hook 体结合得到一种新的复合流变模型。

随着分数阶微积分理论在工程上的普及,很多学者在研究岩石本构模型时也会有所应用。殷德顺等^[7]利用 Riemann-Liouville 型分数阶微积分理论提出了一种软体元件并推导出本构方程,通过与试验数据的拟合比较,发现加入软体元件的模型能更好地描述岩石的蠕变特性。康永刚等^[8]将经典 Burgers 模型中并联的黏壶替代为分数单元,给出分数阶 Burgers 模型,并引入蠕变柔量的概念,拟合后验证了模型的合理性。

本文从分数阶导数理论出发,用变截面黏壶替换分数阶黏塑性体中并联的 Abel 黏壶,考虑了岩石裂隙压密闭合的影响,串联一个裂隙塑性元件,组成五元件非线性蠕变模型,对岩石蠕变的试验数据拟合,并与经典模型对比,以验证所建立的非线性蠕变模型的合理性。

1 五元件非线性蠕变模型的建立

建立岩石非线性蠕变模型时一般主要采用 2 种方法^[9-11]:第一种是将模型中常规线性蠕变元件替换为非线性蠕变元件,从而建立能够准确模拟岩石加速蠕变的非线性蠕变模型;第二种是利用某种新的理论,如损伤力学等,建立新的岩石蠕变本构方程,这 2 种方法建立的模型都能较好地模拟岩石的加速蠕变阶段。本文采用第一种方法,即引入非线性蠕变元件的方法来建立新的非线性蠕变模型。

分数阶微积分理论就是将分数阶的阶次从整数推广到分数乃至负数领域^[7],目前主要的方法是应用 Riemann-Liouville 型(R-L 型)分数阶微积分理论。其定义为如果 f 在 $(0, +\infty)$ 上逐段连续,并且在 $[0, +\infty]$ 的任意一个有限区间都是可积的,定义函数 $f(t)$ 的 β 阶 R-L 型分数阶积分为

$$\frac{d^{-\beta}[f(t)]}{dt^{-\beta}} = \frac{1}{\Gamma(\beta)} \int_0^t (t - \xi)^{\beta-1} f(\xi) d\xi \tag{1}$$

其中
$$\Gamma(\beta) = \int_0^\infty t^{\beta-1} e^{-t} dt$$

式中: β ——分数阶阶数; t ——时间。

R-L 型分数阶导数定义为:当 $f \in C, v > 0, m$ 是大于 β 的最小整数时,把 v 记为 $v = m - \beta > 0$,可称

$$\frac{d^\beta[f(t)]}{dt^\beta} = \frac{d^m}{dt^m} \left\{ \frac{d^{-v}[f(t)]}{dt^{-v}} \right\} \tag{2}$$

为函数 $f(t)$ 的 β 阶 R-L 型分数阶导数^[12]。

本文在蠕变模型中串联的是常黏性系数的 Abel 黏壶,称为软体元件^[7],如图 1 所示,而 Abel 黏壶的本构方程可以表示为

$$\sigma = \frac{\eta_0 d^\beta \varepsilon(t)}{dt^\beta} \quad (0 \leq \beta \leq 1) \tag{3}$$

式中: σ ——应力; $\varepsilon(t)$ ——应变; η_0 ——黏壶的黏性系数。

常应力加载时,即应力 σ 维持不变的情况下,Abel 黏壶可以用于表示岩石的蠕变行为。对式(3)两边进行分数阶积分,根据 Riemann-Liouville 型分数阶微积分算子理论的定义,可以得到

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{\eta_0} \frac{t^\beta}{\Gamma(\beta + 1)} \quad (0 \leq \beta \leq 1) \tag{4}$$

式中: σ_0 ——常应力。

当 $\beta = 1$ 时,这个元件就等同于 Newton 黏壶;而当 $\beta = 0$ 时,该元件就转化成了弹簧元件,表示理想弹性体。由此可见,该软体元件是一种可以用来描述介于牛顿体与理想弹性体之间的元件。由图 2 可见,随着 β 的增大,该软体元件越来越表现出其应变与时间的线性特征。

大量试验研究表明,在加速蠕变阶段,岩石的蠕变速率会随着时间增长而迅速增长^[13]。根据这种规律,为了能够有效

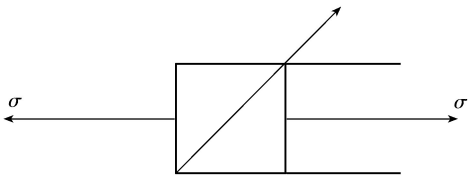


图 1 软体元件模型

Fig. 1 Soft-matter element model

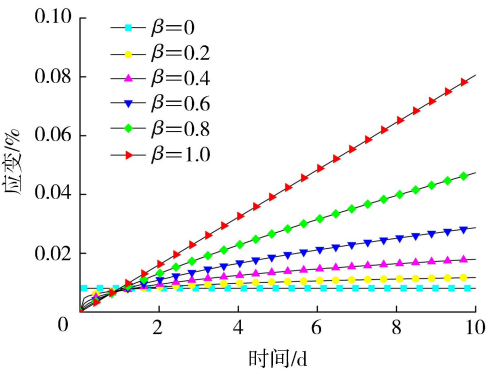


图 2 软体元件的蠕变曲线

Fig. 2 Creep curves of soft-matter elements

地描述岩石的加速蠕变规律,根据陈凤晨^[14]的研究成果,加入一种非线性黏性流动元件,即变截面黏壶,并与塑性体并联起来,构成一个黏塑性体(图 3),该模型元件能充分反映岩石加速蠕变特性。

该变截面黏壶的应力与应变的高阶倒数成正比,即

$$\sigma = \eta_N \varepsilon^{(n)}(t)$$

(5)

式中: η_N ——非线性黏滞系数; n ——蠕变指数,为大于 1 的整数,反映岩石加速流变速率。

当 $n=1$ 时,黏塑性体的蠕变方程就相当于西原体中塑性体和黏性体的组合,此时应变与时间为线性相关,应变速率也会逐渐增大。图 4 是不同 n 对应的黏塑性体的蠕变曲线。由图 4 可知,通过黏塑性体中蠕变指数 n 的变化,可以发现该黏塑性体不但可以将西原体中塑性体和黏性体的并联组合涵盖,而且能较好地反映岩石的加速蠕变阶段,因此可以用于模拟岩石蠕变整个过程的曲线。

李娜等^[15]研究表明,由于岩石材料内部存在大量的不规则节理和裂隙,在材料受力变形的瞬间会产生一系列裂隙压密闭合的阶段,在这期间会表现出岩石的应变增长率随着应力的增加而不断减小的瞬时塑性,而随着岩石裂隙在受压时不断压密,其对于这种瞬时塑性的抵抗能力也在不断增强。

在构造岩石流变模型的时候,采用添加一种新的模型元件到蠕变模型中来模拟这种裂隙压密闭合对岩石产生的影响。本文采用了由徐鹏等^[16]提出的裂隙塑性元件,如图 5 所示,该裂隙塑性元件所受到的应力随应变的变化率与其产生的应变的大小成正比,即:

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = k_1 \varepsilon + k_2$$

(6)

式中: k_1 ——比例系数; k_2 ——应力初始值。

当裂隙塑性元件 $\varepsilon=0$ 时,则 $\sigma=0$ 。根据这一初值条件,可将式(6)加以积分得到:

$$\sigma = k_1 \varepsilon^2 + k_2 \varepsilon$$

(7)

2 五元件非线性模型蠕变本构方程

为了更好地模拟岩石的加速蠕变阶段以及岩石压密闭合对岩石的影响,本文在分数阶微积分的基础上,由变截面黏壶与塑性滑块并联为一个黏塑性体,与 Hook 体,Abel 黏壶和裂隙塑性体串联,建立了五元件非线性蠕变模型,如图 6 所示。

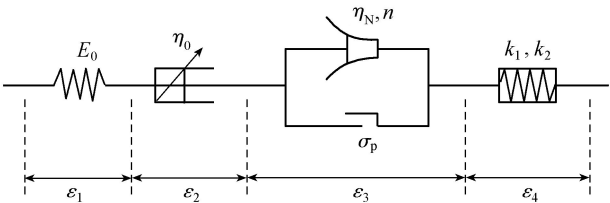


图 6 岩石五元件非线性蠕变模型
Fig. 6 Five-component nonlinear creep model of rock

设 Hook 体的应变为 ε_1 ,黏弹性体的应变为 ε_2 ,黏塑性体的应变为 ε_3 ,裂隙塑性元件的应变为 ε_4 ,总应变可表示为

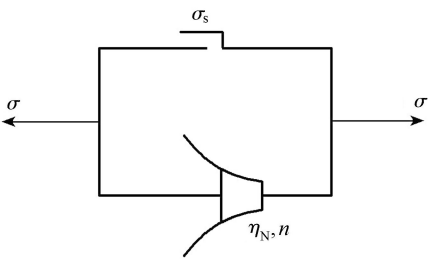


图 3 非线性黏塑性体
Fig. 3 Nonlinear viscoplastic body

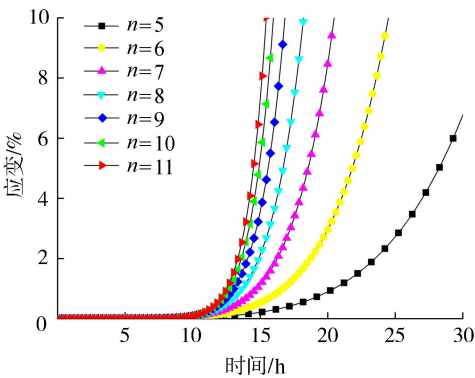


图 4 黏塑性体的蠕变曲线
Fig. 4 Creep curves of viscoplastic body

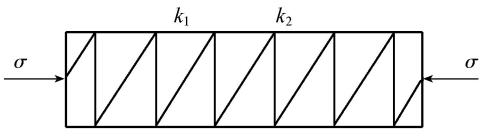


图 5 岩石的裂隙塑性元件
Fig. 5 Fractured plasticity element for rock

$$\sigma = \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 \qquad \varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4 \tag{8}$$

a. 对于 Hook 体:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma}{E_0} \tag{9}$$

式中: E_0 ——瞬时弹性模量。

b. 对于 Abel 黏壶,其应力应变关系可表示为^[7]

$$\sigma = \frac{\eta_0 \mathrm{d}^\beta \varepsilon_2(t)}{\mathrm{d}t^\beta} \qquad \varepsilon_2(t) = \frac{\sigma}{\eta_0} \frac{t^\beta}{\Gamma(\beta + 1)} \tag{10}$$

c. 对于黏塑性体,塑性滑块应力 σ_p 大小可以表示为

$$\sigma_p = \begin{cases} \sigma & \sigma < \sigma_s \\ \sigma_s & \sigma \geq \sigma_s \end{cases}$$
$$\sigma = \sigma_d + \sigma_p \tag{11}$$

式中: σ_s ——屈服应力; σ_d ——非线性黏壶中的应力。

当 $\sigma < \sigma_s$ 时,由式(11)可得 $\sigma_d = 0$,即 $\varepsilon_3 = 0$ 。当 $\sigma \geq \sigma_s$ 时,结合式(11),可得黏塑性模型的本构关系:

$$\sigma = \eta_N \varepsilon_3^{(n)}(t) + \sigma_s \tag{12}$$

$$\frac{\mathrm{d}^n \varepsilon_3}{\mathrm{d}t^n} = \frac{\sigma - \sigma_s}{\eta_N} \tag{13}$$

在 $t = 0$ 时, ε_3 的各阶导数均为零,由此初始条件,在常应力作用下求解上面的方程得:

$$\varepsilon_3 = \frac{\sigma - \sigma_s}{\eta_N} \frac{t^n}{n!} \tag{14}$$

d. 对于裂隙塑性元件,其应力应变关系可表示为^[16]

$$\varepsilon_4 = \frac{-k_2 + \sqrt{k_2^2 + 4k_1\sigma}}{2k_1} \tag{15}$$

由以上 4 部分串联组成了五元件模型,综合考虑这 4 个部分的应变,该蠕变模型的本构方程可以表示为

$$\varepsilon = \begin{cases} \frac{\sigma}{E_0} + \frac{\sigma}{\eta_0} \frac{t^\beta}{\Gamma(\beta + 1)} + \frac{-k_2 + \sqrt{k_2^2 + 4k_1\sigma}}{2k_1} & \sigma < \sigma_s \\ \frac{\sigma}{E_0} + \frac{\sigma}{\eta_0} \frac{t^\beta}{\Gamma(\beta + 1)} + \frac{\sigma - \sigma_s}{\eta_N} \frac{t^n}{n!} + \frac{-k_2 + \sqrt{k_2^2 + 4k_1\sigma}}{2k_1} & \sigma \geq \sigma_s \end{cases} \tag{16}$$

3 蠕变模型参数的确定及验证

3.1 蠕变模型参数的确定

目前确定岩石蠕变模型参数的方法有优化分离法、回归反演法和最小二乘法等,其中最小二乘法应用最多,也较为有效^[17]。由于 $\sigma < \sigma_s$ 和 $\sigma \geq \sigma_s$ 两种情况下,蠕变模型的参数有重复,这里仅需对 $\sigma \geq \sigma_s$ 时的情况进行分析。当 $\sigma \geq \sigma_s$ 时,需要对于蠕变模型参数 E_0 、 η_0 、 β 、 k_1 、 k_2 、 η_N 和 n 进行拟合确定。本文利用相关文献岩石蠕变试验的数据^[18-19],基于最小二乘法原理,采用曲线拟合法对这 7 个蠕变模型参数进行反演拟合。

将待反演拟合的蠕变参数作为设计变量,即

$$Y = \{E_0, \eta_0, \beta, k_1, k_2, \eta_N, n\} \tag{17}$$

取式(17)的设计变量,建立目标函数

$$X = \sum_{i=1}^N [\omega_i(Y, t_i) - \omega_i]^2 \tag{18}$$

式中: N ——试验数据的组数; $\omega_i(Y, t_i)$ —— t 时刻计算变形值; ω_i —— t 时刻试验实测变形值。

设定目标函数 X 的控制精度并进行参数迭代求解。此时可以根据试验得到的 N 组数据 (ε, t) ,给定一组初始近似值 $(E_0^0, \eta_0^0, \beta^0, k_1^0, k_2^0, \eta_N^0, n^0)$,可得到一组 $\omega_i (i = 1, 2, \cdots, N)$,从而可得到一组新的参数 $(E_0, \eta_0, \beta, k_1, k_2, \eta_N, n)$,以此为基础进行下一轮的迭代,反复计算。若 X 满足精度要求,则停止迭代,输出计算结果;若

不满足,则继续迭代,直到满足精度要求为止。

将蠕变试验数据里的应变变量分离成瞬时应变分量(试验曲线中斜率较大的部分)和蠕变应变分量(实验曲线斜率逐渐减小并最终趋于稳定的部分)两部分。对上述参数进行分析,当发生瞬弹性应变时,可计算得到力学参数 E_0 ;而蠕变大小和速率十分依赖于分数阶导数,分数阶次 β 越高,蠕变速率越大;当发生瞬塑性应变时,也可取各应力试验数据得到力学参数 k_1 、 k_2 ;而黏塑性体中得到的黏滞系数 η_N 能很好体现岩石的黏弹性能,分析可得 η_N 越大则变形增加速率越小,岩石的抗变形能力较好。

3.2 蠕变模型的拟合验证

当 $\sigma < \sigma_s$ 时,采用文献[18]中冻结软岩的蠕变试验数据($\sigma_0 = 3.2 \text{ MPa}$, $\sigma_s = 3.24 \text{ MPa}$)对模型进行了验证,采用 Levenberg-Marquardt 算法加上全局优化法对模型进行了拟合分析,基于冻结软岩蠕变试验的参数拟合结果为 $\sigma = 3.20 \text{ MPa}$, $E_0 = 590 \text{ MPa}$, $\eta_0 = 397 \text{ MPa} \cdot \text{h}$, $\beta = 0.24$, $k_1 = 22.3$, $k_2 = 460 \text{ MPa}$, $R^2 = 0.98$ 。可见,五元件蠕变模型能够很好地模拟蠕变的前两个阶段,拟合相关性也比较高,拟合曲线见图7。当 $\sigma \geq \sigma_s$ 时,采用文献[19]中盐岩的试验数据($\sigma_0 = 18 \text{ MPa}$, $\sigma_s = 16 \text{ MPa}$)对模型进行了验证,并进行拟合分析。试验数据与模型拟合曲线如图8所示,拟合结果见表1(其中 η 表示黏滞系数)。

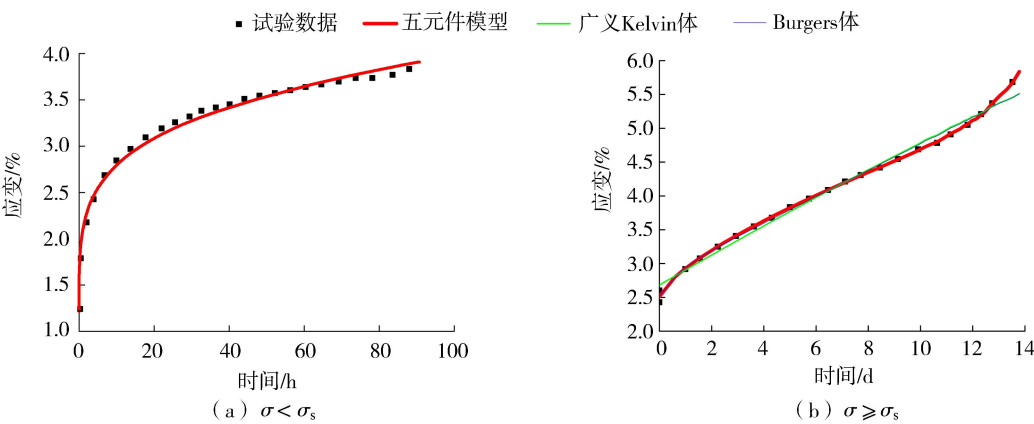


图7 试验数据与模型拟合曲线
Fig. 7 Experimental data and fitting curves of the model

表1 基于盐岩蠕变试验的参数拟合结果
Table 1 Parameter fitting results based on creep tests of salt rock

模型	E_0/MPa	$\eta_0/(\text{MPa} \cdot \text{h})$	$\eta/(\text{MPa} \cdot \text{h})$	n	β	$\eta_N/(\text{MPa} \cdot \text{h})$	k_1	k_2/MPa	R^2
五元件模型	7.26	47.21		10	0.71	217409	0.44	534	0.99
广义 Kelvin 体			80.12				6.71	1.12	0.98
Burgers 体			43.53			92.21	59.15	7.14	0.98

图7(b)是岩石蠕变试验数据与该五元件非线性蠕变模型的拟合曲线,同时也在图中也给出了广义 Kelvin 体和 Burgers 体的模型曲线,以便与其比较。由图7(b)可见,本文五元件非线性蠕变模型与试验结果吻合得较为理想,同时在与广义 Kelvin 体和 Burgers 体的拟合对比中,可以发现该模型非线性性质更加明显,精确度更高。

通过部分试验数据对蠕变模型进行拟合之后,得到蠕变模型的各个参数,绘制模拟曲线,之后利用剩余数据进行验证。图8反映出,该蠕变模型模拟曲线与试验数据吻合较好,证明了建立的蠕变模型的正确性和合理性。

图9讨论了非线性黏塑性体蠕变指数 n 的变化对蠕变全过程曲线的影响规律,图9中用于敏感性分析的其他蠕变参数与表1的数据一样,不同的只有蠕变参数 n ,随着蠕变参数 n 的增加,岩石蠕变全程曲线由黏弹性逐渐向黏弹塑性进行过渡,该曲线充分表现出岩石的加速蠕变特性。因此本文提出的五元件非线性蠕变模型可以清楚描述岩石的加速蠕变阶段,具有一定应用价值。

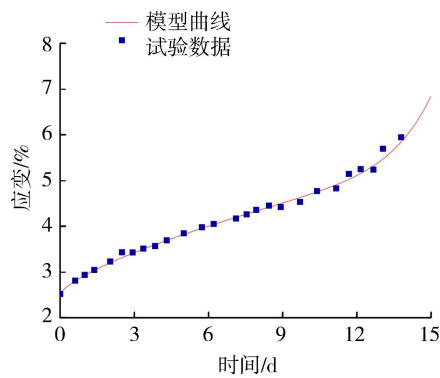


图 8 试验数据对模型的预测验证

Fig.8 Predictive verification of the model by test data

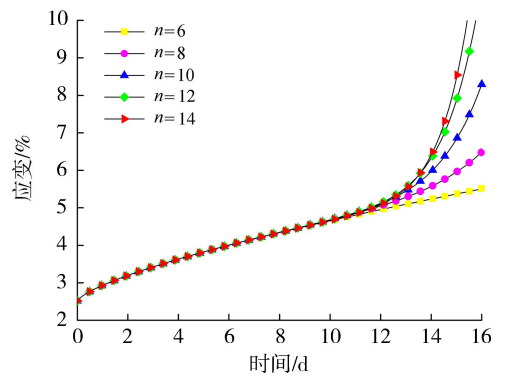


图 9 黏塑性体蠕变参数 n 对全程蠕变曲线的影响

Fig.9 Effect of creep parameter n of viscoplastic body on whole creep curve of rock

4 结 论

- a. 应用分数阶微积分理论,引入变截面黏壶并与塑性体并联形成能够反映岩石加速蠕变特征的黏塑性体,然后考虑岩石裂隙压密闭合加入裂隙塑性体,建立了一种新的五元件非线性蠕变模型。
- b. 采用岩石五元件非线性蠕变模型对蠕变全程曲线进行了模拟,拟合得到了该五元件非线性蠕变模型参数,该模型参数具有较好的物理意义。通过与两组蠕变试验数据进行拟合分析。结果表明,当 $\sigma < \sigma_s$ 时,该模型可以很好地反映蠕变的前 2 个阶段;当 $\sigma \geq \sigma_s$ 时,通过与试验数据拟合分析,该模型能很好地模拟蠕变的三阶段从而验证了该模型的合理性和正确性。

参考文献:

[1] 孙钧. 岩石流变力学及其工程应用研究的若干进展[J]. 岩石力学与工程学报,2007, 26(6): 1081-1106. (SUN Jun. Rock rheological mechanics and its advance in engineering applications[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2007, 26(6): 1081-1106. (in Chinese))

[2] ZHANG Yu, XU Weiya, SHAO Jianfu, et al. Experimental investigation of creep behavior of elastic rock in Xiangjiaba Hydropower Project[J]. Water Science and Engineering, 2015, 8(1): 55-62.

[3] MA Chong, ZHAN Hongbin, YAO Wenmin, et al. A new shear rheological model for a soft interlayer with varying water content [J]. Water Science and Engineering, 2019, 11(2): 131-138.

[4] 李向东,叶永. 砂沥青混合料非线性黏弹模型[J]. 三峡大学学报(自然科学版), 2008, 30(4): 36-38. (LI Xiangdong, YE Yong. Nonlinear viscoelastic material model for sand asphalt mixtures[J]. Journal of China Three Gorges University(Natural Sciences), 2008, 30(4): 36-38. (in Chinese))

[5] 袁海平,曹平,许万忠,等. 岩石黏弹塑性本构关系及改进的 Burgers 蠕变模型[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(6): 796-799. (YUAN Haiping, CAO Ping, XU Wanzhong, et al. Visco-elastop-lastic constitutive relationship of rock and modified Burgers creep model[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(6): 796-799. (in Chinese))

[6] 陈沅江,潘长良,曹平,等. 软岩流变的一种新力学模型[J]. 岩土力学,2003, 24(2): 209-214. (CHEN Yuanjiang, PAN Changliang, CAO Ping, et al. A new mechanical model for soft rock rheology[J]. Rock and Soil Mechanics,2003, 24(2): 209-214. (in Chinese))

[7] 殷德顺,任俊娟,和成亮,等. 一种新的岩土流变模型元件[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(9): 1899-1903. (YIN Deshun, REN Junjuan, HE Chengliang, et al. A new rheological model element for geomaterials[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2007, 26(9): 1899-1903. (in Chinese))

[8] 康永刚,张秀娥. 岩石蠕变的非定常分数伯格模型[J]. 岩土力学,2011, 32(11): 3237-3241. (KANG Yonggang, ZHANG Xiue. Nonstationary parameter fractional Burgers model of rock creep[J]. Rock and Soil Mechanics,2011, 32(11): 3237-3241. (in Chinese))

[9] 陈沅江,潘长良,曹平,等. 基于内时理论的软岩流变本构模型[J]. 中国有色金属学报, 2003, 13(3): 735-742. (CHEN Yuanjiang, PAN Changliang, CAO Ping, et al. Endochronic rheological constitutive model of soft rock[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals,2003,13(3):735-742. (in Chinese))

[10] 韦立德,徐卫亚,朱珍德,等. 岩石黏弹塑性模型的研究[J]. 岩土力学, 2002, 23(5): 583-586. (WEI Lide,XU Weiya,ZHU Zhende,et al. Study on constitutive model of viscoelastoplastic rock[J]. Rock and Soil Mechanics,2002,23(5):583-586. (in Chinese))

[11] 邓荣贵,周德培,张倬元,等. 一种新的岩石流变模型[J]. 岩石力学与工程学报,2001, 20(6): 780-784. (DENG Ronggui,ZHOU Depei,ZHANG Zhouyuan,et al. A new rheological model for rocks[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2001,20(6):780-784. (in Chinese))

[12] KILBAS A A, SRIVASTAVA H M, TRUJILLO J J. Theory and applications of fractional differential equations[J]. North-Holland Mathematics studies, 2006, 204(49/50/51/52): 2453-2461.

[13] DESAI C S, SALAMI M R. A constitutive model and associated testing for soft rock[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences & Geomechanics Abstracts,1987, 24(5): 299-307.

[14] 陈凤晨. 基于光纤光栅技术的沥青路面车辙预估方法研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2009.

[15] 李娜,曹平,衣永亮,等. 分级加卸载下深部岩石流变实验及模型[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2011, 42(11): 3465-3471. (LI Na,CAO Ping,YI Yongliang,et al. Creep properties experiment and model of deep rock with step loading and unloading[J]. Journal of Central South University (Science and Technology),2011,42(11):3465-3471. (in Chinese))

[16] 徐鹏,杨圣奇,陈国飞. 改进的岩石 Burgers 流变模型及其试验验证[J]. 煤炭学报,2014, 39(10): 1993-2000. (XU Peng,YANG Shengqi,CHEN Guofei. Modified burgers model of rocks and its experimental verification[J]. Joural of China Coal Society, 2014, 39(10): 1993-2000. (in Chinese))

[17] 夏才初,许崇帮,王晓东,等. 统一流变力学模型参数的确定方法[J]. 岩石力学与工程学报,2009, 28(2): 425-432. (XIA Caichu,XU Chongbang,WANG Xiaodong,et al. Method for parameters determination with unified rheological mechanical model[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2009,28(2):425-432. (in Chinese))

[18] 李栋伟,汪仁和,范菊红. 白垩系冻结软岩非线性流变模型试验研究[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(3): 398-403. (LI Dongwei,WANG Renhe,FAN Juhong. Nonlinear rheological model for frozen soft rock during Cretaceous period[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,2011, 33(3): 398-403. (in Chinese))

[19] 吴斐,刘建锋,武志德,等. 盐岩的分数阶非线性蠕变本构模型[J]. 岩土力学,2014, 35(增刊2): 162-167. (WU Fei,LIU Jianfeng,WU Zhide,et al. Fractional nonlinear creep constitutive model of salt rock[J]. Rock and Soil Mechanics,2014, 35(Sup2): 162-167. (in Chinese))

(收稿日期:2018-05-11 编辑:张志琴)

· 简讯 ·

国际流域水环境治理与保护论坛在河海大学举行

2019 年 10 月 14 日,由河海大学主办的国际流域水环境治理与保护论坛在河海大学举行。河海大学副校长郑金海出席开幕式,环境学院副院长李一平主持开幕式。

郑金海副校长对与会领导和嘉宾表示热烈的欢迎,希望本次论坛为与会专家学者和全球水学术科研带来有益成果。河海大学国际合作处副处长陈红胜、环境学院副院长李一平分别介绍了学校国际合作和学院有关情况。多伦多大学士嘉堡校区副校长 William A. Gough 和温莎大学副校长 K. W. Michael Siu 分别对多伦多大学和温莎大学相关情况进行了介绍。

开幕式后,多伦多大学士嘉堡校区副校长 William A. Gough 作了题为“安大略湖的冰层覆盖:过去,现在和未来”的主题报告;国际水文地质学协会前主席、多伦多大学士嘉堡校区 Ken W. F. Howard 教授作了题为“全球城市地下水问题”的主题报告;河海大学国际合作首席顾问 Christopher George 作了题为“全球水社区:科学家和工程师的机遇”的主题报告。

论坛共举办 19 场主题报告,与会专家学者就水环境治理与保护的相关问题展开了深入探讨与交流,分享了最新研究成果。河海大学环境学院、温莎大学和多伦多大学相关人员还将就国际联合重点实验室建设、科研与国际教学等方面的合作召开了国际合作圆桌会议。

(本刊编辑部供稿)