

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2020.02.004

融合 AR 模型和 MCMC 方法的水文模拟不确定性分析

贺新月,曾献奎,王 栋

(南京大学地球科学与工程学院,江苏 南京 210023)

摘要: 为提高水文模型参数识别的可靠性,融合自回归模型与马尔可夫链-蒙特卡洛方法(auto regressive model based modified Markov Chain-Monte Carlo, AR-MCMC),利用自回归模型刻画残差序列的自相关性,修正 MCMC 方法中的残差协方差矩阵。通过新疆提孜那甫河流域融雪径流模型(SRM)的案例分析发现:融雪径流模拟的残差序列具有显著的自相关性;修正残差协方差矩阵后,边缘似然值更大;综合考虑多项评价指标,AR-MCMC 方法在识别期与验证期推求的预测区间均优于 MCMC 方法;对比 2 种方法在识别期与验证期的纳什系数,采用 AR-MCMC 方法依次为 0.86、0.89,而采用 MCMC 方法依次为 0.84、0.87,即 AR-MCMC 方法获取的模型拟合效果更好。分析结果表明,相对于传统的 MCMC 方法,AR-MCMC 方法能够更好地对研究区融雪径流过程进行模拟预测。

关键词: 水文模拟不确定性;残差协方差矩阵;似然函数;自回归模型;MCMC;AR-MCMC;融雪径流模型;提孜那甫河流域

中图分类号:P333.9 文献标志码:A 文章编号:1000-1980(2020)02-0116-07

Uncertainty analysis of hydrological simulation with auto regressive model and MCMC method

HE Xinyue, ZENG Xiankui, WANG Dong

(School of Earth Sciences and Engineering, Nanjing University, Nanjing 210023, China)

Abstract: To improve the reliability of parameter identification in the hydrologic modelling, this study combined auto regressive model with Markov chain Monte Carlo method, and proposed an auto regressive (AR) model based modified Markov Chain-Monte Carlo (AR-MCMC). The residual covariance matrix in the traditional MCMC method is modified by using the AR model. Based on a case study of snowmelt runoff model (SRM) in Xinjiang's Tiznavu watershed, it can be found that the residual sequence of snowmelt runoff simulation has significant autocorrelation. By correcting the residual covariance matrix, the marginal likelihood of AR-MCMC is larger than that of MCMC. Based on the assessments of multiple indexes, AR-MCMC method has a better prediction interval than MCMC. In addition, when comparing the Nash coefficients in calibration and verification periods, they are 0.86 and 0.89 respectively for AR-MCMC, while 0.84 and 0.87 respectively for MCMC. Therefore, the snowmelt runoff simulation obtained by AR-MCMC method is better than that obtained by MCMC.

Key words: uncertainty analysis of hydrologic modelling; residual covariance matrix; likelihood function; autoregressive model; Modified Markov Chain-Monte Carlo; auto regressive model based modified Markov Chain-Monte Carlo method; snowmelt runoff model; Tiznavu Watershed

基金项目: 国家重点研发计划重点专项(2016YFC0402802)

作者简介: 贺新月(1995—),女,硕士研究生,主要从事水文学及水资源研究。E-mail:mg1729073@smail.nju.edu.cn

通信作者: 曾献奎,副教授。E-mail:xiankuizeng@nju.edu.cn

引用本文: 贺新月,曾献奎,王栋.融合 AR 模型和 MCMC 方法的水文模拟不确定性分析[J].河海大学学报(自然科学版),2020,48(2):116-122.

HE Xinyue, ZENG Xiankui, WANG Dong. Uncertainty analysis of hydrological simulation with auto regressive model and MCMC method [J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences), 2020, 48(2): 116-122.

不确定性表示由于缺乏足够信息而未能准确描述或预测某事件的状态,其广泛存在于工程、金融、地球科学等多个领域^[1]。近几十年来,流域水文过程的模拟预测及其不确定性分析已经成为水文领域的研究热点之一^[2-3]。

水文系统的复杂性、资料的缺乏及人类认识的局限性等原因使水文模型参数存在较大的不确定性^[4]。随着抽样算法的不断提升,马尔可夫链蒙特卡洛(MCMC)模拟方法被广泛用于分析复杂、高维的水文模型参数不确定性问题。Panday 等^[5]采用 MCMC 方法对喜马拉雅地区 Tamor 河流域的融雪径流模型进行参数识别,结果表明 MCMC 方法可减少模型参数的不确定性,提高模型预测性能。鲁帆等^[6]以汉江流域丹江口水库为例,将水文频率分布线型的未知参数看作随机变量,采用 MCMC 方法估计未知参数和设计洪水的后验分布,结果表明 MCMC 模拟可有效推算出水文频率分布线型参数及设计洪量的后验分布。

MCMC 方法通过似然函数描述模拟值与观测值的拟合程度,确定模型参数的接受概率。在传统的 MCMC 模拟中,通常假设模型模拟值与观测值的差值(模拟残差)无自相关性,将似然函数中的残差协方差矩阵简化为对角型结构。Lu 等^[7]在采用最大似然估计法识别铀反应迁移柱体实验模型参数的研究中,发现模拟残差时间序列(残差序列)存在显著的自相关性,采用简化的残差协方差矩阵计算似然函数,将对模型表现的合理评价产生影响。Pang^[8]为分析二元时间序列随时间的动态变化情况,提出一种基于 AR 模型的线性多级模型来模拟该时间序列,通过修正传统 MCMC 方法中的残差协方差矩阵,有效识别模型参数。

本研究将融合 AR 模型的改进 MCMC 方法(AR-MCMC)应用于水文模拟的不确定性分析中,并以新疆提孜那甫河流域的融雪径流模拟为例,对比评价传统 MCMC 和 AR-MCMC 方法进行参数不确定性分析的表现。

1 方 法

1.1 MCMC 模拟

马尔可夫链蒙特卡洛(MCMC)模拟方法通过构建平稳分布的马尔可夫链搜索模型参数的概率分布空间^[9]。在搜索过程中,不断融合观测信息 $\mathbf{D}$ 计算似然函数,定量评价模型在参数 θ 下对观测数据 $\mathbf{D}$ 的拟合表现,使得马尔可夫链从模型参数 θ 的先验分布逐渐收敛至其后验分布^[10]。在 MCMC 模拟中一般采用式(1)计算似然函数。

$$L(\theta | \mathbf{D}) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} |\Sigma|^{1/2}} \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{D} - f(\theta))^T \Sigma^{-1} (\mathbf{D} - f(\theta)) \right] \tag{1}$$

式中: $L(\theta | \mathbf{D})$ ——参数 θ 的高斯似然函数; N ——观测数据的数量; $f(\theta)$ ——参数取为 θ 时的模型输出值; Σ ——模拟残差协方差矩阵。

MCMC 模拟的一般步骤如下^[11]:(a) 根据经验设置模型参数 $\theta[\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_d]$ 的先验分布, d 表示模型参数维数。(b) 基于某种分布函数在参数 θ 的先验分布范围内抽取样本 $\theta^i(i=1, \dots, M)$,其中 M 为马尔可夫链长度;运行模型,计算参数样本 θ^i 的 $L(\theta^i | \mathbf{D})$ 。(c) 对比 $L(\theta^i | \mathbf{D})$ 与上一步马尔可夫链样本 θ^{i-1} 的 $L(\theta^{i-1} | \mathbf{D})$,计算 θ^i 的接受概率,更新马尔可夫链。(d) 根据当前所有样本信息更新步骤(b)中的样本抽取算法。(e) 重复步骤(b)~(d)至马尔可夫链达到收敛标准,将获得的马尔可夫链样本 θ^i 和 $f(\theta^i)$ 统计得到模型参数 θ 与模拟结果 $f(\theta)$ 的后验分布。当前,有多种抽样算法可实现步骤(b)~(d),本文采用 DREAM_{zs} 算法^[12],该算法适用于复杂条件下的高维参数识别与不确定性分析。

在传统 MCMC 方法中,通常假设残差序列无自相关性,将似然函数中的 Σ 简化为对角型结构的 C_e ^[13]。其对角线上 i 行 i 列位置处的元素为 $\sigma_i^2(i=1, 2, \dots, n)$,即 i 时刻观测误差方差;非对角线上元素为 0。在实际情况下,模拟残差受多种因素作用,如模型结构与观测误差等,且某些水文观测序列具有自相关性。因此,模拟残差序列通常具有自相关性^[7],使用简化的 Σ 计算似然函数(式(1)),将导致获得的参数和预测结果后验分布存在偏差。

1.2 AR 模型

AR 模型是一种被广泛用于刻画时间序列 $X(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ 自相关性的线性回归模型。利用 AR 模型分析时间序列的相关性,需估算该序列的自相关函数值(ρ)与偏相关函数值(k)^[14]。其中 ρ 表示序列中 2 个变量之间的总相关性, k 表示 2 个变量排除了其他中间变量影响后的相关性。

根据 k 的衰减情况可确定 AR 模型的阶数 $P^{[15]}$ 。若 k 在 i 个时间间隔后开始稳定在 $(-2/n^{0.5}, 2/n^{0.5})$ 范围内,则序列的自回归阶数 P 为 i 。确定模型阶数 P 后,可依据式(2)计算第 i 个与第 j 个变量的自相关系数 c_{ij} ,其取值仅与 $i、j$ 变量的时间间隔 $|i-j|$ 有关,可定义为时间间隔 l 的函数 $g(l)$ 。

$$c_{ij} = g(l) = \begin{cases} \rho_l & (0 \leq l \leq P) \\ g(l-1)k_1 + g(l-2)k_2 + \cdots + g(l-P)k_P & (P < l \leq n-1) \end{cases} \tag{2}$$

1.3 AR-MCMC 方法

融合 AR 模型与 MCMC 方法的不确定性分析方法(AR-MCMC),采用 AR 模型描述残差序列 r_N 的相关性,修正 MCMC 似然函数中的残差协方差矩阵。其具体步骤如下:(a) 构建水文模型,运行传统 MCMC 进行参数不确定性分析;(b) 计算似然函数最大时模拟残差序列的 ρ 与 k ,确定自回归阶数 P ;(c) 重新运行 MCMC,针对每次迭代中的模拟残差序列,建立其 AR 模型,修正残差协方差矩阵结构为 C_{ek} 并计算似然函数 $L(\theta | D)$,更新马尔可夫链至总链长为 M ;(d) 对比传统 MCMC 及 AR-MCMC 方法的不确定分析结果。

步骤(c)中, C_{ek} 的计算公式如下:

$$C_{ov}(i,j) = E(r_i - E(r_i))(r_j - E(r_j)) = c_{ij}\sigma_i\sigma_j \tag{3}$$

式中 $C_{ov}(i,j)$ —— C_{ek} 中 i 行 j 列位置处的元素,表示残差序列中第 i 个与第 j 个残差之间的协方差; $r_i、r_j$ —— i 时刻和 j 时刻的残差($i,j=1,2,\cdots,N$); $\sigma_i、\sigma_j$ —— i 时刻和 j 时刻观测误差的标准差。

1.4 模型评价方法

选择模型边缘似然值、预测区间的性质以及对观测序列的拟合精度来评价水文模型在传统 MCMC 和 AR-MCMC 方法进行不确定性分析的表现。边缘似然值(L_0)表示似然函数在先验概率分布下的期望,可用于评价模型表现或估计模型权重^[16]。预测区间性质的评价指标包括区间平均宽度 W 、对观测数据的覆盖率 R 、区间对称性系数 S 。似然函数最大值对应的纳什系数 E 可用于评价模型对观测序列的拟合精度。以上各项评价指标计算公式如下:

$$L_0 = \int L(\theta | D)p(\theta) d\theta \tag{4}$$

$$W = \frac{\sum_{t=1}^N (D_{up,t} - D_{low,t})}{N} \tag{5}$$

$$R = \frac{J_{obs}}{N} \tag{6}$$

$$S = \frac{\sum_{t=1}^N I_{up,t}}{\sum_{t=1}^N I_{low,t}} \tag{7}$$

$$E = 1 - \frac{\sum_{t=1}^N (D_{sim,t} - D_{obs,t})^2}{\sum_{t=1}^N (D_{obs,t} - \bar{D}_{obs})^2} \tag{8}$$

式中: N ——序列长度; $D_{up,t}$ ——第 t 天的预测区间上边界; $Q_{low,t}$ ——第 t 天的预测区间下边界; J_{obs} ——预测区间包含的实测数据个数; $I_{up,t}、I_{low,t}$ ——描述实测数据与预测区间位置关系的指标($I_{up,t}=0,1,2$ 分别表示实测数据位于预测区间上边界上部、上下边界以内、下边界下部, $I_{low,t}=0,1,2$ 分别表示实测数据位于预测区间下边界下部、上下边界以内、上边界上部); $D_{sim,t}$ ——似然函数最大时的模拟值; $D_{obs,t}$ ——观测值; $\bar{D}_{obs}$ ——观测序列平均值。

本文选择 95% 置信水平下的分布区间(2.5% ~ 97.5%) 作为预测区间。 L_0 越大说明模型表现越好, S 越接近 1 表明区间对称性越好, E 越大说明模型模拟序列与实测序列拟合效果越好。

2 案例研究

2.1 研究区概况

研究区位于新疆提孜那甫河流域,流域地形复杂,海拔跨度 1472 ~6352 m,面积约为 5518 km²。区域内气温年内变化大,蒸发强烈,降水稀少,但冰雪资源丰富,冰雪融水是河流的主要补给来源。研究对象为区域内融雪及降水形成的地表径流。

2.2 SRM 模型

SRM 模型是一种经验性融雪径流模型,将径流量分为 3 个部分:融雪径流、降雨径流以及原始径流衰减后的径流,模型基本结构如下^[17]:

$$Q_{n+1} = [C_{sn}a_n(T_n + \Delta T_n)S_n + C_{rn}P_n] \frac{A \times 10\,000}{86\,400}(1 - K_{n+1}) + Q_nK_{n+1} \tag{9}$$
$$K_{n+1} = xQ_n^{-y}$$

式中: Q ——日径流量, m³/s; C_s ——融雪径流系数; C_r ——降水径流系数; a ——度日因子,表示单位温度、单位时间的融雪深度, cm/(°C · d); T ——度日数, °C · d; ΔT ——利用温度直减率对度日数进行的校正值, °C; S ——积雪覆盖率; P ——降雨形成的径流深, cm; A ——流域或流域分区的面积, km²; K ——退水系数; 10000/86400——单位换算系数。其余符号含义见文献[18]。

本次研究中,需要识别的模型参数包括 a 、 C_s 、 C_r 、 K 的拟合参数 x 和 y 。

2.3 数据

研究区高程数据采用 NASA(national aeronautics and space administration)的 ASTER 数据库的 DEM 数据。气温数据通过测站温度和全球平均温度直减率(0.65°C/100 m)推求获得。降水数据采用 TRMM(tropical rainfall measuring mission)卫星产品。另外利用 MODIS(moderate-resolution imaging spectrometer)8 d 积雪合成产品(MOD10A2, h24v25)进行线性插值得到每日积雪覆盖率。径流数据来自研究区内的水文观测站——玉孜门勒克站。此次研究将 2006 年 1 月 1 日至 12 月 31 日的径流观测数据用于模型识别,2007 年 1 月 1 日至 12 月 31 日的径流观测数据用于模型验证。

3 结果与讨论

3.1 残差序列的 P 值

根据步骤中残差序列 ρ 与 k 的计算结果,绘制两者的变化曲线(图 1)。由图 1 可见: ρ 值在时间间隔为 1 d 时接近 0.75,之后随着时间间隔的增加呈现单边递减趋势,最终接近 0,说明模拟残差序列具有显著的自相关性,序列中 2 个残差变量之间为正相关关系,并且这种正相关关系随着时间间隔的增加逐渐减弱;根据 AR 模型计算得到 k 的截尾置信区间为(-0.105,0.105),结合 k 变化曲线可知,时间间隔大于 1 d 时 k 值稳定在其截尾置信区间内,故此次研究实例中残差序列的自回归阶数 P 为 1。

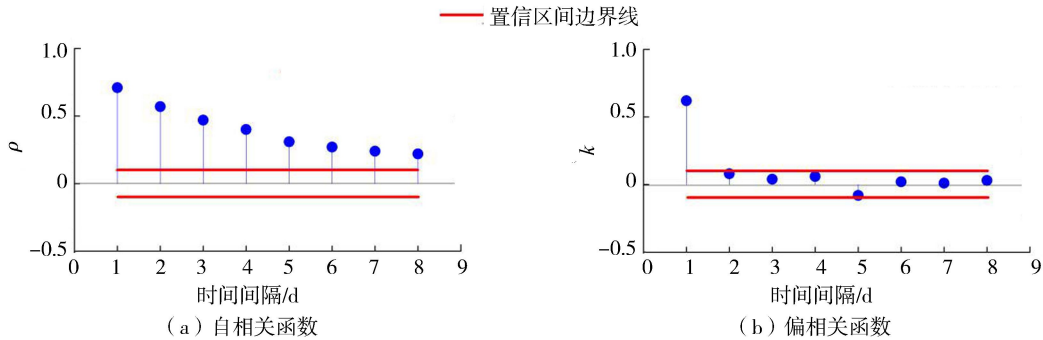


图1 残差 ρ 与 k 变化曲线
Fig.1 Variation curves of residuals' ρ and k

3.2 模型参数识别

本次研究中需要识别的 SRM 模型未知参数包含 x 、 y 、 C_s 、 C_r 、 a ,各参数的先验分布范围依次为(0.85,

1.2)、(-0.15, 0.3)、(0.1, 0.6)、(0.1, 0.6)、(0.05, 0.5)。根据模拟结果统计各参数经 MCMC 方法与 AR-MCMC 方法识别后的后验概率密度分布如图 2 所示,似然函数最大值对应的 SRM 参数取值如表 1 所示。采用 MCMC 与 AR-MCMC 进行 SRM 模拟时,获得的参数 y 和 C_r 后验分布(如分布范围、形状)比较相似,而参数 x 、 C_s 和 a 的后验分布差别较大。因此,MCMC 与 AR-MCMC 方法采用不同结构的残差协方差矩阵计算似然函数,导致 2 种方法获得的参数识别结果不一致。

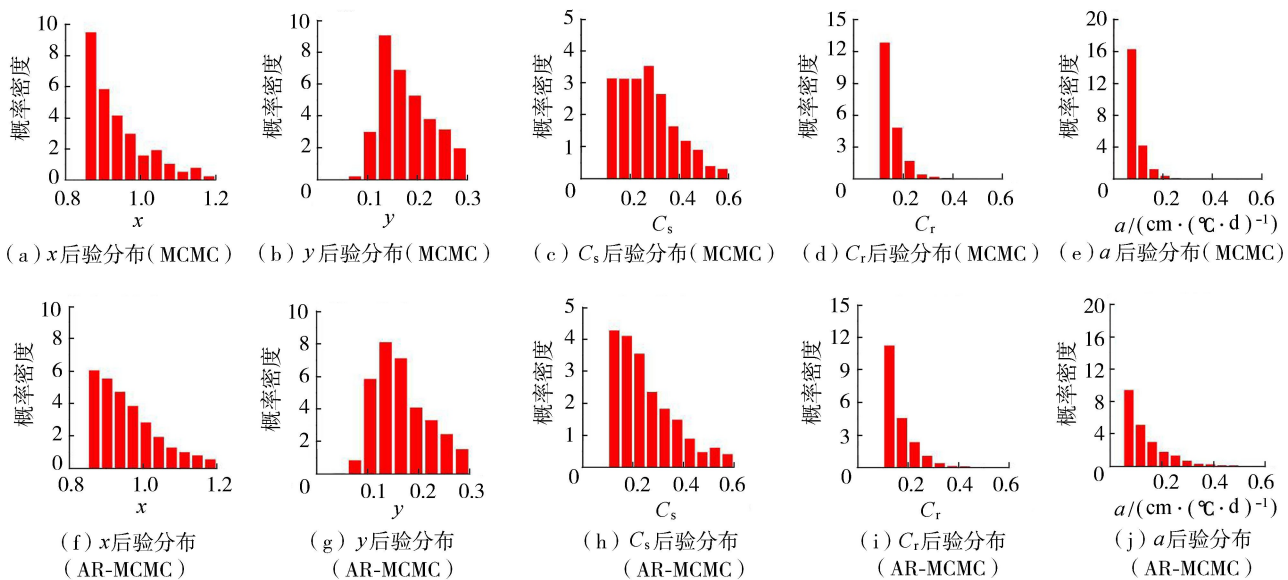


图2 基于传统MCMC和AR-MCMC的SRM参数后验分布

Fig.2 Posterior distributions of SRM parameters based on MCMC and AR-MCMC

3.3 模型评价结果

采用不同结构的残差协方差矩阵(C_e 不考虑残差序列自相关性、 C_{ek} 考虑残差序列自相关性)计算的边缘似然值 L_0 如图3所示。由图3知:2种结构的残差协方差矩阵对应的边缘似然值均随着样本数的增多逐渐收敛,但 C_{ek} 对应的边缘似然值更大。因此,在AR-MCMC模拟过程中采用 C_{ek} 计算似然函数,能获得更大的边缘似然值,即模型表现更好^[18]。

根据MCMC与AR-MCMC方法进行SRM模型不确定性分析的径流量模拟结果,各项评价指标的计算结果见表2,融雪径流预测区间绘图见图4。结合图表分析:在识别期,AR-MCMC方法比MCMC方法获得的流量预测区间平均宽度更大,分别为18.67 m³/s和12.31 m³/s;预测区间对实测数据的覆盖率更高,分别为74.79%和59.73%;预测区间对称性表现更好,对称性系数分别为0.87和0.66。验证期MCMC方法和AR-MCMC方法的评价结果与识别期一致,因此AR-MCMC方法较MCMC方

表1 似然函数最大值对应的模型参数值

Table 1 SRM parameters with maximum likelihood value					
方法	x	y	C_s	C_r	$a/(\text{cm} \cdot (\text{℃} \cdot \text{d})^{-1})$
MCMC	0.856	0.110	0.130	0.110	0.052
AR-MCMC	0.862	0.103	0.118	0.117	0.057

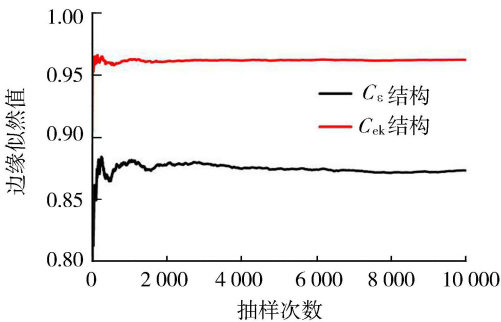


图3 不同残差协方差矩阵对应的边缘似然值
Fig.3 Marginal likelihoods for different residual covariance matrixes

表2 基于MCMC与AR-MCMC的识别与验证结果

Table 2 Calibration and verification results based on MCMC and AR-MCMC

模拟期	方法	流量预测区间宽度/(m ³ ·s ⁻¹)	覆盖率/%	对称性系数	纳什效率系数
识别期	MCMC	12.31	59.73	0.66	0.84
	AR-MCMC($P=1$)	18.67	74.79	0.87	0.86
验证期	MCMC	11.55	62.74	0.82	0.87
	AR-MCMC($P=1$)	16.53	74.52	1.01	0.89

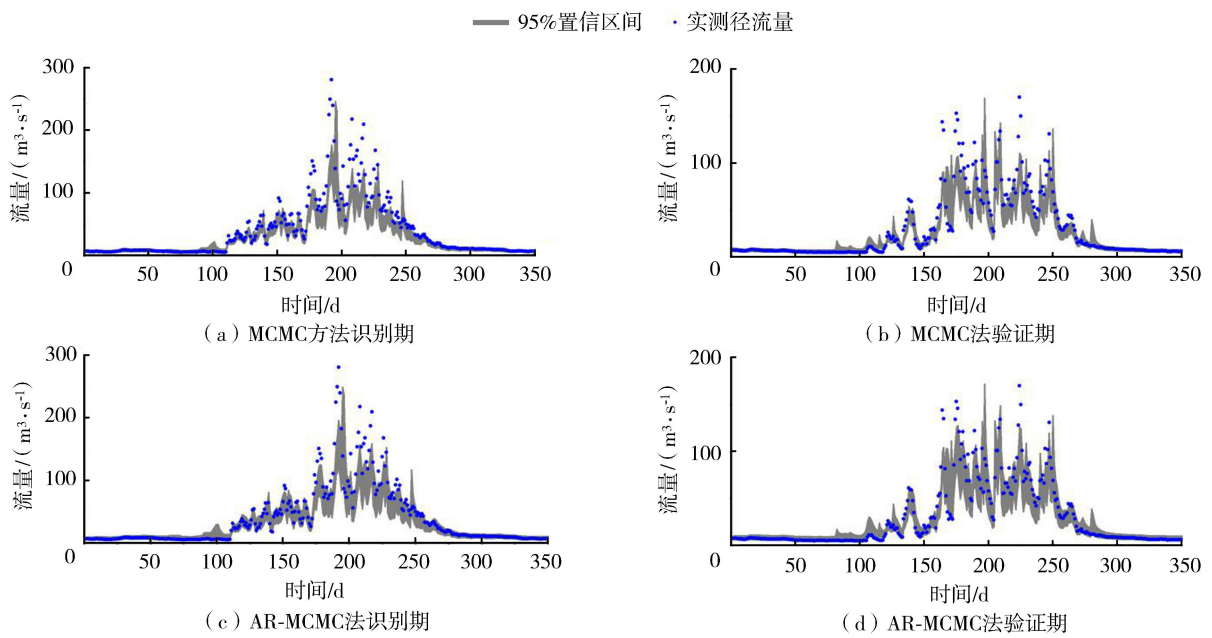


图 4 基于传统 MCMC 方法和 AR-MCMC 方法的 SRM 在识别期与验证期的径流模拟表现

Fig.4 Runoff simulation performances of SRM based on traditional MCMC and AR-MCMC during calibration and verification periods

法能推求出性质更优的预测区间。另外,采用传统 MCMC 方法进行 SRM 模拟时,识别期与模拟期的纳什效率系数分别为 0.84、0.87。而采用 AR-MCMC 方法对应识别期与模拟期的纳什效率系数分别为 0.86、0.89。由此可见,采用 AR-MCMC 方法进行融雪径流模拟具有更优的拟合效果。

综上,采用 AR-MCMC 方法进行 SRM 模拟时,通过考虑残差序列之间的相关关系,改进似然函数中的残差协方差矩阵,更新计算似然函数,能够更好地进行模型参数不确定性分析。因此,AR-MCMC 方法能够更好地对研究区融雪径流过程进行模拟预测。

4 结 语

在传统的水文模型不确定性分析中通常忽略模拟残差序列的自相关性,将似然函数中的残差协方差矩阵简化为对角型结构,因此可通过修正残差协方差矩阵进一步提高模型不确定性分析效果。本文将融合 AR 模型的 MCMC 方法(即 AR-MCMC 方法)应用于水文模型不确定性分析中,利用 AR 模型刻画水文模型残差序列的自相关性,修正残差协方差矩阵,更新计算 MCMC 方法中的似然函数。

通过新疆提孜那甫河流域融雪径流模拟的案例研究,分别利用传统 MCMC 方法与 AR-MCMC 方法进行融雪径流模拟及预测的不确定性分析,结果发现,SRM 模拟的残差序列具有显著的自相关性,其对应的自回归阶数 P 为 1。采用 AR 模型修正似然函数中残差协方差矩阵后,得到了更大的模型边缘似然值,即提高了模型表现。此外,与传统 MCMC 方法相比,利用 AR-MCMC 方法进行 SRM 模拟及不确定性分析所获得的径流量预测区间对观测数据的包含率更高、区间对称性更好,似然函数最大值对应模型的融雪径流拟合效果更好。

参考文献:

[1] 梁忠民,戴荣,李彬权. 基于贝叶斯理论的水文不确定性分析研究进展[J]. 水科学进展, 2010, 21(2): 274-281. (LIANG Zhongmin, DAI Rong, LI Binquan. Research progress of hydrological uncertainty analysis based on Bayesian theory [J]. Advances of Water Science, 2010, 21(2):274-281. (in Chinese))

[2] 梁忠民,蒋晓蕾,曹炎煦,等. 考虑降雨不确定性的洪水概率预报方法[J]. 河海大学学报(自然科学版),2016,44(1):8-12. (LIANG Zhongmin, JIANG Xiaolei, CAO Yanxu, et al. Probabilistic flood forecasting considering rainfall uncertainty[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences),2016,44(1):8-12. (in Chinese))

[3] 宋晓猛,占车生,孔凡哲,等. 大尺度水循环模拟系统不确定性研究进展[J]. 地理学报, 2011, 66(3): 396-406.

(SONG Xiaomeng, ZHAN Chesheng, KONG Fanzhe, et al. Research progress on uncertainty of large-scale water circulation simulation system[J]. Journal of Geography, 2011, 66(3):396-406. (in Chinese))

[4] 束龙仓, 王茂枚, 刘瑞国, 等. 地下水数值模拟中的参数灵敏度分析[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2007, 35(5): 491-495. (SHU Longcang, WANG Maomei, LIU Ruiguo, et al. Parameter sensitivity analysis in numerical simulation of groundwater[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2007, 35(5):491-495. (in Chinese))

[5] PANDAY P K, WILLIAMS C A, FREY K E. Application and evaluation of a snowmelt runoff model in the Tamor River Basin, Eastern Himalaya using a Markov Chain Monte Carlo (MCMC) data assimilation approach[J]. Hydrological Processes, 2014, 28(21):5337-5353.

[6] 鲁帆, 严登华. 基于广义极值分布和 Metropolis-Hastings 抽样算法的贝叶斯 MCMC 洪水频率分析方法[J]. 水利学报, 2013, 44(8):942-949. (LU Fan, YAN Denghua. Bayes MCMC flood frequency analysis method based on generalized extremum distribution and Metropolis-Hastings sampling algorithm[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2013, 44(8):942-949. (in Chinese))

[7] LU Dan, YE Ming, PHILIP D, et al. Effects of error covariance structure on estimation of model averaging weights and predictive performance[J]. Water Resources Research, 2013, 49(9):6029-6047.

[8] PANG Xun. Modeling heterogeneity and serial correlation in binary time-series cross-sectional data: a Bayesian multilevel model with AR(p) errors[J]. Political Analysis, 2010, 18(4):470-498.

[9] VRUGT J A, BRAAK C J F T, DIKS C G H, et al. Accelerating markov chain monte carlo simulation by differential evolution with self-adaptive randomized subspace sampling[J]. International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation, 2009, 10(3):273-290.

[10] SMITH C. Bayesian inference in statistical analysis-box, gep and tiao, gc[J]. Technometrics, 1975, 16(3): 478-479.

[11] BROOKS S P, ROBERTS G O. Convergence assessment techniques for Markov Chain Monte Carlo [J]. Statistics and Computing, 1998, 8(4): 319-335.

[12] LALOY E, VRUGT J A. High-dimensional posterior exploration of hydrologic models using multiple-try dream (zs) and high-performance computing[J]. Water Resources Research, 2012, 50(3):182-205.

[13] TIEDEMAN C R, GREEN C T. Effect of correlated observation error on parameters, predictions, and uncertainty[J]. Water Resour Research, 2013, 49(10):6339-6355.

[14] 于宁莉, 易东云, 涂先勤. 时间序列中自相关与偏相关函数分析[J]. 数学理论与应用, 2007, 27(1): 54-57. (YU Ningli, YI Dongyun, TU Xianqin. Analysis of autocorrelation and partial correlation functions in time series[J]. Mathematical Theory and Application, 2007, 27(1): 54-57. (in Chinese))

[15] CHRISTENSEN S, DOHERTY J. Predictive error dependencies when using pilot points and singular value decomposition in groundwater model calibration[J]. Advances in Water Resources, 2008, 31: 674-700.

[16] 曹彤彤, 曾献奎, 吴吉春. 嵌套抽样算法用于地下水模型评价的算例研究[J]. 水文地质工程地质, 2017, 44(2):69-76. (CAO Tongtong, ZENG Xiankui, WU Jichun. Case study of nested sampling algorithm for groundwater model evaluation[J]. Hydrogeology Engineering Geology, 2017, 44(2):69-76. (in Chinese))

[17] VAFAKHAH M, NOURI A, ALAVIPANAH S K. Snowmelt-runoff estimation using radiation SRM model in Taleghan watershed [J]. Environmental Earth Sciences, 2015, 73(3):993-1003.

[18] SKILLING J. Nested sampling for general Bayesian computation[J]. Bayesian Analysis, 2006, 1(4):833-859.

(收稿日期:2018-08-10 编辑:高建群)