

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2020.03.008

边坡可靠度的 Bayes 估计及后验稳健性

夏增选^{1,2}, 李萍^{1,2}, 曹博^{1,2}, 李同录^{1,2}, 沈伟^{1,2}, 康海伟^{1,2}

(1. 长安大学地质工程与测绘学院, 陕西 西安 710054;

2. 黄土高原水循环与地质环境教育部野外科学观测研究站, 甘肃 正宁 745399)

摘要: 采用边坡自身的稳定性参数构建似然函数, 以研究区内 21 个极限状态坡的稳定性参数为样本, 建立先验分布, 应用 Bayes 理论确定后验分布, 应用后验稳健性分析方法对西安咸阳国际机场污水排放口泾阳黄土边坡进行稳定性评价。结果表明: 后验分布的均值得到了很好的修正, 方差小, 精度高; 当稳定性评价指标先验分布存在 5%、10% 和 15% 波动时, 后验期望损失依次增大, 但均在 20% 范围内波动, 这表明边坡可靠度的 Bayes 估计法具有很好的稳健性, 可对边坡的稳定性进行更为精确地评价。

关键词: 边坡; Bayes 理论; 后验分布; 后验期望损失; 稳健性

中图分类号: TU42 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-1980(2020)03-0238-07

Bayesian estimation and posterior robustness of slope reliability

XIA Zengxuan^{1,2}, LI Ping^{1,2}, CAO Bo^{1,2}, LI Tonglu^{1,2}, SHEN Wei^{1,2}, KANG Haiwei^{1,2}

(1. School of Geological Engineering and Surveying, Chang'an University, Xi'an 710054, China;

2. Water Cycle and Geological Environment Observation and Research Station for the Chinese Loess Plateau, Ministry of Education, Zhengning 745399, China)

Abstract: In this study, the reliability calculation results of slope are analyzed based on the Bayesian theory to improve the accuracy. At the first step, the prior distribution and like hood function were formulated according to the stability parameters of 21 slopes in critical state. Then, the posterior distribution was constructed using the Bayesian theory. The proposed method was implemented in evaluating the stability of a loess slope at the sewage outlet of Xi'an Xianyang International Airport in Jingyang County, Shaanxi Province. Results show that the means of the posterior distributions can be well calculated with lower variance and higher accuracy using the new method. In addition, when applying fluctuations of 5%, 10% and 15% in the values of stability parameters of the prior distribution, the posterior expected loss showed an increasing tendency, but within 20% in all three situations. These results indicate that the proposed method is quite robust and is capable of providing more accurate stability analysis results for loess slopes.

Key words: slope; Bayesian theory; posterior distribution; posterior expected loss; robustness

我国黄土滑坡隐患点较多, 近年来黄土滑坡灾害屡有发生, 造成了大量生命财产损失。由于黄土滑坡多为边坡失稳滑动形成, 因此研究黄土边坡稳定性, 是防治黄土滑坡的关键问题, 也一直是工程地质界研究的重点课题^[1-4]。传统的边坡稳定性研究方法主要有刚体极限平衡法与数值分析法, 应用这些理论计算的稳定系数为一定值。然而, 黄土边坡稳定性受多种不确定因素影响, 比如: 土体参数空间变异性、分析模型的误差、破坏模式的差异等。因此, 采用传统确定性的分析方法评价边坡稳定性, 计算结果存在较大的不确定性。

基金项目: 国家自然科学基金(41877242, 41790442, 41772278)

作者简介: 夏增选(1995—), 男, 硕士研究生, 主要从事黄土边坡可靠度研究。E-mail: dexyxz2017@163.com

通信作者: 李萍, 副教授。E-mail: dcdgx07@chd.edu.cn

引用本文: 夏增选, 李萍, 曹博, 等. 边坡可靠度的 Bayes 估计及后验稳健性[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2020, 48(3): 238-244.

XIA Zengxuan, LI Ping, CAO Bo, et al. Bayesian estimation and posterior robustness of slope reliability[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2020, 48(3): 238-244.

采用稳定性指标的概率分布取代单一定值,更加符合实际。

岩土工程师在处理复杂工程地质问题时,并非严格按照试验室或原位测试的岩土体参数测试结果,进行边坡稳定性评价及治理,而是根据工程经验进行参数调整,使计算结果更加符合实际。Bayes 理论多用于减小岩土体参数及模型不确定性对边坡稳定性的影响,并合理地将工程经验或专家信息纳入理论框架。由于 Bayes 理论具有公式物理意义明确,形式简洁的优点,其在多个领域得到了广泛应用^[5-10]。当根据数据进行统计推断时,描述数据的模型存在敏感性,如果数据很多,这种敏感性变得很小,这种性质称之为稳健性^[11]。在 Bayes 统计推断中,稳健性亦是重要问题。当先验分布发生小幅度改变时,后验分布是否会发生较大的改变,Box 等^[11]称之为推断稳健性问题。应用 Bayes 理论进行统计推断时,为建立先验分布或似然函数,多数学者根据经验对先验或总体分布的概型进行假设^[12-15]。然而,先验分布的表达并不是唯一的,不同的先验分布会得到不同的 Bayes 推断结果。因此,有必要研究先验分布的不确定性对后验结果的影响。Bayes 后验稳健性分析方法主要有:边缘分布分析法^[9,16]、后验期望损失分析法^[17-18]。后验稳健性分析应用在边坡稳定性研究中的成果鲜有报道。

本文将衡量边坡稳定性的3个指标(稳定系数、可靠指标和失效概率)视为随机变量,通过 Bayes 理论将研究区内同类型的边坡作为先验信息。同时,将边坡自身的稳定性参数作为样本信息。Bayes 理论集中了边坡稳定性参数总体、样本和先验信息后,对于先验分布的更新,得到了更加合理、更加符合实际的稳定性评价结果。加之,为了研究先验分布的不确定性对后验稳定性结果的影响,对后验结果进行了稳健性分析,从而保证了后验结果的准确性。

1 Bayes 理论

1.1 Bayes 公式

Bayes 理论将未知参数 θ 视为随机变量,采用概率分布描述随机变量 θ 。Bayes 公式的概率密度函数形式表述如下:

$$f(\theta | x) = \frac{p(x | \theta) \pi(\theta)}{\int_{\Theta} p(x | \theta) \pi(\theta) d\theta} \quad (1)$$

式中: x ——样本值; Θ ——参数空间; $\pi(\theta)$ —— θ 的先验概率密度函数; $p(x | \theta)$ ——在样本 x 给定下 θ 的概率,即似然函数; $f(\theta | x)$ —— θ 的后验概率密度函数。

1.2 正态后验分布

如果正态总体 $N(\theta, \sigma^2)$ (方差已知)均值 θ 的先验分布服从另一正态分布 $N(\mu, \tau^2)$ (μ 为初始先验分布均值),则其是 θ 的共轭先验分布。设 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 为正态总体 $N(\theta, \sigma^2)$ 的一个样本,取正态分布 $N(\mu, \tau^2)$ 作为 θ 的先验分布,则后验分布亦服从正态分布 $N(\mu_1, \tau_1^2)$,其均值 μ_1 和方差 τ_1^2 可用下式计算:

$$\mu_1 = \frac{n\bar{x}\sigma^{-2} + \mu\tau^{-2}}{n\sigma^{-2} + \tau^{-2}} \quad \tau_1^2 = \frac{\sigma^2\tau^2}{n\tau^2 + \sigma^2} \quad (2)$$

式中: \bar{x} ——样本 x 的平均值。

1.3 后验稳健性分析方法

在 Bayes 推断中,如果实际应用条件与假设条件不完全相同,统计分析的优良性难以继续保持,因此必须分析由于条件差异而引起的后果^[9]。一般通过历史经验或专家总结获得未知参数的先验分布,但是先验分布存在不同的概型,且存在较大的人为主观性,先验分布的不确定性直接影响后验分布的结果。因此,有必要研究当先验分布发生波动时,后验分布是否会有大的改变,即后验分布的稳健性问题。

假设 Γ 为先验分布族, a 为 Bayes 统计推断中所采取的行为(策略), $L(\theta, a)$ 为行为(策略) a 的损失函数,记 $\rho(f(\theta | x), a)$ 为行为(策略) a 的后验期望损失(损失函数 $L(\theta, a)$ 对后验分布 $f(\theta | x)$ 的期望),当先验分布 π 在先验分布族 Γ 中变动时,则式(3)表示可能的后验期望损失范围,进而评价行为(策略) a 的稳健性。

$$\left(\inf_{\pi \in \Gamma} \rho(f(\theta | x), a), \sup_{\pi \in \Gamma} \rho(f(\theta | x), a) \right) \quad (3)$$

式中: \inf ——下确界; \sup ——上确界。

在 Bayes 决策行为中选择一可信集 $C(C \in \Theta)$,后验期望损失函数为

$$\rho(f(\theta | x), C) = \int_{\Theta} L(\theta, a) f(\theta | x) d\theta = \int_{\Theta} f(\theta | x) d\theta - \int_C f(\theta | x) d\theta \quad (4)$$

假定总体分布 $X \sim N(\theta, \sigma^2)$, 采用的先验分布 π_0 为 $N(\mu, \tau^2)$, 后验分布 f 为 $N(\mu_1, \tau_1^2)$, 后验分布为单峰对称型, 根据正态分布的区间估计, 最大后验密度 (HPD) 可信集 $C(c_1, c_2)$ 计算如下:

$$C = (\mu_1 - \mu_{\frac{\alpha}{2}} \tau_1, \mu_1 + \mu_{\frac{\alpha}{2}} \tau_1) \quad (5)$$

式中: $\mu_{\frac{\alpha}{2}}$ ——标准正态分布 $N(0, 1)$ 的上侧 $\frac{\alpha}{2}$ 分位数; α ——置信区间显著水平。

采用先验分布的 ε 代换法构成先验分布族 Γ :

$$\Gamma = \{ \pi; \pi = (1 - \varepsilon) \pi_0 + \varepsilon q, q \in D \} \quad (6)$$

式中: π_0 ——初始先验分布; ε ——代换系数, $0 < \varepsilon < 1$; q ——代换分布; D ——代换分布族。

后验期望损失可由下式计算:

$$\rho(f(\theta | x), C) = 1 - \int_C f(\theta | x) d\theta = 1 - \int_C \frac{p(x | \theta) [(1 - \varepsilon) \pi_0(\theta) + \varepsilon q]}{m(x | \pi)} d\theta \quad (7)$$

式中: C ——采用 π_0 确定的最大后验密度 (HPD) 可信集。

2 工程实例分析

2.1 边坡计算模型与参数选取

现以西安咸阳国际机场污水排放口黄土边坡为例, 说明 Bayes 理论在边坡稳定性计算结果分析中的具体应用。该边坡位于泾阳县高庄镇傅家村黄土台塬北缘, 台塬与泾河大致平行。西安咸阳国际机场污水排放系统经台塬至泾河高漫滩, 污水经净化流入泾河。该边坡所在研究区如图 1 所示。排水系统穿越的边坡地形破碎, 在边坡体周壁小滑塌、小崩塌大量分布, 两侧数百米处各有一大型滑坡。在边坡顶部发现拉裂缝, 近东西向展布, 呈锯齿状延伸^[19]。据李萍等^[20]对极限状态坡的定义及判别标志, 该坡为典型的黄土极限状态自然坡。

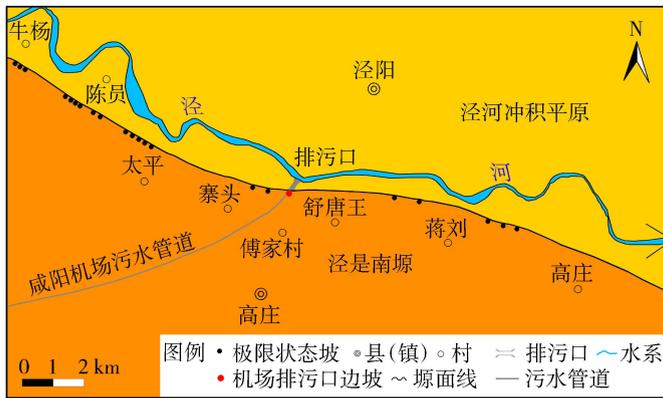


图 1 西安咸阳国际机场污水排放口边坡研究区域

Fig. 1 Study area of a loess slope at the sewage outlet of the Xi'an Xianyang International Airport

边坡高 85 m, 坡向 320°, 坡度 40° ~ 50°, 最陡处可达 65°。坡顶为黄土台塬, 坡底为河漫滩。黄土台塬地层主要为第四系风积黄土, 夹十余层古土壤, $L_1 - S_9$ 层黄土-古土壤序列从坡顶至坡底清晰可见, 下伏河流冲积相的致密黏土。具体地层上部为约 10 m 厚晚更新统黄土 (Q_3), 中部为约 65 m 厚中更新统黄土 (Q_2), 底部为 10 m 厚早更新统黄土 (Q_1)。

本文采用 Geo-slope/w 建立边坡模型, 如图 2 所示。该模型采用坡高 85 m, 坡度 45°。在坡体上沿边坡横向依次纵向 (320°) 布 3 条测线, 每条测线上布 2 个钻孔, 每条测线上的 2 个钻孔试样的物理力学性质测试结果组成一个样本数

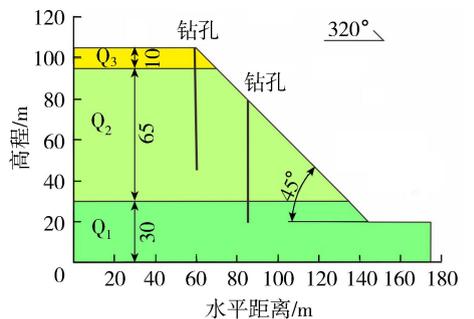


图 2 边坡分析模型 (单位: m)

Fig. 2 Model diagram of slope analysis (units: m)

据,模型计算所需土性参数见表 1。研究表明,不同地层的黄土抗剪强度参数多服从正态分布^[1],且正态分布的概率分析形式较为简单,应用最为广泛,因此,该边坡模型抗剪强度参数采用正态分布。

表 1 边坡土性参数

Table 1 Soil parameters of slope

样本	地层	天然密度/ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	黏聚力/kPa		内摩擦角/($^\circ$)		参数 样本数
			均值	标准差	均值	标准差	
样本 1	Q ₃	1.47	30.60	6.53	25.76	4.81	5
	Q ₂	1.96	48.92	17.34	28.67	1.65	13
	Q ₁	1.94	66.00		27.95		2
样本 2	Q ₃	1.52	30.50	4.27	26.60	1.73	4
	Q ₂	1.98	59.06	16.52	28.78	2.50	16
	Q ₁	2.02	68.00		27.40		1
样本 3	Q ₃	1.57	31.60	5.04	27.06	3.34	5
	Q ₂	1.87	60.57	22.20	29.44	1.54	14
	Q ₁	1.82	76.00		28.60		1

2.2 边坡稳定性参数计算

采用表 1 中所列边坡土性参数,应用 Morgenstern-Price (M-P) 法与 Monte-Carlo 法对边坡稳定性进行可靠度计算,指定了边坡滑面剪入和剪出区域,计算结果(稳定系数 F_s 、可靠指标 β 和失效概率 P_f) 作为样本信息,采用样本土性参数边坡可靠度计算结果如图 3 所示。

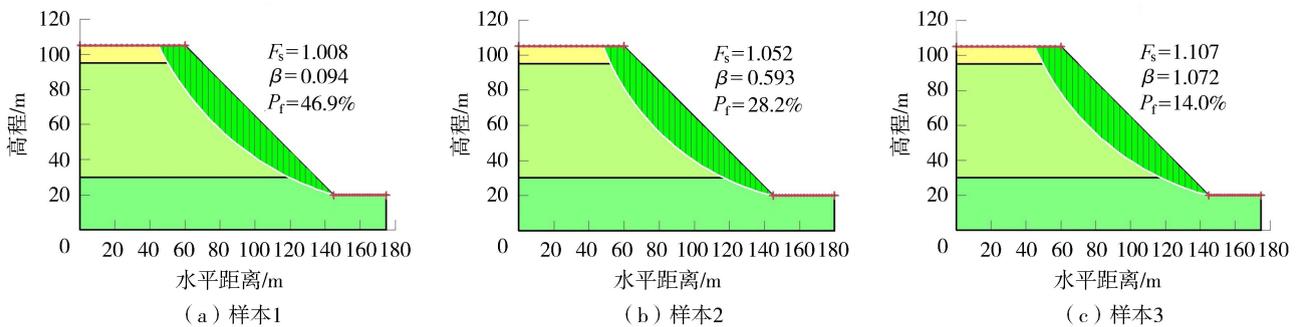


图 3 边坡稳定性计算结果

Fig. 3 Calculation results of slope stability

2.3 先验概率密度函数建立

以泾阳南塬为研究区(图 1),研究区地貌为黄土台塬,出露第四系地层,地层呈水平状沉积,厚度变化小。采用李萍等^[20]的极限状态坡鉴别标准,现场量测研究区内 21 个自然条件下的极限状态坡,21 个极限状态坡与研究边坡位于同一研究区域,同时均属于黄土极限状态自然坡。21 个先验边坡位置见图 1,坡高和坡度见表 2。表 2 中所列极限状态坡与排污口边坡的土层沉积特征一致,故仍采用图 2 所示地层厚度。各地

表 2 先验边坡信息

Table 2 Prior slope information

边坡位置	坡高/m	坡度/($^\circ$)	F_s	β	$P_f/\%$	边坡位置	坡高/m	坡度/($^\circ$)	F_s	β	$P_f/\%$
蒋刘村 东北	34.6	53.2	1.121	0.451	34.7	陈员村 南	61.6	45.3	1.040	0.166	46.0
	44.2	49.1	1.081	0.314	40.1		51.7	47.0	1.014	0.060	50.4
	45.1	44.0	1.162	0.587	28.9		57.9	43.9	0.966	-0.150	59.5
蒋刘村 西北	47.7	50.7	1.017	0.069	50.9	65.4	44.6	1.070	0.314	40.3	
	51.0	49.3	1.016	0.066	50.8	63.1	49.5	0.961	-0.184	60.1	
寨头村 北	59.4	49.5	0.952	-0.211	61.6	64.0	45.3	0.942	-0.280	63.5	
	58.7	45.2	1.039	0.159	46.4	牛杨村 南	60.5	48.5	0.986	-0.059	55.5
52.8	55.1	0.898	-0.465	71.0	63.0		50.2	0.867	-0.679	76.6	
56.4	49.7	0.968	-0.138	58.9	65.5		45.5	1.043	0.199	44.8	
太平村 西北	60.1	49.7	0.946	-0.234	62.0						
	60.7	47.4	0.994	-0.024	54.0						
	62.7	40.1	1.169	0.655	25.7						

层的土性参数采用工程经验值,并参考李萍等^[21]对该区域土性参数的统计结果,土性参数值见表 3。李萍等^[21]认为黄土地区黏聚力服从对数正态分布、内摩擦角服从正态分布,先验边坡稳定性计算加入此“专家信息”,计算结果见表 2。将计算所得 21 个边坡的稳定系数、可靠指标及失效概率进行统计,作为机场污水排放口边坡的先验信息。

表 3 先验边坡土性参数

Table 3 Soil parameters of prior slopes

地层	天然密度/ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	黏聚力/kPa			内摩擦角/($^{\circ}$)		
		均值	标准差	分布类型	均值	标准差	分布类型
Q ₃	1.52	39.1	17.8	对数正态	23.7	5.5	正态
Q ₂	1.73	47.9	18.3	对数正态	24.9	6.5	正态
Q ₁	2.13	71.7	29.9	对数正态	28.3	8.4	正态

将表 3 中的稳定系数、可靠指标及失效概率绘制频率直方图,在直方图上进行正态分布拟合,如图 4 所示,并对其分别进行 K-S 检验,在显著性水平为 0.05 下,统计显著性依次为 0.11、0.08 和 0.10,统计显著性均大于显著性水平,结果表明,三者均服从正态分布。

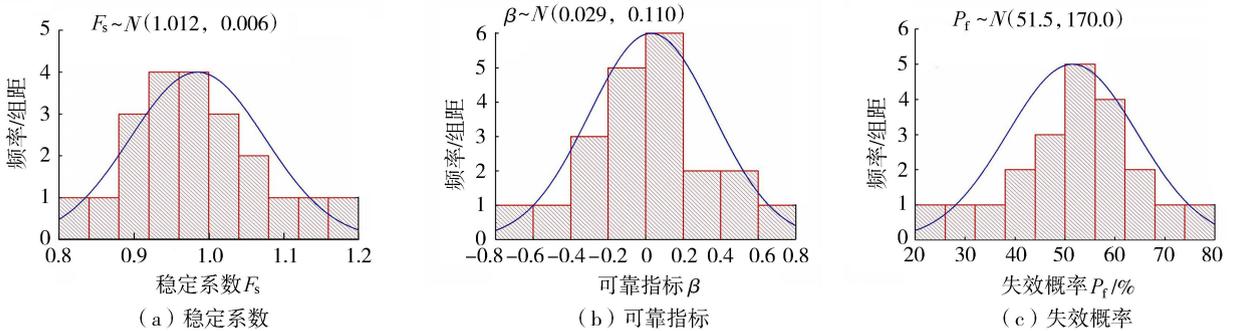


图 4 边坡稳定性参数频率直方图

Fig. 4 Frequency distribution histograms of slope stability parameters

经典统计方法将概率密度函数中的参数视为未知常数,而 Bayes 方法视为随机变量,可以应用概率分布描述。将边坡稳定系数、可靠指标及失效概率均值视为随机变量,三者在实际中并不是定值,会随着实际情况发生改变,因此选取概率分布描述这些随机变量,是更加合理的。假设 x_1, x_2, \dots, x_n 是独立同分布随机变量,且每个随机变量服从正态分布 $N(\mu, n\tau^2)$, 则平均数 \bar{x} 同样服从正态分布 $N(\mu, \tau^2)$ 。因此,边坡稳定系数、可靠指标及失效概率均值服从正态分布,正态先验相关参数见表 4。

2.4 后验概率密度函数计算

采用样本方差估计总体方差,在总体方差已估计的前提下,将表 4 的正态先验和样本相关参数代入式(2),可得边坡稳定性参数均值后验分布,并将 Bayes 估计结果与样本和先验估计结果进行比较,见表 4。

Bayes 估计与样本和先验估计结果对比表明,边坡稳定性参数均值的 Bayes 估计介于样本估计与先验估计之间,估计结果得到了很好的修正。方差代表了估计结果的精度,Bayes 估计的方差比样本估计和先验估计结果均小,Bayes 估计结果的精度为先验信息与样本信息精度之和。同时,研究边坡后缘有拉裂缝,表现为更接近破坏的状态,研究边坡样本估计失效概率为 29.68%,与研究边坡的野外特征并不完全相符。而加入先验分布后,失效概率为 49.71%,与研究边坡的野外特征更贴切。

2.5 后验分布稳健性分析

机场污水排放口边坡稳定性的 Bayes 推断中,假设了稳定系数、可靠指标和失效概率的先验分布均服从正态分布,并对其进行了检验,详见 2.3 节。但是,先验分布服从的概型并不唯一,概型参数会随统计数据的

表 4 Bayes 估计与样本和先验估计结果对比

Table 4 Comparison of Bayesian estimation, sample and prior estimation

估计方法	统计指标	F_s	β	$P_f/\%$
Bayes 估计	均值 μ_1	1.0257	0.0631	49.71
	方差 τ_1^2	0.0002	0.0049	7.43
样本估计	均值 \bar{x}	1.0557	0.5863	29.68
	方差 σ^2	0.0008	0.0797	90.48
先验估计	均值 μ	1.0120	0.0293	51.49
	方差 τ^2	0.0003	0.0052	8.09

多少而发生改变,并且先验分布考虑专家信息或工程经验,人为主观性较大,因此,先验分布存在较大的不确定性。假定代换分布 q 服从均匀分布,即代换分布族为均匀分布族,表达式为

$$D = \{q; q = U(\mu - k, \mu + k), k > 0\} \quad (8)$$

式中: k ——均匀分布族区间系数,上限根据边坡工程实际情况而定。

假定先验分布存在 5%、10% 和 15% 的改变,即代换系数 ε 分别为 5%、10% 和 15%。在边坡工程中,稳定系数均值理论最小值趋于 0,同时,由图 4 可知,稳定系数初始先验分布均值趋于 1,区间系数 k 上限为 1,同理可得可靠指标、失效概率的区间系数 k 上限分别为 1、50%。经计算得边坡稳定性指标后验稳健性结果,如图 5 所示。结果表明:(a) 稳定系数、可靠指标及失效概率均值后验期望损失,随着分布区间系数 k 的增大而波动,并且随着代换系数 ε 的增大,后验期望损失依次增大;(b) 稳定系数均值后验期望损失开始有所波动,随后较快趋于较小的后验期望损失值,且后验期望损失上限较小,稳健性良好;(c) 可靠指标和失效概率均值后验期望损失一直处于波动状态,但波动的最大后验期望损失都在 20% 以内。将稳健性划分为 4 个等级,即最大后验期望损失在 5% 以内代表稳健性很好,10% 以内代表稳健性好,20% 以内代表稳健性较好,20% 以上代表稳健性差,因此可靠指标和失效概率的稳健性较好。可见,先验分布的正态模型是合理的,先验分布的不确定性对后验结果并未产生较大影响。

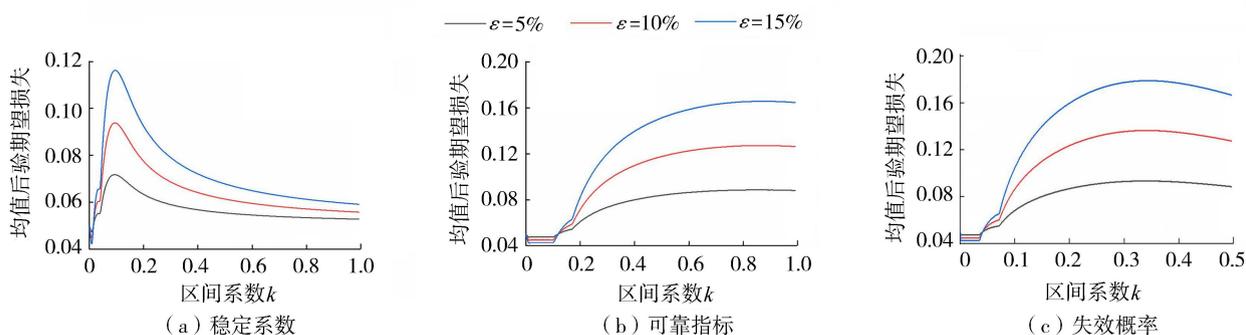


图 5 边坡稳定性指标均值后验期望损失

Fig. 5 Posterior expected loss of slope stability index means

3 结 论

a. 采用 Morgenstern-Price 法与 Monte-Carlo 法对研究区内的极限状态黄土自然坡的稳定性进行可靠度计算。对稳定系数、可靠指标及失效概率进行频率直方图统计与正态分布拟合及检验,结果显示,极限状态坡稳定性指标均较好地服从正态分布。

b. 对黄土边坡稳定性计算结果进行了 Bayes 分析。以泾阳南塬机场污水排放口边坡为例,以研究区 21 个极限状态坡建立先验分布,以边坡自身稳定性参数作为样本信息,计算了稳定系数、可靠指标和失效概率均值后验分布,并将 Bayes 计算结果与样本估计和先验估计进行了比较,Bayes 计算结果极大地降低了不确定性,结果更为精确,更加符合实际。

c. 鉴于先验分布的类型与分布参数并不唯一,且随统计数据的多少和专家经验发生改变,本文通过 ε 代换法构建先验分布族,以后验期望损失范围评价后验结果的稳健性。当代换系数 ε 为 5%、10% 和 15% 时,稳定系数均值后验期望损失较快趋于较小值,可靠指标和失效概率均值后验期望损失一直在 20% 损失范围内波动。结果表明,构建的先验分布合理,后验结果稳健性较好,Bayes 估计结果更加准确。

参考文献:

- [1] 李萍,黄丽娟,李振江,等. 甘肃黄土高边坡可靠度研究[J]. 岩土力学,2013,34(3):811-817. (LI Ping, HUANG Lijuan, LI Zhenjiang, et al. Study of reliability for loess high slopes in Gansu area[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013,34(3):811-817. (in Chinese))
- [2] 李萍,白健忠, GRIFFITHS D V, 等. 黄土边坡可靠度的随机有限元分析[J]. 地球科学与环境学报,2019,41(1):116-126. (LI Ping, BAI Jianzhong, GRIFFITHS D V, et al. Random finite element analysis for the reliability of loess slopes[J]. Journal of Earth Sciences and Environment, 2019,41(1):116-126. (in Chinese))

- [3] 薛海斌,张聪敏,党发宁,等.考虑参数时空演化规律的黄土边坡极限平衡分析法研究[J].岩土工程学报,2018,40(增刊2):162-166.(XUE Haibin,ZHANG Congmin,DANG Faning,et al. Limit equilibrium analysis method for loess slopes considering spatial-temporal evolution laws of parameters[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(Sup2): 162-166. (in Chinese))
- [4] CHANG Jianmei, SONG Siwen, FENG Huaiping. Analysis of loess slope stability considering cracking and shear failures[J]. Journal of Failure Analysis and Prevention, 2016, 16(6):982-989.
- [5] LUO Xiaoyan, LIU Weiping, FU Mingfu, et al. Probabilistic analysis of soil-water characteristic curve with Bayesian approach and its application on slope stability under rainfall via a difference equations approach[J]. Journal of Difference Equations and Applications, 2016, 23(12):322-333.
- [6] 邓志平,李典庆,曹子君,等.考虑地层变异性和土体参数变异性的边坡可靠度分析[J].岩土工程学报,2017,39(6):986-995.(DENG Zhiping, LI Dianqing, CAO Zijun, et al. Slope reliability analysis considering geological uncertainty and spatial variability of soil parameters[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, 39(6):986-995. (in Chinese))
- [7] 陈海洋,滕彦国,王金生,等.基于 Bayesian-MCMC 方法的水体污染识别反问题[J].湖南大学学报(自然科学版),2012,39(6):74-78.(CHEN Haiyang, TENG Yanguo, WANG Jinsheng, et al. Event source identification of water pollution based on Bayesian-MCMC[J]. Journal of Hunan University(Natural Science), 2012, 39(6):74-78. (in Chinese))
- [8] SAMANI S, YE Ming, ZHANG Fan, et al. Impacts of prior parameter distributions on Bayesian evaluation of groundwater model complexity[J]. Water Science and Engineering, 2018, 11(2): 89-100.
- [9] 毕忠伟.岩体力学参数推断的 Bayes 方法及截尾可靠度的研究与应用[D].长沙:中南大学,2008.
- [10] 闫春岭.岩石抗压强度的 Bayes 推断[J].山东科技大学学报(自然科学版),2012,31(4):76-79.(YAN Chunling. Concluding for compressive strength of rock based on Bayesian theorem[J]. Journal of Shandong University of Science and Technology, 2012, 31(4):76-79. (in Chinese))
- [11] BOX G P, TIAO G C. Bayesian inference in statistical analysis[M]. Massachusetts:Addison-Wesley,1973: 70-169.
- [12] 张国萍,王林,曹子君,等.考虑不确定性的土水特征曲线模型确定方法比较研究[J].自然灾害学报,2018,27(4):151-158.(ZHANG Guoping, WANG Lin, CAO Zijun, et al. Comparative study of different methods for determining the soil water characteristic curve model considering uncertainty[J]. Journal of Natural Disasters, 2018, 27(4):151-158. (in Chinese))
- [13] 罗小艳.非饱和花岗岩残积土力学特性与土水特征参数贝叶斯分析[D].南昌:南昌大学,2017.
- [14] 蒋水华,魏博文,张文举,等.基于多源试验数据空间变异土体参数概率反演及边坡可靠度更新[J].岩土力学,2018,39(4):1491-1499.(JIANG Shuihua, WEI Bowen, ZHANG Wenju, et al. Probabilistic back analysis of spatially varying soil properties and reliability updating of slopes with multiple sources of test data[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, 39(4):1491-1499. (in Chinese))
- [15] 田密,张帆,李丽华.间接测量数据条件下岩土参数空间变异性定量分析方法对比研究[J].岩土力学,2018,39(12):4673-4680.(TIAN Mi, ZHANG Fan, LI Lihua. Comparative study on the quantitative analysis methods of inherent spatial variability of soil properties based on indirect test data [J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, 39(12):4673-4680. (in Chinese))
- [16] 张金槐. Bayes 方法稳健性检验[J].飞行器测控学报,1999,18(3):1-6.(ZHANG Jinkui. Bayes method robustness test [J]. Journal of Spacecraft TT & C Technology, 1999, 18(3):1-6. (in Chinese))
- [17] BERGER J, BERLINER L M. Robust Bayes and empirical Bayes analysis with ϵ -contaminated priors[J]. Annals of Statistics, 1986, 14(2):461-486.
- [18] 张金槐.验前分布的稳健性[J].国防科技大学学报,2000,22(6):17-22.(ZHANG Jinkui. Robustness of prior distribution [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2000, 22(6):17-22. (in Chinese))
- [19] 李同录,王刘华,张常亮,等.土质边坡空间临界滑动面搜索的优化算法[J].地球科学与环境学报,2011,33(3):300-305.(LI Tonglu, WANG Lihua, ZHANG Changliang, et al. Optimistic method for searching the spatial critical slip surface of earth slopes[J]. Journal of Earth Science and Environment, 2011, 33(3):300-305. (in Chinese))
- [20] 李萍,王秉纲,李同录.自然类比法在黄土路堑边坡设计中的应用研究 [J].公路交通科技,2009,26(2):1-5.(LI Ping, WANG Binggang, LI Tonglu. Study on analogism used in highway cutting loess slope design[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2009, 26(2):1-5. (in Chinese))
- [21] 李萍,张波,李同录.黄土高原边坡特征与破坏规律的分区研究[J].地球科学与环境学报,2012,34(3):89-98.(LI Ping, ZHANG Bo, LI Tonglu. Study on regionalization for characteristic and destruction rule of slope in loess plateau[J]. Journal of Earth Sciences and Environment, 2012, 34(3):89-98. (in Chinese))