

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2021.01.010

基于 LM-BP 和 SVR 的倾倒变形体变形预测

徐卫亚^{1,2},徐 伟^{1,2},闫 龙^{1,2},陈鸿杰³,黄德凡⁴

- (1.河海大学岩土工程科学研究所,江苏 南京 210098;
- 2.河海大学岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室,江苏 南京 210098;
- 3.华能澜沧江水电股份有限公司,云南 昆明 650214;
- 4.中国电建集团昆明勘测设计研究院有限公司,云南 昆明 650214)

摘要: 为了深入了解黄登水电站 1 号倾倒变形体的变形趋势,采用 LM-BP 神经网络和 SVR 进行变形预测研究。基于倾倒变形体的实际变形监测资料,对位移、降雨、库水位、温度等资料进行分析,以库水位、降雨量、温度、时间作为输入参数,以位移变形作为输出参数,构建 LM-BP 神经网络模型和 SVR 模型,对部分监测数据进行(先行学习)训练,对后续的监测数据进行验证预测,预测预报了研究测点的变形情况。分析结果表明,2 个模型精度都比较高,LM-BP 神经网络模型的最大误差为 2.53%,SVR 模型的最大误差为 4.35%,预测方法有效。

关键词: 倾倒变形体;变形预测;机器学习;深度学习;LM-BP 神经网络;支持向量回归

中图分类号: P642 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-1980(2021)01-0064-06

Deformation prediction of toppling deformed slope based on LM-BP and SVR

XU Weiya^{1,2}, XU Wei^{1,2}, YAN Long^{1,2}, CHEN Hongjie³, HUANG Defan⁴
(1. Institute of Geotechnical Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;
2. Key Laboratory of Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering,
Hohai University, Nanjing 210098, China;
3. Huaneng Lancang River Hydropower Ltd., Kunming 650214, China;
4. Power China Kunming Engineering Corporation Limited, Kunming 650214, China)

Abstract: To gain a deeper understanding of the deformation trend of No. 1 toppling deformed slope in the Huangdeng Hydropower Station, the LM-BP neural network and the SVR were used to conduct the deformation prediction. Based on the practical deformation monitoring data of the toppling deformed slope in the Huangdeng Hydropower Station, this study analyzed the data of displacement, rainfall, reservoir water level, temperature, etc. Then the reservoir water level, rainfall, temperature, and time were taken as input parameters and the displacement was used as the output parameter to construct the LM-BP neural network model and the SVR model. Two models were trained by a part of the monitoring data, and the subsequent monitoring data was used for verification and forecasting, which predicted the deformation of the measuring point in advance. The results show that the accuracy of the two models is higher, the maximum error of the LM-BP neural network model is 2.53% and the maximum error of the SVR model is 4.35%, which demonstrate that two prediction methods are both effective.

Key words: toppling deformed slope; deformation prediction; machine learning; deep learning; LM-BP neural network; support vector regression

边坡及滑坡安全监测资料分析是安全评价的十分重要的环节,得到了国内外学者和工程技术人员的广泛关注和深入研究。由于边坡及滑坡的稳定性与其影响因子之间呈现高度的非线性关系,所以运用人工智能方法挖掘变形监测数据中的时序变化规律,预测未来的变形演化及发展趋势,及时地捕捉各种异常迹象,避免或减少财产损失和人员伤亡具有重要意义^[1]。

基金项目: 国家重点研发计划(2017YFC1501100);国家自然科学基金(51939004,11772118);华能集团重点项目(HNKJ18-H24)

作者简介: 徐卫亚(1962—),男,教授,博士,主要从事岩石力学与工程教学与研究。E-mail:wyxu@hhu.edu.cn

引用本文: 徐卫亚,徐伟,闫龙,等.基于 LM-BP 和 SVR 的倾倒变形体变形预测[J].河海大学学报(自然科学版),2021,49(1):64-69.

XU Weiya, XU Wei, YAN Long, et al. Deformation prediction of toppling deformed slope based on LM-BP and SVR[J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences), 2021, 49(1): 64-69.

对边坡及滑坡的变形进行预测,首先需要对已有的监测数据进行处理,如缺失值清洗(插值处理)、非需求数据清洗(删除不需要的数据)、逻辑错误清洗(防止分析结果走偏)和数据归一化处理等,然后将处理后的数据集按照一定的比例划分为训练集、验证集和测试集,基于一定的算法建立预测模型,最后进行预测模型的优化(如使用数据集测试模型、采用优化算法提升训练速度、进行参数调试等)并进行预测,这是进行边坡及滑坡变形预测预报常用的方法^[2]。目前水利或土木工程中变形预测预报研究涉及的模型较多,主要包括常规的统计预测模型如回归模型^[3]、灰色理论预报模型^[4]、生物生长模型^[5]、布朗运动模型^[6]、卡尔曼滤波法^[7]等,以及非线性理论模型如突变理论模型^[8]、协同预报模型^[9]、支持向量回归模型(support vector regression,SVR)^[10-11]、神经网络模型^[12]、M5'-主成分模型树^[13]等。关于支持向量回归和神经网络模型的研究,Liu 等^[14]将采用支持向量回归预测的趋势序列与采用长短期记忆神经网络预测敏感性状态相融合,建立了滑坡位移预测的非线性模型,对白水河滑坡进行位移预测研究;黄健等^[15]将灰色模型、改进的自适应遗传算法和小波神经网络结合建立预测模型,对垮梁子滑坡进行位移预测研究;李麟玮等^[16-17]建立 Bootstrap-KELM-BPNN 模型,结合灰狼优化算法、最大信息系数和支持向量回归建立预测模型,对滑坡进行变形预测研究;杨帆等^[18]结合人工蜂群算法和支持向量回归建立预测模型,对滑坡进行变形预测研究;Yang 等^[19]提出了一种基于时间序列分析和长短期记忆神经网络的滑坡位移预测动态模型,对滑坡进行变形预测研究。Du 等^[20]基于时间序列和反向传播神经网络模型,对滑坡进行变形预测研究。但基于神经网络模型和支持向量回归模型进行倾倒变形体特别是库坝区倾倒松弛岩体边坡的变形建模与预测的文献尚不多见。

本文基于澜沧江黄登水电站 1 号倾倒变形体表面位移实际监测资料,以时间、库水位、降雨量、温度作为输入参数,以位移变形作为输出参数,构建 LM-BP(levenberg marquardt back propagation,LM-BP)神经网络模型和 SVR 模型,对倾倒变形体进行变形预测。通过模型优化将预测结果与实际监测数据的比较,验证预测模型的可靠性和适用性。

1 LM-BP 神经网络模型

BP 神经网络算法主要思想是通过隐含层将输出误差依次反向传播给输入层,各层的节点分摊误差得到误差信号,各节点根据误差信号修正权值^[21]。传统的 BP 神经网络算法存在学习新样本而遗忘旧样本的趋势、收敛慢、对初始权值的选取敏感、容易陷入某个局部极值点以及泛化能力弱等问题。针对这些问题,学者们提出了改进算法,如附加动量项、自适应学习率算法、Levenberg-Marquardt 算法(LM 算法)等。LM 算法^[22],由经典的 Newton 法发展而来,运用 Guss-Newton 法在最优值附近生成一个理想的搜索方向,可以保持较快的下降速度,在 Guss-Newton 法和最速下降法之间自行调整权值,使误差的搜索方向沿着恶化方向进行,提高网络的泛化能力和收敛速度。LM-BP 算法的训练流程如图 1 所示,各个步骤主要完成内容:(a)初始化。随机产生权向量,确定所有样本误差平方和达到收敛标准;(b)求样本输出误差。主要计算隐层节点的输出、输出层节点的输出以及输出层节点的输出误差;(c)求 Jacobian 矩阵;(d)求权向量的调整量。

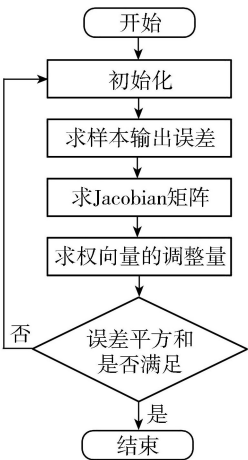


图 1 LM-BP 训练流程
Fig.1 Flow chart of LM-BP training

2 SVR 模型

SVR 模型由 Vapnik^[23]提出,被广泛应用于求解非线性问题。SVR 模型通常将样本数据分为训练样本和测试样本,然后将预先选择的训练样本映射到高维度特征空间对这部分数据进行计算,在最优决策函数模型的空间中获得最佳拟合效果,测试样本用于验证、分析模型效果。SVR 训练流程如图 2 所示。

SVR 模型解决的是一个凸二次规划问题,得到的是全局最优解,克服了在 BP 神经网络中难以避免的局部极值问题;将实际问题通过非线性变换转换到高维的特征空间,在高维空间中构造线性决策函数实现原空间中的非线性决策函数,巧妙地解决了维数问题,并保证了较好的推广能力,而且算法复杂度与样本维数无关。该模型具有简单的结构,少量的样本数量即可实现模型学习,且表现优于传统 BP 神经网络。

3 黄登水电站 1 号倾倒地变形分析

3.1 1 号倾倒地变形体概况

1 号倾倒地发育于澜沧江黄登水电站坝址区上游右岸 1 号沟侧近坝库岸约 700 m 处,主体垂向分布范围 1480 ~ 1830 m 高程(局部 1650 ~ 1910 m),宽度约 400 ~ 500 m,水平发育深度约 28 ~ 200 m,厚度为 30 ~ 104 m,总体积约 $700\times 10^4 \sim 800\times 10^4 \text{ m}^3$,岩体卸荷强烈,松动变形明显。该倾倒地变形体在水库水位变化或降雨等水动力作用影响下,变形破坏机理及安全性评价需要进一步深入分析。1 号倾倒地松弛岩体发育范围内共布置有 9 个外观变形测点,其范围和监测点布置如图 3 所示。

3.2 1 号倾倒地变形特征及影响因素分析

图 4 为 1 号倾倒地变形体的典型剖面。1 号倾倒地变形体分布区段河谷总体方向为 NNE 向,岸坡延伸方向与地层走向近于平行,岩层陡倾坡内,属典型的纵向谷逆向坡,具备岩体侧向倾倒地变形的地形临空条件。在 1 号倾倒地松弛岩体发育范围附近,斜坡岩体下部主要由似层状浅变质火山碎屑岩及片理化变质凝灰岩条带构成。地层及片理走向与坡面近于平行,倾向坡内、总体倾角约 $\angle 75^\circ$,上硬下软。1 号倾倒地松弛岩体的倾倒地变形破裂现象较为复杂,其主要受顺向河谷地形、陡倾坡内的似层状及板片状岩体结构两方面因素控制。岩体内部的“倾倒地蠕变”、岩体底界的“倾倒地-滑移”变形和岩体后缘深部“倾倒地-弯折”变形。倾倒地变形体的弯曲倾倒地破坏机制可归纳为重力引起弯曲折断与水动力作用触发失稳。

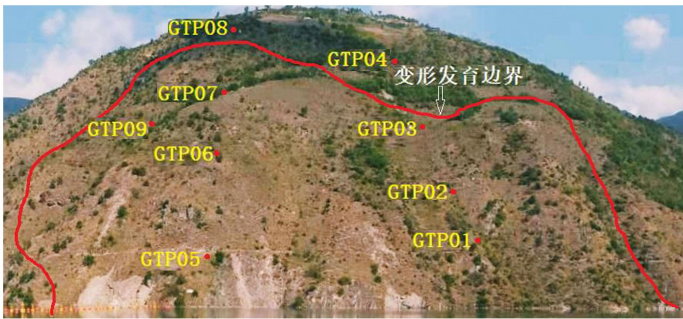


图 3 1 号倾倒地变形体及监测布置
Fig.3 No. 1 toppling deformed slope and monitoring arrangement

水动力作用是 1 号倾倒地体在黄登水电站运行期变形破坏的主要控制因素。图 5 为 1 号倾倒地外观变形测点 GTP06 的累积位移、累积位移变化和降雨量、库水位、温度关系图。每年 7—9 月为当地的雨季,降雨时间集中且降雨量明显增大,相应的累积位移、累积位移变化速率增大,降雨对倾倒地变形的影响具有一定的滞后性。一方面,降雨形成地表径流冲刷 1 号倾倒地表面松散的岩土体;另一方面,随着降雨时间的增加,雨水沿着倾倒体的裂隙下渗,弱化滑带上的岩土体、增加倾倒地体的重度,从而增大下滑力、减小抗滑力,不利于倾倒地体的稳定。

黄登水电站于 2017 年 11 月中下旬开始第一阶段蓄水,库水位上升,1 号倾倒地体的累积位移、累积位移变化速率持续增大。2018 年 5 月下旬开始第二阶段蓄水,2018 年 8 月下旬库水位升至正常蓄水水位,期间库水位变化持续增加,同时 1 号倾倒地体的累积位移、累积位移变化速率迅速增大,库水位变化峰值滞后于 1 号倾倒地体累积位移变化速率峰值,库水位变化对 1 号倾倒地体变形的影响具有一定的延迟效应。2018 年 9 月后,库水位下降影响倾倒地体的变形。温度的变化会影响水的黏滞性,进而影响库水和降雨入渗,而库水位变化和降雨对坡体变形影响是显著的,因此温度间接影响着坡体变形。

考虑到 1 号倾倒地变形体受到水动力作用的显著影响^[24],结合以上分析本文以库水位、降水量、温度和时间作为输入参数,以 1 号倾倒地变形体的变形作为输出参数,构建 LM-BP 神经网络模型和 SVR 模型对 1 号倾

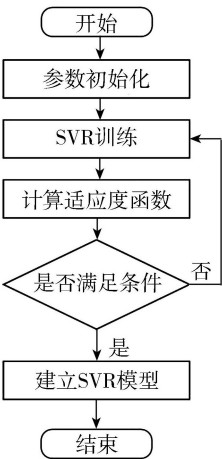


图 2 SVR 训练流程
Fig.2 Flow chart of SVR training

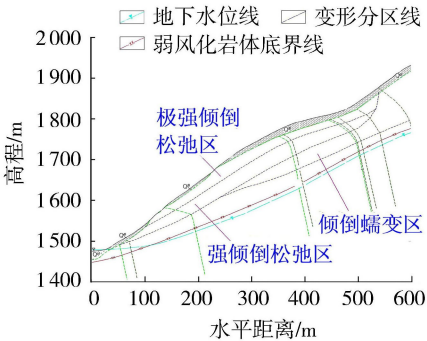


图 4 1 号倾倒地变形体典型剖面
Fig.4 Typical profile of No. 1 toppling deformed slope

倒变形体的变形进行预测分析。

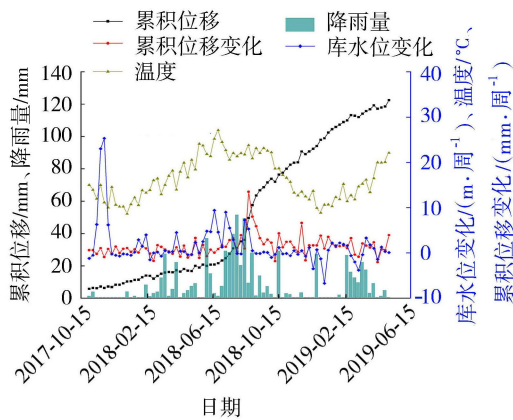


图 5 1 号倾倒变形体表面位移、位移变化和降雨量、库水位、温度关系

Fig.5 Relationship between deformation (surface displacement and displacement change) and influencing factors (rainfall, water level and temperature) in No. 1 toppling deformed slope

3.3 1 号倾倒体变形预测分析

首先对已有的实际监测数据进行数据清洗等处理,然后将处理后的数据集建立 LM-BP 神经网络模型和 SVR 模型。LM-BP 神经网络模型通过均方误差 M_{SE} (mean squared error)、拟合优度 R^2 和误差的大小反映拟合效果以及对该边坡变形预测的可靠性。SVR 模型通过惩罚系数 C 、核函数参数 g 、 R^2 、 M_{SE} 和误差的大小反映拟合效果以及对该边坡变形预测的可靠性,并运用 2 个模型预测监测点 GTP06 的累计变形。由图 6 可知,在正常工况下,1 号倾倒体外观变形测点 GTP06 累积位移的实测值与 LM-BP 神经网络、SVR 的预测值相差不大,累积位移的变化趋势基本一致且累积位移值将继续增长,预计从监测的第 995 d 至第 1 359 d,LM-BP 神经网络模型预测的累积位移从 152.43 mm 增长至 173.93 mm,SVR 模型预测的累积位移从 150.32 mm 增长至 169.40 mm,期间位移 2 种预测方法的位移增长趋势大致相同

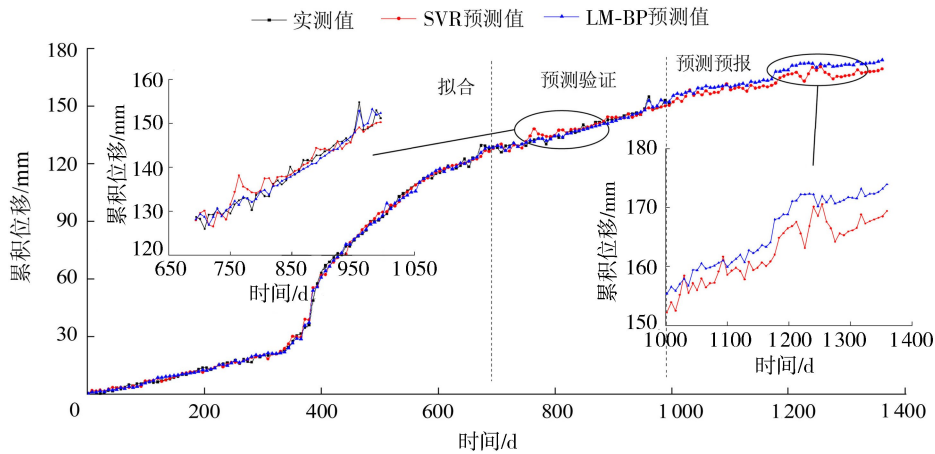


图 6 监测点 GTP06 累积位移预测曲线

Fig.6 Prediction curve of cumulative displacement for monitoring point GTP06

在正常水位调度、降雨情况下,LM-BP 神经网络模型的 $R^2=0.99$ 、 $M_{SE}=1.94$ 、最大误差为 2.53%、绝对误差最大值为 3.79 mm,SVR 模型的 $C=6.70$ 、 $g=0.09$ 、 $R^2=0.97$ 、 $M_{SE}=2.67$ 、最大误差为 4.35%、绝对误差最大值为 5.76 mm,可见 LM-BP 神经网络模型和 SVR 模型的精度都比较高,且 LM-BP 神经网络模型的精度比 SVR 模型的精度高。由图 7~8 可知,LM-BP 神经网络、SVR 方法预报分析的位移变化速率和位移变化的加速度曲线仍在变化,倾倒变形体的变形仍然在变化,应予以关注,并加强监测预警、水位调度管理,进一步加强水库水位调度方案与倾倒变形体安全保障之间的系统研究,深化监测预警系统研究。库水位变化、降雨等因素是影响 1 号倾倒变形体变形的重要因素,合理的水位调度可以一定程度上控制该倾倒变形体的变形。LM-BP 神经网络和 SVR 模型考虑了水动力作用,2 种方法的变形预测研究结果可为该倾倒变形体的预测预

警提供一定的参考,若发生库水位的骤升、骤降以及暴雨,需要进一步研究。

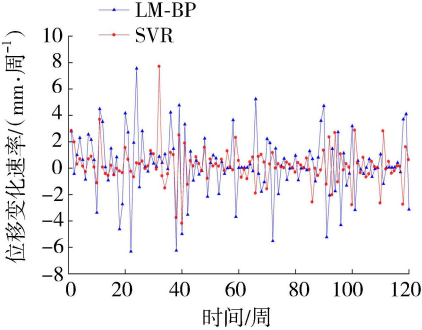


图 7 监测点 GTP06 累积位移变化速率曲线
Fig.7 Change rate curve of cumulative displacement for monitoring point GTP06

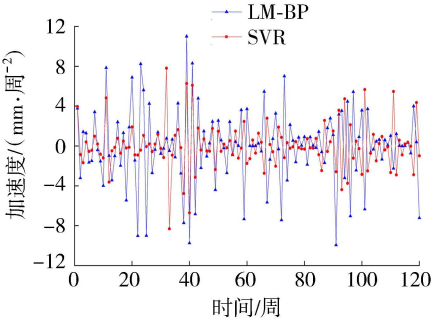


图 8 监测点 GTP06 累积位移加速度曲线
Fig.8 Acceleration curve of cumulative displacement for monitoring point GTP06

4 结 论

- a. 1 号倾倒变形体的变形受水动力作用的控制,工程地质条件、降雨、库水位变化、温度和时间等因素均有影响。工程地质条件主要决定了倾倒变形体变形发育的总体趋势,降雨、库水位等诱发因素与其变形发育密切相关,降雨、库水位变化特别是水位骤降加速了 1 号倾倒变形体的变形破坏,变形与降雨、库水位变化的响应表现出一定的滞后性。
- b. 考虑到倾倒变形体受水动力作用的显著影响,应用 LM-BP 神经网络与 SVR 方法,以库水位变化、降雨量、温度、时间作为影响因素输入参数,以倾倒变形体的变形特征量作为输出参数,建立 LM-BP 神经网络模型和 SVR 预测模型。
- c. 基于 LM-BP 神经网络模型与 SVR 模型,对倾倒变形体的变形特征进行预测预报研究,结果表明,在黄登水电站正常运行调度工况下,LM-BP 神经网络模型的最大误差为 2.53%,SVR 模型的最大误差为 4.35%,2 个模型精度都较高,LM-BP 神经网络模型的精度比 SVR 预测模型更为精确,预测有效;目前黄登水电站近坝库岸 1 号倾倒变形体变形尚未收敛,需持续关注,加强监测预警、水位运行调度管理和风险分析。

参考文献:

[1] 冯夏庭. 智能岩石力学导论[M]. 北京: 科学出版社, 2000.

[2] 华小军,樊启祥,尚毅梓,等. 边坡群稳定性耦联分析方法在三峡库区的应用[J]. 水利水电科技进展,2019,39(1):54-57. (HUA Xiaojun, FAN Qixiang, SHANG Yizi, et al. Application of coupling analysis method for slopes stability in Three Gorges Reservoir Region[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources,2019,39(1):54-57. (in Chinese))

[3] 黄润秋,许强,戚国庆. 降雨及水库诱发滑坡的评价与预测[M]. 北京: 科学出版社, 2007.

[4] 李世贵,易庆林,吴娟娟,等. 背景值优化的多点灰色模型在滑坡变形预测中的应用[J]. 中国地质灾害与防治学报, 2015, 26(2): 3-9. (LI Shigui, YI Qinglin, WU Juanjuan, et al. A multi-point model for background value optimization and its application to landslide deformation prediction [J]. The Chinese Journal of Geological Hazard and Control,2015, 26(2): 3-9. (in Chinese))

[5] 许春青. 滑坡预测预报模型比较分析[D]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学, 2011.

[6] 胡俊,李远文. 布朗运动模型在露天矿山边坡变形预测的应用[J]. 测绘地理信息, 2019, 44(4): 45-48. (HU Jun, LI Yuanwen. Application of brownian motion model in deformation prediction of deformation of slope[J]. Journal of Geomatics, 2019, 44(4): 45-48. (in Chinese))

[7] 陆付民,王尚庆,李劲,等. 顾及地下水位因子的卡尔曼滤波模型在滑坡变形预测中的应用[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2010, 35(10): 1184-1187. (LU Fumin, WANG Shangqing, LI Jin, et al. Application of Kalman filter model considering ground water level factors to landslide deformation forecast[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University,2010, 35(10): 1184-1187. (in Chinese))

[8] 周小平,钱七虎,张永兴,等. 基于突变理论的滑坡时间预测模型[J]. 工程力学, 2011, 28(2): 165-174. (ZHOU Xiaoping, QIAN Qihu, ZHANG Yongxing, et al. Time prediction model of landslides based on catastrophe theory[J]. Engineering Mechanics,2011, 28(2): 165-174. (in Chinese))

- [9] 黄志全,张长存,姜彤,等. 滑坡预报的协同-分岔模型及其应用[J]. 岩石力学与工程学报,2002,21(4): 498-501. (HUANG Zhiqian,ZHANG Changcun,JIANG Tong,et al. Synergetic-bifurcated model of landslide prediction and its application [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2002,21(4): 498-501. (in Chinese))
- [10] 谷艳昌,吴云星,黄海兵,等. 基于遗传算法优化支持向量机的大坝安全性态预测模型[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2020,48(5):419-425. (GU Yanchang,WU Yunxing,HUANG Haibing,et al. Prediction model of dam safety behavior based on genetic algorithm optimized support vector machine[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences),2020,48(5):419-425. (in Chinese))
- [11] 牛景太. 基于奇异谱分析与 PSO 优化 SVM 的混凝土坝变形监控模型[J]. 水利水电科技进展,2020,40(6):60-65. (NIU Jingtai. Dam deformation monitoring model based on singular spectrum analysis and SVM optimized by PSO[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources,2020,40(6): 60-65. (in Chinese))
- [12] 徐卫亚,蒋晗,谢守益,等. 三峡永久船闸高边坡变形预测人工神经网络分析[J]. 岩土力学, 1999,20(2): 27-31. (XU Weiya,JIANG Han,XIE Shouyi,et al. Rock slope deformation prediction by artificial neural network method in Three Gorges project[J]. Rock and Soil Mechanics,1999,20(2): 27-31. (in Chinese))
- [13] 王飞,张宗亮,王佳俊,等. 基于改进 M5'-主成分模型树的高心墙堆石坝沉降变形预测[J]. 河海大学学报(自然科学版),2018, 46(4): 353-359. (WANG Fei,ZHANG Zongliang,WANG Jiajun,et al. Forecasting of the settlement deformation for high core rock -fill dam based on the improved M5 PCR model tree[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences),2018, 46(4): 353-359. (in Chinese))
- [14] LIU Yong, XU Chang, HUANG Biao, et al. Landslide displacement prediction based on multi-source data fusion and sensitivity states[J]. Engineering Geology, 2020, 271: 105608.
- [15] 黄健,李桥,巨能攀,等. 基于主控因子分析与 GM-IAGA-WNN 联合模型的平推式滑坡位移预测研究:以垮梁子滑坡为例 [J]. 工程地质学报,2019, 27(4): 862-872. (HUANG Jian, LI Qiao, JU Nengpan, et al. Displacement prediction of translational landslide based on analysis of major factors and GM-IAGA-WNN model-a case study of Kualiangzi landslide[J]. Journal of Engineering Geology,2019, 27(4): 862-872. (in Chinese))
- [16] 李麟玮,吴益平,苗发盛,等. 基于变分模态分解与 GWO-MIC-SVR 模型的滑坡位移预测研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2018, 37(6): 1395-1406. (LI Linwei, WU Yiping, MIAO Fasheng, et al. Displacement prediction of landslides based on variational mode decomposition and GWO-MIC-SVR model[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2018, 37(6): 1395-1406. (in Chinese))
- [17] 李麟玮,吴益平,苗发盛,等. 考虑变形状态动态切换的阶跃型滑坡位移区间预测方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2019, 38(11): 2272-2287. (LI Linwei, WU Yiping, MIAO Fasheng, et al. Displacement interval prediction method for step-like landslides considering deformation state dynamic switching[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2019, 38(11): 2272-2287. (in Chinese))
- [18] 杨帆,许强,范宣梅,等. 基于时间序列与人工蜂群支持向量机的滑坡位移预测研究[J]. 工程地质学报,2019, 27(4): 880-889. (YANG Fan,XU Qiang,FAN Xuanmei,et al. Prediction of landslide displacement time series based on support vector regression machine with artificial bee colony algorithm [J]. Journal of Engineering Geology,2019, 27(4): 880-889. (in Chinese))
- [19] YANG Beibei, YIN Kunlong, LACASSE S, et al. Time series analysis and long short-term memory neural network to predict landslide displacement[J]. Landslides,2019, 16(4): 677-694.
- [20] DU Juan, YIN Kunlong, LACASSE S. Displacement prediction in colluvial landslides, Three Gorges Reservoir, China[J]. Landslides, 2013, 10(2): 203-218.
- [21] 李炯城,黄汉雄. 神经网络中 LMBP 算法收敛速度改进的研究[J]. 计算机工程与应用. 2006(16):46-49. (LI jiangcheng, HUANG Hanxiong. Research on improvement of convergence speed of LMBP algorithm in neural network [J]. Computer Engineering and Application,2006(16): 46-49. (in Chinese))
- [22] LERA G, PINZOLAS M. Neighborhood based Levenberg-Marquardt algorithm for neural network training[J]. IEEE Trans Neural Netw,2002, 13(5): 1200-1203.
- [23] VAPNIK V. The nature of statistical learning theory[M]. New York: Springer-Verlag,2000.
- [24] ZHAO Xufei, YAN Long, YANG Lanlan, et al. Deformation characteristics and influential factors of a toppling rock slope based on the grey relational analysis[J]. European Journal of Environmental and Civil Engineering, 2020,24: 1-12.