

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2023.04.014

基于 Copula 函数的黄海波高周期联合统计分析

张琦,梁丙臣,邵珠晓

(中国海洋大学工程学院,山东 青岛 266100)

摘要:为研究黄海中部海域波浪的极大值波高与极大值周期联合分布,基于黄海海域 3 个位置点 1999—2018 年 SWAN 后报波浪数据,采用 5 种单变量分布拟合年极大值波高和年极大值周期,通过拟合优度评价得到各位置点年极大值波高和年极大值周期的最优单变量分布,利用 Copula 函数理论建立了年极大值波高和年极大值周期联合分布函数,并与单变量分布波高和周期设计值进行了对比分析。结果表明:黄海中部海域波高周期联合分布可能存在区域性特征;波高周期联合分布得到的波高、周期设计值较同设计频率下的单变量分布设计值高;相同波高和周期设计频率下,单变量重现期最大,条件重现期次之,联合重现期最小。

关键词:极大值波高;极大值周期;单变量分布;联合分布;Copula 函数;黄海

中图分类号:P731.22;TV139.2 **文献标志码:**A **文章编号:**1000-1980(2023)04-0108-07

Joint statistical analysis of wave height and wave period of Yellow Sea based on Copula function

ZHANG Qi, LIANG Bingchen, SHAO Zhuxiao

(College of Engineering, Ocean University of China, Qingdao 266100, China)

Abstract: To study the joint distribution of annual extreme wave height and annual extreme period of waves in the central Yellow Sea, five univariate distributions were fitted to the annual extreme wave height and annual extreme period based on SWAN hindcast wave data from 1999 to 2018 at three locations in the Yellow Sea, and the optimal marginal distributions of annual extreme wave height and annual extreme period at each location were obtained through the evaluation of the goodness of fit. The joint distribution function of annual extreme wave height and annual extreme period was established using the Copula function theory, and compared with the univariate distribution of wave height and period design values. The results show that there may be regional characteristics in the joint wave height and period distribution in the central Yellow Sea; the design values of wave height and period obtained from the joint wave height and period distribution are higher than the design values of univariate distribution at the same design frequency; under the same design frequency, the univariate return period is the largest, the conditional return period is the second and the joint return period is the smallest.

Key words: extreme wave height; extremum wave period; marginal distribution; joint distribution; Copula function; Yellow Sea

波浪是影响海洋结构物和海上运输的重要海洋环境动力因素之一^[1-2],波浪的穿透性和能量强弱与其波高和周期要素的大小息息相关,波浪的波高和周期越大对工程的破坏越强^[3-4]。刘文通^[5]通过模拟试验和理论计算得出,对于沿岸建筑物和海上孤立式建筑物,波高和周期具有同等重要性,只是表现形式不同。近年来,海洋平台损坏事故频发^[6],原因之一是固有振动周期长,容易与长波共振,导致整体响应过大,从而影响结构强度^[7]。因此,建立合理预测波浪波高和周期设计参数的统计模型,对于海上工程建筑物安全稳定运行是十分关键的。

传统的波高周期联合概率密度计算要求波高与周期的单变量分布属于同一类型,但实际上波高和周期拟合出的单变量分布往往不属于同一类型,因此根据传统联合分布模型得到的设计值与实际值存在较大误

基金项目: 国家自然科学基金项目(52088102,51739010);中国博士后科学基金项目(2022M713002)

作者简介: 张琦(1997—),女,硕士研究生,主要从事海洋工程安全与防灾研究。E-mail: zq5707@stu.ouc.edu.cn

通信作者: 邵珠晓(1990—),男,博士,主要从事海洋工程安全与防灾研究。E-mail: szx0617@163.com

引用本文: 张琦,梁丙臣,邵珠晓. 基于 Copula 函数的黄海波高周期联合统计分析[J]. 河海大学学报(自然科学版),2023,51(4):108-114.

ZHANG Qi, LIANG Bingchen, SHAO Zhuxiao. Joint statistical analysis of wave height and wave period of Yellow Sea based on Copula function[J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences), 2023, 51(4): 108-114.

差。Copula 函数可以灵活地将不同类型的单变量分布联结在一起,同时还随机变量之间的相关性考虑在内,目前该函数被广泛用于海洋工程各设计参数间联合分布的研究。Wist 等^[8]利用二维 Gaussian Copula 函数建立了波高周期联合分布,并将其应用于日本海域的海洋工程。秦振江等^[9]建立了最大有效波高和最大风速的联合分布,结果表明 Copula 函数可以较好地模拟实际数据。陈超等^[10]采用 Gumbel-Hougaard Copula 函数和 Clayton Copula 函数构造年极值波高与相应风速的联合分布,并与混合耿布尔分布以及耿布尔逻辑分布进行了对比分析,发现 Copula 函数联合分布可以更好地表现单变量的非正态性。陈子桑等^[11]研究了粤东汕尾海区的最大波高和平均周期,择优选取 Gumbel-Hougaard Copula 函数建立二维联合分布,提出同现重现期和联合重现期的设计值可作为设计波高和相应周期的上下限。宋春艳等^[12]利用 Gumbel-Hougaard Copula 函数构建波高周期联合分布函数,研究表明 Copula 函数可较好地拟合波高周期联合分布。

黄海是太平洋西部最大的边缘海,针对该海域的波浪周期联合分布研究较少,且以往的研究多采用年极值波高及其对应的周期进行联合分布研究,但年极值波高并不一定对应年极值周期。本文基于中国黄海中部海域后报波浪数据,对该海域 3 个位置点的年极值波高和年极值周期进行统计分析,以期对黄海海域海上平台建设提供参考。

1 研究方法

1.1 数据来源

近岸波浪模拟软件 SWAN 是基于第三代海浪模型开发的软件,可用于任何尺度下风生表面重力波的计算^[13],适用于沿海和近海区域的波浪预报^[14]。Shao 等^[15]利用近岸波浪模拟数值模型 SWAN (simulating waves nearshore) 对 1979—2018 年中国近海的波浪场进行了数值模拟,并将模拟的后报数据与浮标实测数据进行了对比分析,模拟结果与实测波浪数据吻合较好。本文以图 1 所示的黄海海域 3 个位置点(1 号位置点位于 123°E、35°N,2 号位置点位于 124°E、36°N,3 号位置点位于 125°E、35°N)1999—2018 年海浪的后报数据作为数据来源,所选用的参数为每小时记录 1 次的有效波高和谱峰周期,对 3 个位置点的年极值波高和年极值周期进行统计分析。代表位置点的选取依据为位置点之间距离较远且分散于黄海海域,位置点之间可以构成一个平面以体现区域性和空间性。

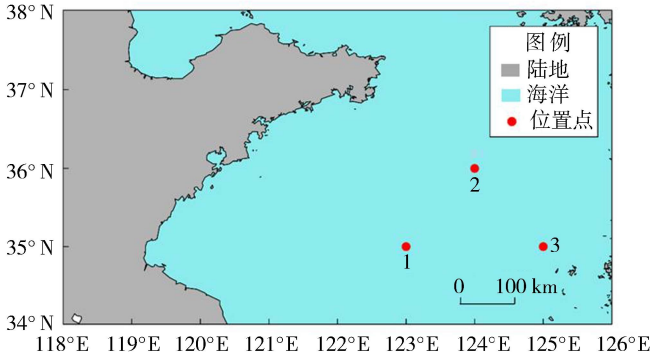


图 1 黄海海域 3 个位置点示意图

Fig.1 Schematic diagram of three locations in the Yellow Sea

1.2 理论分布

对波高和周期年极值数据,本文采用常见的单变量分布进行拟合,包括广义极值 (generalized extreme value, GEV) 分布、对数正态分布、含有尺度参数和位置参数的 t 分布、威布尔 (Weibull) 分布、伽马 (Gamma) 分布及皮尔逊 III 型 (P-III) 分布。

常用的二维 Copula 函数类型有 Gaussian Copula 函数、 t Copula 函数、Clayton Copula 函数、Gumbel Copula 函数、Frank Copula 函数,其中 Gaussian Copula 函数和 t Copula 函数属于椭圆 Copula 函数,Clayton Copula 函数、Gumbel Copula 函数和 Frank Copula 函数属于阿基米德 Copula 函数。

1.3 拟合优度评价

为了评价不同概率分布模型的拟合效果,采用 Kolmogorov-Smirnov (K-S) 检验、赤池信息准则 (akaike information criterion, AIC)、贝叶斯信息准则 (Bayesian information criterion, BIC) 和均方根误差 (root mean square error, RMSE) 来评价模型的拟合优度,并据此选择最优概率分布。

2 结果与分析

2.1 单变量分布

提取 1999—2018 年的年极值波高和年极值周期分别建立波高和周期的单变量分布,分别采用广义极值

分布、对数正态分布、 t 分布、威布尔分布、伽马分布及 P-Ⅲ分布对年极值波高和年极值周期序列进行概率拟合,波高单变量分布和周期单变量分布的拟合参数及拟合优度评价结果分别见表 1 和表 2。

表 1 波高单变量分布拟合参数及拟合优度评价结果

Table 1 Fitting parameters and evaluation results of goodness of fit in univariate distribution of wave height							
位置点	单变量分布	拟合参数			拟合优度评价结果		
		形状参数	尺度参数	位置参数	K-S 值	AIC 值	RMSE
1	广义极值分布	0.592	0.379	4.12	0.168	43.5	0.0522
	对数正态分布		0.203	1.52	0.226	57.1	0.1160
	t 分布	0.913	0.222	4.18	0.230	51.7	0.1120
	威布尔分布	4.040	5.130		0.267	67.1	0.1370
	伽马分布	23.100	0.203		0.239	59.1	0.1230
	P-Ⅲ分布	1.010	1.110	3.57	0.189	50.3	0.0801
2	广义极值分布	0.361	0.484	4.22	0.139	48.4	0.0502
	对数正态分布		0.197	1.54	0.265	56.1	0.1070
	t 分布	1.240	0.326	4.35	0.158	53.5	0.0692
	威布尔分布	4.280	5.169		0.295	65.5	0.1310
	伽马分布	25.100	0.189		0.278	58.0	0.1150
	P-Ⅲ分布	1.210	0.968	3.57	0.177	50.7	0.0717
3	广义极值分布	0.527	0.444	4.46	0.131	48.2	0.0452
	对数正态分布		0.187	1.59	0.218	56.5	0.0859
	t 分布	1.710	0.461	4.67	0.169	57.2	0.0668
	威布尔分布	4.490	5.471		0.257	66.1	0.1150
	伽马分布	28.000	0.179		0.231	58.2	0.0934
	P-Ⅲ分布	1.170	0.982	3.88	0.133	50.4	0.0530

表 2 周期单变量分布拟合参数及拟合优度评价结果

Table 2 Fitting parameters and evaluation results of goodness of fit in univariate distribution of wave period							
位置点	单变量分布	拟合参数			拟合优度评价结果		
		形状参数	尺度参数	位置参数	K-S 值	AIC 值	RMSE
1	广义极值分布	-1.04	1.120	15.80	0.245	62.9	0.0952
	对数正态分布		0.070	2.75	0.163	55.4	0.0685
	t 分布	9.29×10^6	1.090	15.60	0.171	66.1	0.0695
	威布尔分布	19.00	16.100		0.173	60.6	0.0693
	伽马分布	197.00	0.079		0.170	64.9	0.0690
	P-Ⅲ分布	4.92	0.504	18.10	1.000	∞	0.5700
2	广义极值分布	-0.28	1.110	14.10	0.185	66.9	0.0819
	对数正态分布		0.079	2.67	0.174	65.2	0.0775
	t 分布	1.88×10^6	1.120	14.50	0.190	67.3	0.0834
	威布尔分布	13.65	15.100		0.216	67.4	0.0931
	伽马分布	167.70	0.087		0.181	65.2	0.0802
	P-Ⅲ分布	171.89	0.088	-0.56	0.178	67.3	0.0790
3	广义极值分布	-0.40	1.370	14.40	0.179	73.2	0.0777
	对数正态分布		0.092	2.69	0.155	72.1	0.0646
	t 分布	1.46×10^6	1.330	14.80	0.171	74.1	0.0721
	威布尔分布	12.30	15.400		0.182	73.1	0.0799
	伽马分布	124.00	0.119		0.164	72.1	0.0689
	P-Ⅲ分布	758.00	0.049	-22.70	0.163	74.1	0.0680

对比 K-S 值、AIC 值和 RMSE 可知,3 个位置点的波高最优单变量分布均为广义极值分布,周期最优单变量分布均为对数正态分布。

2.2 联合分布

对于海洋环境要素,其特征变量波高和周期之间存在一定的相关性。经计算,位置点 1、2、3 年极值波高和年极值周期的 Spearman 秩相关系数 ρ_s 分别为 0.0716、0.1306 和 0.1122,可以看出年极值波高和年极值周期之间存在弱的正相关性。

采用二维正态联合分布对 3 个位置点的年极值波高和年极值周期建立传统二维联合分布模型,其概率

密度函数为

$$f(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{(x-\mu_1)^2}{\sigma_1^2}+\frac{(y-\mu_2)^2}{\sigma_2^2}\right]\right\}$$

(1)

式中: μ_1 、 μ_2 为位置参数; σ_1 、 σ_2 为尺度参数; x 、 y 分别对应两种不同的变量值。

计算得到 3 个位置点年极值波高与年极值周期二维正态联合分布累积概率与经验分布累积概率散点图如图 2 所示。

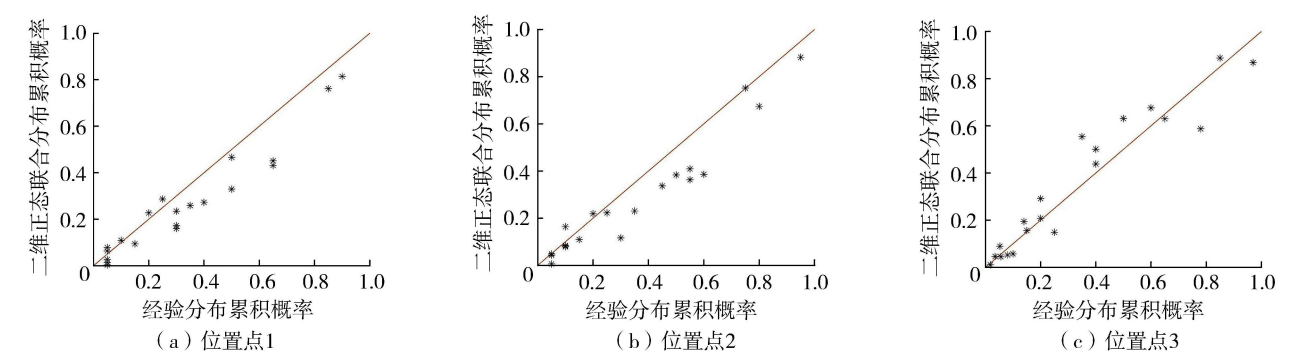


图 2 二维正态联合分布累积概率与经验分布累积概率散点图

Fig.2 Scatter plot of cumulative probabilities of two-dimensional normal joint distribution and empirical distribution

分别采用 Gaussian Copula 函数、 t Copula 函数、Clayton Copula 函数、Gumbel Copula 函数和 Frank Copula 函数进行拟合,采用极大似然估计法进行参数估计并计算拟合优度评价指标,二维 Copula 函数拟合优度评价结果见表 3,3 个位置点年极值波高与年极值周期二维 Copula 函数联合分布累积概率与经验分布累积概率见图 3,3 个位置点二维 Copula 函数联合分布累积概率等值线见图 4。

经计算可以得出,位置点 1、2、3 的年极值波高和年极值周期最优二维 Copula 联合函数均为 Frank Copula 函数,可见 Frank Copula 函数适用于构建黄海中部海域所选位置点波高周期二维联合分布。对比图 2 与图 3 可以看出,相较于传统二维正态联合分布模型,二维 Copula 函数对于波高周期二维联合分布的拟合效果更好,Copula 函数可以不受单变量分布类型和相关关系的限制,更加灵活地构造波高周期二维联合分布。

表 3 二维 Copula 函数拟合优度评价结果

Table 3 Goodness of fit evaluation results of two-dimensional Copula function

位置点	Copula 函数类型	AIC 值	BIC 值	RMSE
1	Gaussian Copula	1.95	2.94	0.0320
	t Copula	3.94	5.93	0.0309
	Clayton Copula	1.93	2.92	0.0302
	Gumbel Copula	1.99	2.99	0.0332
	Frank Copula	1.86	2.88	0.0302
2	Gaussian Copula	1.99	2.99	0.0386
	t Copula	3.99	5.98	0.0382
	Clayton Copula	1.99	2.99	0.0373
	Gumbel Copula	2.00	2.99	0.0396
	Frank Copula	1.81	2.81	0.0313
3	Gaussian Copula	1.96	2.96	0.0360
	t Copula	3.95	5.95	0.0340
	Clayton Copula	2.00	2.99	0.0384
	Gumbel Copula	1.98	2.97	0.0356
	Frank Copula	1.88	2.88	0.0329

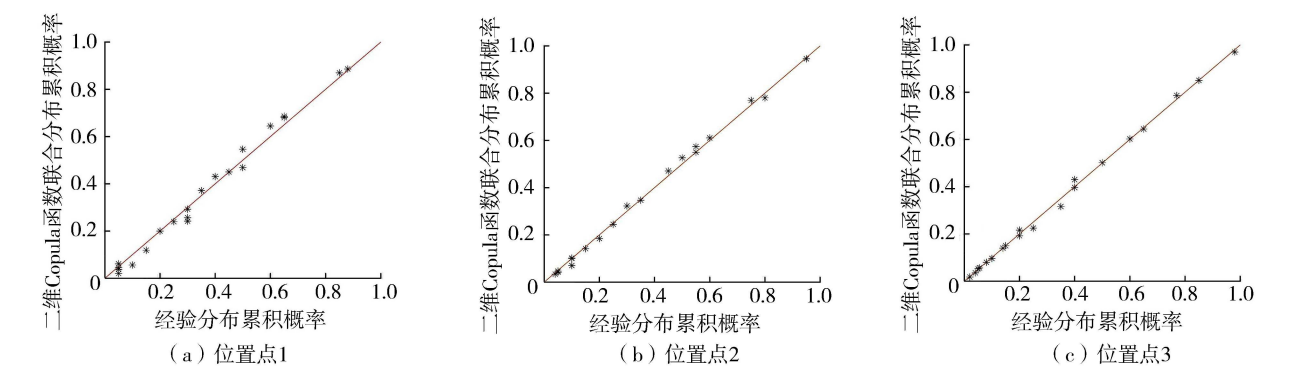


图 3 二维 Copula 函数联合分布累积概率与经验分布累积概率散点图

Fig.3 Scatter plots of cumulative probabilities of two-dimensional Copula function joint distribution and empirical distribution

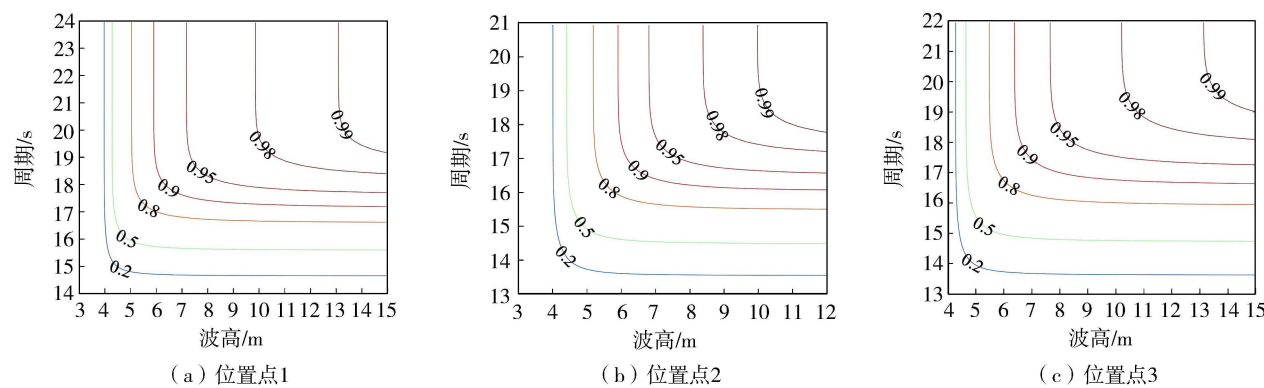


图4 二维 Copula 函数联合分布累积概率等值线

Fig.4 Cumulative probability contours of the joint distribution of two-dimensional Copula function

2.3 重现期计算与分析

重现期计算是对海浪灾害风险进行中长期预测预警的重要参考,在海洋和港口工程应用中是十分重要的^[16]。定义单变量重现期为

$$T = \frac{1}{1 - F(x)}$$

(2)

式中: T 为重现期; $F(x)$ 为变量的累积概率; x 为变量值。

两变量联合重现期是指变量 X_1 或 X_2 超过某个特定值的重现期,其计算公式为

$$T_0(x_1, x_2) = \frac{1}{P((X_1 > x_1) \cup (X_2 > x_2))} = \frac{1}{1 - C(F_1(x_1), F_2(x_2))}$$

(3)

式中: $T_0(x_1, x_2)$ 为两变量联合重现期; x_1, x_2 分别为两种不同的变量值; $P((X_1 > x_1) \cup (X_2 > x_2))$ 为任一变量超过某个特定值的联合概率; $C(F_1(x_1), F_2(x_2))$ 为两变量均未超过某个特定值的联合概率。

由概率论可推导出条件概率为

$$P(H \geq h | T \geq t) = \frac{P(H \geq h, T \geq t)}{P(T \geq t)} = \frac{1 - F_H(h) - F_T(t) + C(F_H(h), F_T(t))}{1 - F_T(t)}$$

(4)

式中: $P(H \geq h | T \geq t)$ 为当周期超过某一特定数值时出现超过某一设计波高的概率,可定义为风险概率,其倒数即为条件重现期; h 为波高; t 为周期; $F_H(h)$ 为波高超过 h 的累积概率; $F_T(t)$ 为周期超过 t 的累积概率; $C(F_H(h), F_T(t))$ 为联合累积概率。

单变量重现期是根据单变量分布推导出的重现期,但单一要素不足以综合反映海洋灾害的影响,且任一海洋环境要素超过一定数值都会引起海洋极端事件的发生,联合重现期采用的是“或”重现期,即任一变量超过某一特定值的重现期。条件概率可作为工程建筑物损毁风险率,联合重现期可作为海洋工程建筑物波高和周期设计值的最大值,对安全系数要求高的海洋工程建筑物可基于此设计。

分别由最优二维 Copula 联合函数计算 3 个位置点年极值波高和年极值周期对应的联合重现期和条件概率,将其与单变量分布设计值进行对比,结果见表 4 和表 5,各位置点不同波高和周期设计频率下单变量重现期、条件重现期及联合重现期计算结果见表 6。

表4 单变量重现期和二维联合重现期
Table 4 Univariate return period and two-dimensional joint return period

位置点	单变量分布设计值			联合分布设计值		
	单变量 重现期/a	波高/m	周期/s	联合 重现期/a	波高/m	周期/s
1	5	5.04	16.59	2.84	5.22	17.89
	10	5.90	17.14	5.33	6.00	18.63
	20	7.17	17.61	10.33	7.26	19.37
	50	9.86	18.15	25.33	9.92	20.11
	100	13.09	18.52	50.33	13.20	20.84
2	5	5.18	15.49	2.85	5.37	16.70
	10	5.90	16.04	5.34	5.99	17.58
	20	6.80	16.51	10.34	6.93	17.85
	50	8.38	17.05	25.34	8.47	18.62
	100	9.97	17.42	50.34	10.09	19.02
3	5	5.48	15.91	2.83	5.58	17.86
	10	6.38	16.58	5.33	6.50	18.45
	20	7.65	17.14	10.33	7.90	18.63
	50	10.20	17.80	25.32	10.50	19.37
	100	13.12	18.26	50.32	13.25	20.43

表 5 年极值波高和年极值周期条件概率

Table 5 Conditional probabilities of annual extreme wave height and annual extreme wave period

位置点	波高设计 频率	条件概率/%					
		$p=0.5$	$p=0.2$	$p=0.1$	$p=0.05$	$p=0.02$	$p=0.01$
1	0.5	53.57	55.70	56.41	56.76	56.97	57.04
	0.2	22.28	23.77	24.29	24.56	24.72	24.77
	0.1	11.28	12.15	12.45	12.61	12.70	12.73
	0.05	5.68	6.14	6.30	6.39	6.44	6.46
	0.02	2.28	2.47	2.54	2.58	2.60	2.60
	0.01	1.14	1.24	1.27	1.29	1.30	1.31
2	0.5	54.11	56.57	57.38	57.78	58.02	58.10
	0.2	22.63	24.37	24.98	25.29	25.47	25.54
	0.1	11.48	12.49	12.85	13.03	13.15	13.18
	0.05	5.78	6.32	6.52	6.62	6.68	6.70
	0.02	2.32	2.55	2.63	2.67	2.70	2.71
	0.01	1.16	1.28	1.32	1.34	1.35	1.36
3	0.5	53.36	55.37	56.03	56.37	56.57	56.63
	0.2	22.15	23.55	24.03	24.28	24.43	24.48
	0.1	11.21	12.02	12.30	12.45	12.53	12.56
	0.05	5.64	6.07	6.22	6.30	6.35	6.37
	0.02	2.26	2.44	2.51	2.54	2.56	2.57
	0.01	1.13	1.22	1.26	1.27	1.28	1.29

注: p 为周期设计频率。

由表 4 可知,50 a 和 100 a 重现期对应的波高,位置点 3 最大,位置点 1 次之,位置点 2 最小;50 a 和 100 a 重现期对应的波浪周期,位置点 1 最大,位置点 3 次之,位置点 2 最小;联合重现期较单变量重现期小,约是单变量重现期的 1/2。按照同频率原理^[16],年极值波高和年极值周期联合分布设计值大于单变量分布设计值,5~100 a 重现期的设计波高相对差值为 0.61%~3.67%,设计周期相对差值为 7.81%~12.53%。

表 5 显示,在一定周期设计频率条件下,条件概率随波高设计频率的减小而减小;同波高和周期设计频率下年极值波高和年极值周期的条件概率位置点 1 为 1.31%~53.57%,位置点 2 为 1.36%~54.11%,位置点 3 为 1.29%~53.36%。由表 5 和表 6 可知,3 个位置点波高和周期设计频率 0.02 的条件概率分别为 2.60%、2.70%、2.56%,条件重现期分别为 38.46、37.04、39.06 a;波高和周期设计频率 0.01 的条件概率分别为 1.31%、1.36%、1.29%,条件重现期分别为 76.34、73.53、77.52 a。

由表 6 可知,在相同波高和周期设计频率下,单变量重现期最大,条件重现期次之,联合重现期最小。

3 结 论

- a. 3 个位置点的波高最优拟合分布均为广义极值分布,周期最优拟合分布均为对数正态分布。
- b. 3 个位置点的年极值波高和年极值周期的最优二维 Copula 联合函数均为 Frank Copula 函数,黄海中部海域年极值波高周期联合分布特征相似。
- c. 单变量重现期较两变量联合重现期大,约为联合重现期的 2 倍。50 年一遇和 100 年一遇对应的波高,位置点 3 最大,位置点 1 次之,位置点 2 最小;50 年一遇和 100 年一遇对应的波浪周期,位置点 1 最大,位置点 3 次之,位置点 2 最小。同波高和周期设计频率条件下年极值波高和年极值周期联合分布设计值高于

表 6 不同波高和周期设计频率下重现期

Table 6 Return periods under different design frequencies of wave height and period

位置	波高和周期 设计频率	单变量 重现期/a	条件 重现期/a	联合 重现期/a
1	0.2	5	4.21	2.84
	0.1	10	8.03	5.33
	0.05	20	15.65	10.33
	0.02	50	38.46	25.33
	0.01	100	76.34	50.33
2	0.2	5	4.10	2.85
	0.1	10	7.78	5.34
	0.05	20	15.11	10.34
	0.02	50	37.04	25.34
	0.01	100	73.53	50.34
3	0.2	5	4.25	2.83
	0.1	10	8.13	5.33
	0.05	20	15.87	10.33
	0.02	50	39.06	25.32
	0.01	100	77.52	50.32

单变量分布设计值,其中周期设计值的相对差值较波高设计值的相对差值略大。

d. 在一定周期设计频率条件下,条件概率随波高设计频率的减小而减小;相同波高和周期设计频率下,单变量重现期最大,条件重现期次之,联合重现期最小。

参考文献:

[1] 沈晖华,时健,徐佳丽,等. 基于 Stacking 集成机器学习的波浪预报[J]. 河海大学学报(自然科学版),2020,48(4):354-358. (SHEN Huihua,SHI Jian,XU Jiali,et al. Wave forecasting algorithm with stacking ensemble machine learning method[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences),2020,48(4):354-358. (in Chinese))

[2] 薛米安,彭天成,朱爱蒙,等. 垂直隔板开孔率对液体晃荡影响的试验[J]. 河海大学学报(自然科学版),2022,50(2):23-30. (XUE Mi'an,PENG Tiancheng,ZHU Aimeng,et al. Experimental study on the effect of perforation rate of vertical baffle on liquid sloshing[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences),2022,50(2):23-30. (in Chinese))

[3] 谢欣,陶爱峰,张尧,等. 基于波高和周期双指标的福建海域海浪危险性分析[J]. 海洋通报,2019,38(2):167-172. (XIE Xin,TAO Aifeng,ZHANG Yao,et al. Analysis of wave risk in Fujian offshore area based on double indicator considering both wave height and wave period[J]. Marine Science Bulletin,2019,38(2):167-172. (in Chinese))

[4] 张继生,钱方舒,童林龙,等. 细砾质斜坡海床上波浪的传播特性试验[J]. 河海大学学报(自然科学版),2020,48(2):150-157. (ZHANG Jisheng,QIAN Fangshu,TONG Linlong,et al. Experimental study on wave propagation over fine gravel slope seabed[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences),2020,48(2):150-157. (in Chinese))

[5] 刘文通. 波浪周期对海洋建筑物的影响[J]. 海岸工程,1998(3):1-5. (LIU Wentong. The impacts of wave periods on marine structures[J]. Coastal Engineering,1998(3):1-5. (in Chinese))

[6] 潘毅,屈小开,周子骏,等. 海堤波浪溢流量的分布特征及估算方法[J]. 河海大学学报(自然科学版),2020,48(3):260-267. (PAN Yi,QU Xiaokai,ZHOU Zijun,et al. Distribution characteristics and estimation method of discharge of combined wave and surge overtopping in sea levees[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences),2020,48(3):260-267. (in Chinese))

[7] 裴晔,陶爱峰,张义丰,等. 东海 E3 海域低频涌浪生成机制研究[J]. 海洋湖沼通报,2016(1):17-24. (PEI Ye,TAO Aifeng,ZHANG Yifeng,et al. The generation mechanisms of low-frequency well in the E3 Sea Area of the East China Sea[J]. Transactions of Oceanology and Limnology,2016(1):17-24. (in Chinese))

[8] WIST H T,MYRHAUG D,RUE H. Statistical properties of successive wave heights and successive wave periods[J]. Applied Ocean Research,2004,26(3/4):114-136.

[9] 秦振江,孙广华,闫同新,等. 基于 Copula 函数的联合概率法在海洋工程中的应用[J]. 海洋预报,2007,24(2):83-90. (QIN Zhenjiang,SUN Guanghua,YAN Tongxin,et al. Application of multivariate probability analysis using copulas to ocean engineering[J]. Marine Forecasts,2007,24(2):83-90. (in Chinese))

[10] 陈超,王莉萍,陈正寿,等. Copula 函数在海洋工程中的应用[C]//第十六届中国海洋(岸)工程学术讨论会论文集:上册. 北京:海洋出版社,2013:725-733.

[11] 陈子桑,曹深西. 基于 Copula 函数的波高与周期长期联合分布[J]. 海洋通报,2012,31(6):630-635. (CHEN Zishen,CAO Shenxi. Long-term joint distribution of wave height and period based on Copula functions[J]. Marine Science Bulletin,2012,31(6):630-635. (in Chinese))

[12] 宋春艳,刘攀,王远坤,等. 基于 Copula 函数的波浪周期-波高联合分布研究[J]. 太阳能学报,2022,43(4):375-379. (SONG Chunyan,LIU Pan,WANG Yuankun,et al. Joint distribution of wave period and height based on Copula function[J]. Acta Energiae Solaris Sinica,2022,43(4):375-379. (in Chinese))

[13] 陈依妮,邹丽,王振,等. 基于 SWAN 的永乐环礁台风浪数值模拟[C]//第十六届全国水动力学学术会议暨第三十二届全国水动力学研讨会论文集:下册. 北京:海洋出版社,2021:969-980.

[14] 刘凡,陆小敏,徐丹,等. 海浪预报方法研究进展[J]. 河海大学学报(自然科学版),2021,49(5):387-393. (LIU Fan,LU Xiaomin,XU Dan,et al. Research progress of ocean waves forecasting method[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences),2021,49(5):387-393. (in Chinese))

[15] SHAO Zhuxiao,LIANG Bingchen,GAO Huijun. Extracting independent and identically distributed samples from time series significant wave heights in the Yellow Sea[J]. Coastal Engineering,2020,158:103693.

[16] 陈子桑,冯砚青. 基于 Copula 函数的极值波高与风速的联合概率分布研究[C]//第十五届中国海洋(岸)工程学术讨论会论文集(中). 北京:海洋出版社,2011:9-13.