

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2023.04.016

基于电阻率层析扫描的水下抛石体内部空洞探测

张海发¹, 马士谦², 梁越^{3,4}, 夏日风⁴, 黄亚梅⁵, 熊伟⁶

(1. 水利部珠江水利委员会珠江水利综合技术中心, 广东 广州 510611;

2. 海工结构新材料及维护加固技术湖北省重点实验室, 湖北 武汉 430040;

3. 重庆交通大学国家内河航道整治工程技术研究中心, 重庆 400074; 4. 重庆交通大学河海学院, 重庆 400074;

5. 广东水利电力职业技术学院, 广东 广州 510925; 6. 重庆诺为生态环境工程有限公司, 重庆 409099)

摘要: 为提高水下抛石体的识别精度, 构建了预留有内部空洞的抛石体物理模型与电阻率层析扫描模型研究电阻率层析扫描技术在水下抛石体内部空洞探测中的成像效果, 并传统克里金插值法效果进行了对比。结果表明: 电阻率层析扫描可以有效识别水下抛石体中的空洞, 并且在刺激源数量为 6 时电阻率层析扫描模型模拟精度达到较高值; 电阻率层析扫描技术在通道纵剖面上的识别能力要远高于传统克里金插值法; 将数值模拟结果中电导率大于 $300\ \mu\text{S}/\text{cm}$ 的区域视为空洞区, 整体反演结果略大于真实值, 在 x 、 y 、 z 3 个方向上的偏差分别为 2.73、1.75、6.95 cm; 基于反演结果对电阻率层析扫描模型进行正演, 正演结果与实测数据的拟合度超过 0.95, 证明了电阻率层析扫描模型反演的准确性。

关键词: 电阻率层析扫描; 抛石体; 空洞探测; 模型试验

中图分类号: TV861; TV698.1 文献标志码: A 文章编号: 1000-1980(2023)04-0123-06

Internal cavity detection of underwater riprap based on resistivity tomography

ZHANG Haifa¹, MA Shiqian², LIANG Yue^{3,4}, XIA Rifeng⁴, HUANG Yamei⁵, XIONG Wei⁶

(1. Comprehensive Technology Center of Pearl River Water Resources Commission, Ministry of Water Resources, Guangzhou 510611, China;

2. Hubei Key Laboratory of Advanced Materials & Reinforcement Technology Research for Marine Environment Structures, Wuhan 430040, China;

3. National Engineering Research Center for Inland Waterway Regulation, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China;

4. School of River and Ocean Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China;

5. Guangdong Polytechnic of Water Resources and Electric Engineering, Guangzhou 510925, China;

6. Chongqing Nuwei Ecological Environment Engineering Co., Ltd., Chongqing 409099, China)

Abstract: In order to improve the recognition accuracy of the underwater riprap, the physical model and resistivity tomography model of the riprap with internal cavities are established. The performance of resistivity tomography technology in the detection of internal cavities inside the underwater riprap is studied and compared with the traditional Kriging interpolation. The results show that the resistivity tomography can effectively identify the internal cavity in the underwater riprap and the inversion accuracy reaches a higher value when the number of stimulation points increases to 6. The identification ability of the resistivity tomography on the longitudinal section of channel is much higher than that of the traditional Kriging method. Meanwhile, if the region with conductivity greater than $300\ \mu\text{S}/\text{cm}$ in inversion results is regarded as a cavity region, the overall inversion results are slightly larger than the real situation, and the deviations in the three directions of x 、 y 、 z are 2.73, 1.75, and 6.95 cm, respectively. Based on the inversion results, the forward calculation of the resistivity tomography model is carried out. It can be found that the fitting degree between the forward modeling and the measured data was 0.95, which proved the accuracy of the resistivity tomography inversion.

Key words: resistivity tomography; riprap; cavity detection; model test

水下抛石体是护岸工程的一种重要结构^[1], 由于其施工难度低、施工效率高且可就地取材等特点被广

基金项目: 重庆市技术创新与应用发展专项面上项目 (CSTB2022TIAD-GPX0045)

作者简介: 张海发 (1976—), 男, 高级工程师, 硕士, 主要从事工程地质勘察与岩土工程研究。E-mail: 969154331@qq.com

通信作者: 夏日风 (1995—), 男, 博士研究生, 主要从事水利工程灾害治理研究。E-mail: 307816933@qq.com

引用本文: 张海发, 马士谦, 梁越, 等. 基于电阻率层析扫描的水下抛石体内部空洞探测[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2023, 51(4): 123-128.

ZHANG Haifa, MA Shiqian, LIANG Yue, et al. Internal cavity detection of underwater riprap based on resistivity tomography[J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences), 2023, 51(4): 123-128.

泛应用于长江上游航道整治中^[2-4]。水下抛石体可以有效增加岸坡的抗侵蚀能力及稳定性,但由于抛石体具有松散堆积、离散性较大的特点,在复杂的水环境下发生损毁后,其赋存状态以及抛石结构通常会发生变化,且难以探测^[5]。现有的探测方法中,高密度电法能够较为精细地对水下抛石体的电性分布进行刻画,但探测结果容易受地下导体以及自然电流的干扰;地质雷达法^[6-7]能够探测抛石体裂缝以及内部空洞,但由于电磁波在含水介质中传播速度较低,地质雷达对水下结构的探测分辨率不高;地震波成像法^[8]受制于地震波的波长和频率,分辨率相对较低,难以探测规模较小的隐患;综合示踪探测法则是综合天然信息如水温^[9-10]或人工示踪剂如同位素^[11-12]、荧光剂^[13]以及人工施加的电场^[14]来对地下水的连通性或流场^[15]进行模拟,从而实现对内部空洞的判断,但该方法在探测水工建筑物内部空洞时易受地层本身非均质性的影响,探测精度有很大的局限性。

抛石体内部结构的探测本质上属于非均质参数的识别过程,层析扫描技术是一种刻画含水层非均质特性的有效技术^[16]。层析扫描技术通过观测抽水过程对不同点位之间地下含水层影响的差异,并通过数据融合算法对观测结果进行整合可实现对含水层内部空洞的刻画,已在工程实践中得到广泛运用并取得了很好的效果^[17-19]。电阻率层析扫描是在水力层析扫描的基础上发展而来的,由于电势场类似于饱和多孔介质中的渗流场,因此二者的控制方程应该具有相似的数学解^[20]。与传统的高密度电法不同,电阻率层析扫描法在模型反演过程中考虑了参数之间的协相关关系,能够更好地反映水下抛石体内部空洞的空间分布。本文通过模型试验研究电阻率层析扫描技术在探测水下抛石体内部空洞时的成像效果。

1 电阻率层析扫描原理

电阻率层析扫描法与传统的电阻率层析法不同,传统的电阻率层析法在求解得到固定点的电阻后可使用克里金等插值法进行空间插值,而电阻率层析扫描法是基于连续线性估计算法,通过参数之间的协相关关系来对后验参数进行更新的。由于连续线性估计算法合并了物理量之间的非线性关系,它可以更加有效地对电刺激-响应数据进行解释。

在稳定的直流电场条件下,连续线性估计算法具有如下的形式^[16,21]:

$$\boldsymbol{u}_{c,r+1} = \boldsymbol{u}_{c,r} + \boldsymbol{w}_r^T(\boldsymbol{d}^* - \boldsymbol{d}_r) \tag{1}$$

式中:下标 r 为迭代步; $\boldsymbol{u}_c$ 为待估的探测区域参数向量; $\boldsymbol{w}$ 为权重矩阵; $\boldsymbol{d}^*$ 、 $\boldsymbol{d}_r$ 分别为每次放电刺激作用下电压观测值和三维正分析模型的模拟值。式(1)左端为参数向量 $\boldsymbol{u}_c$ 在第 $r+1$ 次迭代的条件估计值, $r=0$ 的参数来源于先验资料。 $\boldsymbol{u}_c$ 的估计值在每个迭代步由 $\boldsymbol{d}^*$ 和 $\boldsymbol{d}_r$ 的差值进行调整。权重矩阵 $\boldsymbol{w}$ 计算公式为

$$[\boldsymbol{e}_{dd} + \lambda \text{diag}(\boldsymbol{e}_{dd})]\boldsymbol{w} = \boldsymbol{e}_{du} \tag{2}$$

式中: $\boldsymbol{e}_{dd}$ 为观测数据之间的协方差矩阵; $\boldsymbol{e}_{du}$ 为观测数据与待估计参数之间的协方差矩阵; λ 为 Levenberg-Marquardt 算法动态乘子。协方差由敏感度得到:

$$\boldsymbol{e}_{dd,r} = \boldsymbol{J}_{du,r} \boldsymbol{e}_{uu,r} \boldsymbol{J}_{du,r}^T \tag{3}$$

$$\boldsymbol{e}_{du,r} = \boldsymbol{J}_{du,r} \boldsymbol{e}_{uu,r} \tag{4}$$

式中: $\boldsymbol{J}_{du}$ 为观测数据对估计参数变化的敏感度矩阵; $\boldsymbol{e}_{uu}$ 为估计参数协方差矩阵,在 $r=0$ 时由先验地质信息给出,随后每次迭代按照下式逐步更新:

$$\boldsymbol{e}_{uu,r+1} = \boldsymbol{e}_{uu,r} - \boldsymbol{w}_r^T \boldsymbol{e}_{du,r} \tag{5}$$

重复式(1)的迭代过程,直至得到的计算值与观测值之差小到一定的误差允许值,或达到一定的迭代步数。满足迭代条件后,通过式(1)计算得到的 $\boldsymbol{u}_{c,r+1}$ 就代表探测区域电导率参数的空间分布。

2 试验方法

2.1 物理模型

由于抛石体本身具有众多空隙以及极强的非均质性,如何在抛石体内分辨出空洞是本文研究的重点。为此,构建了预埋有空洞的抛石体模型来模拟护岸抛石的受损情况。物理模型用混凝土修筑,模型内部净空尺寸为 4 m(长)×1 m(宽)×0.8 m(高)。试验槽以及抛石体如图 1 和图 2 所示,抛石体顶长 100 cm、宽 30 cm,底长 100 cm、宽 240 cm,高 60 cm。抛石体采用卵石填筑并击实,迎水坡 1:1.5,背水坡 1:2。在分层填筑至预设高度时布置侵蚀空洞并埋设监测电极。侵蚀空洞的布置如图 2 所示,侵蚀空洞采用镂空的钢管模拟,管

长 40.5 cm,直径15 cm,置于抛石体中心处,钢管中心距上下顶面均为 30 cm。监测电极按照图 2(b)所示剖面布置,每个断面间隔 20 cm。每个断面的布置形式如图 3 所示,其中,外侧两个断面10 个电极,中间两个断面 20 个电极,共 60 个电极。每个电极在模型填筑时预埋在抛石体内,使其与抛石体接触良好,并采用导线将电极引出。在模型制作过程中,对每个电极进行了连通性测试。完成埋设后采用连续的铁网对抛石体进行封顶,并在坡脚处使用铆钉固定。由于铁网导电性能良好,在试验过程中铁网将与测量仪器以及电源的负极相连,作为模型中电压为零的零势面边界,这样可以有效减小建模时模型边界的不确定性。



图 1 水下抛石体物理模型

Fig. 1 Physical model of underwater riprap

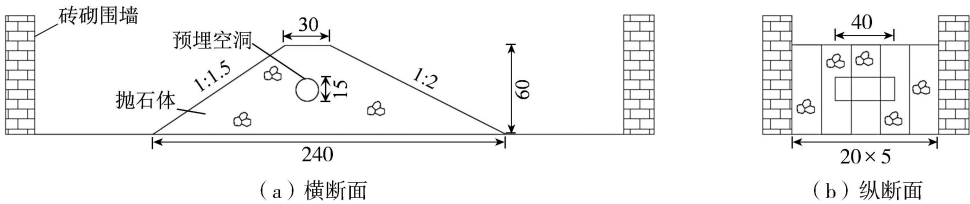


图 2 水下抛石体模型内部空洞布置(单位:cm)

Fig. 2 Cavity arrangement inside the underwater riprap model (unit: cm)

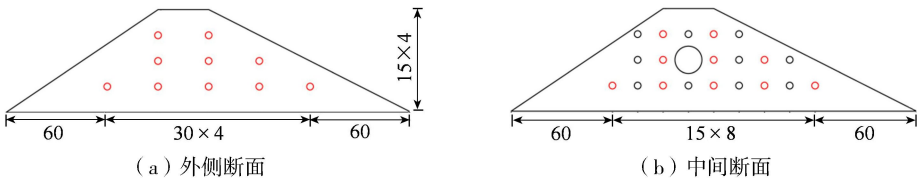


图 3 水下抛石体模型电极断面布置(单位:cm)

Fig. 3 Cross-section layout of electrodes in the underwater riprap model (unit: cm)

2.2 数据收集

电阻率层析扫描法通过解译收集到的电刺激-响应信号来实现对抛石体内部空洞的刻画。试验采用自主研发的三维电阻率层析扫描成像探测系统收集数据,该系统可以根据预设的模式对监测点进行放电与接收状态的控制,从而实现数据的收集。抛石体内部一共有 60 个电极,收集每个电极放电时其他所有电极接收到的电信号,一共有 $60 \times 59 = 3540$ 个刺激响应数据。为了避免在同一位置多次放电而产生的极化现象,采用随机放电的方式收集电刺激-响应信号,并且将放电与停电时间均设置为 1 s。经测试,通过这种方式,在长期放电过程中收集到的电刺激-响应信号有较好的稳定性。通过对比两组互为放电/接收条件下的数据,剔除误差大于 1% 的数据。

2.3 试验步骤

- a. 将抛石体表面的铁丝网与远处土堆相连,并将测量的负极以及供电系统的负极同样连接到远处的土堆中,保证零势点电压的稳定性。
- b. 将水注入试验槽中直至抛石体模型被完全淹没,静置 1 d 使模型充分湿润,以控制卵石电导率。
- c. 将所有电极连接到集成接口上,用万用表检测各连接处的连通状况。
- d. 测量数据。测量的方式类似于高密度电法中的二极法:通过主机控制接收装置正负极(A、B)和电源的正负极(M、N),先将 B、N 两极连接至抛石体表面铁网上,保证负极(零势面)的稳定,而 A、M 电极则会一次遍历图 3 中的 60 个电极,测量在 A 电极放电时 M 电极上的电压,一共 $60 \times 59 = 3540$ 个数据。

2.4 试验方案

一共设置了 3 种试验方案(表 1),分别研究在 4、6、8 个刺激源数量下试验的探测精度。通过对 3 组试验结果进行比较选择最优的刺激源数量,并用该组试验的反

表 1 刺激源数量试验方案

Table 1 Test scheme of stimulation point number

试验方案	刺激源数量	刺激电压/V
C1	4	80
C2	6	80
C3	8	80

演结果作为最终刻画结果。

3 电阻率层析扫描模型

依据图 2 和图 3 所示的现场试验模型建立 1 : 1 电阻率层析扫描模型用于反演分析,如图 4 所示。模型由 5 cm×5 cm×5 cm 的单元格构成,共计 6480 个单元格。蓝色的竖线表示监测井的位置。非均质模型主要由均值、方差和相关尺度 3 个因素控制。通过水下抛石电阻率试验计算得到水中充满卵石时,电阻率为 90 ~ 110 Ω · m,换算为电导率 $\sigma=91 \sim 111 \mu\text{S}/\text{cm}$,因此模型中初始电导率设为 100 $\mu\text{S}/\text{cm}$ 。由于使用连续线性估计算法时电阻率的方差会在迭代中迅速增大^[16],因此方差设为较低值 1 Ω² · m²。相关尺度是表述模型各个方向上参数相关性大小的参数,考虑到渗漏通道为沿着 y 轴的圆柱形,因此考虑将 x、y、z 3 个方向的相关尺度设为 15、40 和 15。模型表面的铁丝网可以很好地作为零电势边界,模型的左右边界以及底面边界与相对不导电的混凝土相连,可以将这些边界视为无通量边界,即在这个边界上没有电流通过。为了防止在模拟计算过程中产生负电压,整个模型的初始电压设置为 20 V。

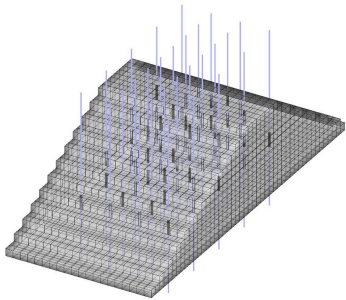


图 4 抛石体电阻率层析扫描模型
Fig. 4 Resistivity tomography model of riprap

4 试验结果与分析

将采用三维电阻率层析扫描成像探测系统测得的数据按照表 1 列出的方案进行反演,反演结果如图 5 所示。当水中无卵石时,测量得到的电导率为 300 $\mu\text{S}/\text{cm}$,因此将电导率大于 300 $\mu\text{S}/\text{cm}$ 的区域定义为内部空洞区域。图 5(a) 可以看到多处电导率异常区域,这可能是由于电刺激-响应信号不足而产生的模拟误差。而当刺激源达到 6 个以后,可以看到连续线性估计算法对内部空洞的刻画已经具有较好的精度,当刺激源达到 8 个时,虽然对内部空洞的范围进行了进一步的刻画,但是与 6 个刺激源时相比并没有太大的提升。因此,认为在本模型中刺激源达到 6 个以后模拟精度将不再有明显提升。

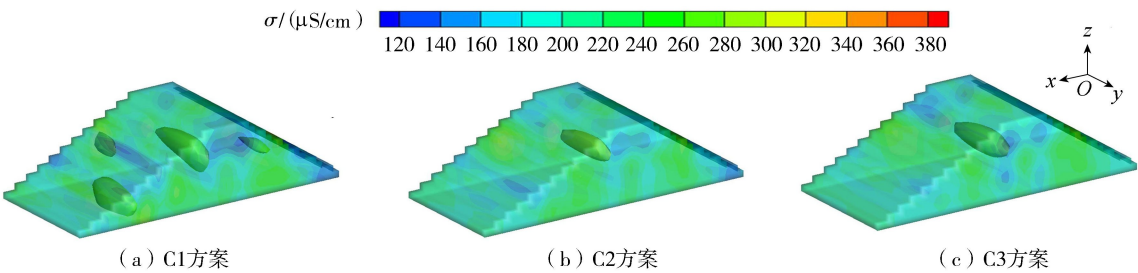


图 5 电阻率层析扫描模型反演结果

Fig. 5 Inversion results of resistivity tomography model

为了进一步验证层析扫描的反演效果,对 C2 方案试验结果进行切片,并对比电阻率层析扫描法与传统的克里金插值法模拟结果的差别,结果如图 6 所示,其中图 6(b)(d) 中的黑色圆点表示监测电极。

从 xOz 剖面(图 6(a)(b))上看,层析扫描反演结果可以较好地体现水下抛石体的非均质结构以及空洞的分布,多数区域的电导率为 200 ~ 220 $\mu\text{S}/\text{cm}$,少数淡蓝色区域电导率为 130 ~ 160 $\mu\text{S}/\text{cm}$,这可能是该区域中卵石堆放较为密集,空隙较小导致的。探测得到的空洞分布在模型中央,其在 x 方向的长度为 17.73 cm,探测误差为 2.73 cm,在 z 方向的长度为 21.95 cm,探测误差为 6.95 cm。使用克里金插值法计算得到的空洞长度与层析扫描结果大致相同,在 x、z 两个方向的误差分别为 1.21 cm 和 6.52 cm。

从 xOy 剖面(图 6(c)(d))上看,层析扫描反演结果显示在剖面中间存在连续的高电导率区域,意味着这些区域空隙较大,卵石堆积疏松。探测得到的空洞在 y 方向上呈现出梭形分布,刨去梭形尖端部分可以计算得到空洞在 y 方向的长度为 41.75 cm,探测误差为 1.75 cm。图 6(d) 中克里金插值法虽然也识别出了渗漏通道,但并未刻画出渗漏通道的连续性,这是因为克里金插值法通过协方差函数对空间进行插值,虽然能够得到最优的线性无偏估计^[22],但没有考虑到实际问题中的物理过程^[16]。因此,在 xOy 剖面上克里金插值法对渗漏通道的刻画误差要远高于层析电阻率扫描法。

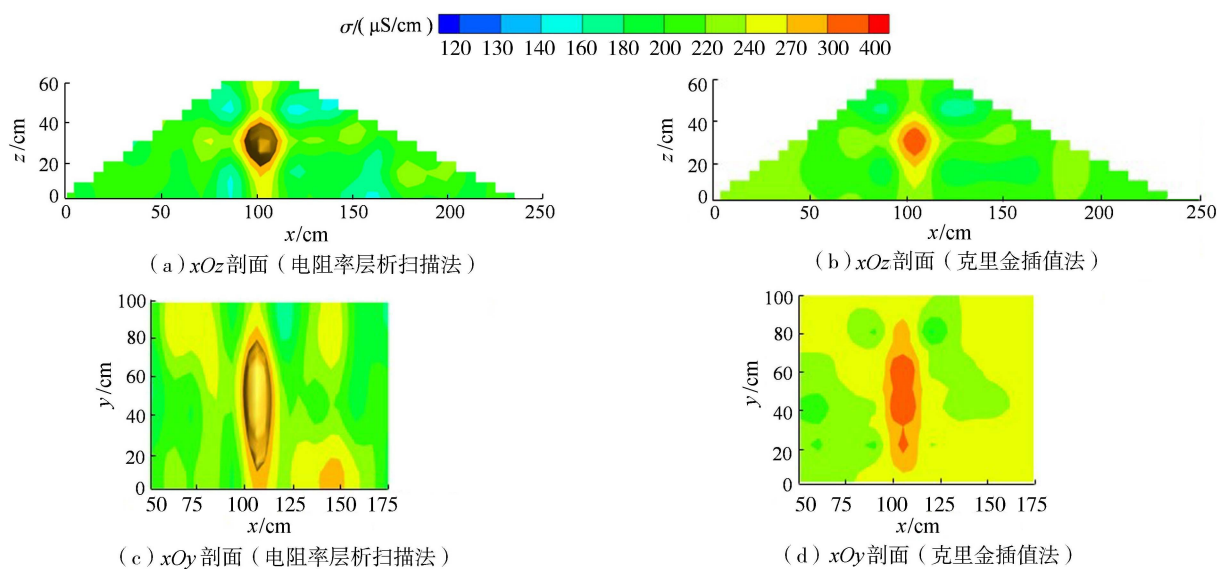


图 6 水下抛石体模型反演二维剖面

Fig. 6 Inversed two-dimensional profile of underwater riprap model

为了进一步评估和验证电阻率层析扫描模型反演结果的准确性,将反演生成的电导率场(图 5(b))作为正演计算的先验信息,并选取 C2 方案中的刺激源作为放电电极进行正演,将正演得到的模拟电压与 C2 方案试验测得的实际电压进行对比,结果如图 7 所示。回归系数 R^2 以及回归线斜率都接近于 1,证明了反演得到的电导率空间分布与物理模型实际的电导率空间分布有极高的相似性,表明电阻率层析扫描成像技术可精确探测水下抛石体的内部空洞。

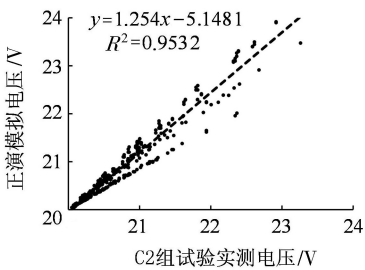


图 7 电阻率层析扫描模型反演精度验证
Fig. 7 Verification of the inversion accuracy of resistivity tomography model

5 结 论

- a. 电阻率层析扫描技术可以有效探测水下抛石体中的空洞,并且可以刻画出抛石体内部的非均质分布规律。但是一味地增加放电点并不能显著提高反演效果,本文模型中使用 6 个刺激源即可得到较好的反演结果。
- b. 在 xOz 剖面上,电阻率层析扫描法的刻画精度与克里金插值法差距不大,但是在 xOy 剖面上克里金插值法则难以刻画出连续的渗漏通道,这是因为克里金插值法没有考虑实际的物理过程。
- c. 电阻率层析扫描反演得到的空洞尺寸偏大,在 x 、 y 、 z 3 个方向上分别有 2.73、1.75、6.95 cm 的偏差。对比正演计算得到的模拟电压与实测电压,二者的相关系数超过 0.95,证明了反演模拟得到的空洞尺寸与实际空洞尺寸十分接近,验证了电阻率层析扫描技术在水下抛石体内部空洞探测中的可行性。

参考文献:

[1] 余金煌,陶月赞. 高密度电法探测水下抛石体正反演模拟研究[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版),2014,37(3):333-337. (YU Jinhuang,TAO Yuezan. Research on high density resistivity method's forward and inversion simulation of underwater enrockment[J]. Journal of Hefei University of Technology (Natural Science),2014,37(3):333-337. (in Chinese))

[2] 刘东风,李金瑞,高建华. 水域地震反射波法辅以侧扫声呐法在长江护岸抛石检测中的应用研究[J]. 大坝与安全,2021,127(5):56-61. (LIU Dongfeng,LI Jinrui,GAO Jianhua. Application of seismic reflection wave method combined with side-scan sonar method to inspection of riprap revetment of Yangtze river[J]. Dam & Safety,2021,127(5):56-61. (in Chinese))

[3] 余金煌,王强. 河湖水下抛石护岸工程质量无损检测技术研究[J]. 中国水利,2013(22):66-67. (YU Jinhuang,WANG Qiang. Study on quality nondestructive testing technology of underwater riprap revetment engineering in river and lake[J]. China Water Resources,2013(22):66-67. (in Chinese))

[4] 陈茜,逢勇,王一秋. 长江航道整治工程生态保护的重点研究课题[J]. 水资源保护,2016,32(1):67-71. (CHEN Qian,PANG Yong,WANG Yiqiu. Key research topic of ecological protection of Yangtze River waterway regulation project[J]. Water

Resources Protection,2016,32(1):67-71. (in Chinese))

[5] 马国栋. 基于改进侧扫声呐法的水下抛石精准识别研究[J]. 人民长江,2022,53(4):210-214. (MA Guodong. Study on accurate identification of underwater riprap based on improved side scan sonar method[J]. Yangtze River,2022,53(4):210-214. (in Chinese))

[6] 杨金山,卢建旗,车殿国. 地质雷达技术在水利工程中的应用[J]. 地质装备,2001,2(4):7-9. (YANG Jinshan,LU Jianqi, CHE Dianguo. The application of GPR in irrigation works[J]. Equipment for Geotechnical Engineering,2001,2(4):7-9. (in Chinese))

[7] 张伟,李姝昱,张诗悦,等. 探地雷达在水利工程隐患探测中的应用[J]. 水利与建筑工程学报,2011,9(1):34-38. (ZHANG Wei,LI Shuyu,ZHANG Shiyue,et al. Application of GPR in detecting potential hazards of water conservancy projects [J]. Journal of Water Resources and Architectural Engineering,2011,9(1):34-38. (in Chinese))

[8] 万永波. 地震波层析成像检测防渗系统缺陷研究[J]. 中国高新技术企业,2016,361(10):18-19. (WANG Yongbo. Study on defect detection of anti-seepage system by seismic wave tomography[J]. China High-Tech Enterprises,2016,361(10):18-19. (in Chinese))

[9] 张国新,陈亮,李小雨,等. 基于粒子群优化算法的温度示踪渗漏探测应用研究[J]. 东北水利水电,2022,40(5):40-44. (ZHANG Guoxin,CHEN Liang,LI Xiaoyu,et al. Application research of temperature tracer leakage detection based on particle swarm optimization algorithm[J]. Water Resources & Hydropower of Northeast China,2022,40(5):40-44. (in Chinese))

[10] 朱亮,汪跃,陈琳,等. 基于 CFD 仿真模拟及 PIV 粒子示踪相结合法超滤膜组件优化[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2019,47(5):402-410. (ZHU Liang,WANG Yue,CHEN Lin,et al. Optimization of the ultrafiltration (UF) components based on combined method of CFD and PIV particle tracing method[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences),2019,47(5): 402-410. (in Chinese))

[11] 陈建生,董海洲,陈亮,等. 用环境氢氧同位素示踪方法研究新安江大坝渗漏[J]. 核技术,2005,28(3):239-242. (CHEN Jiansheng,DONG Haizhou,CHEN Liang,et al. Study on leakage of Xin’ anjiang Dam by oxygen and hydrogen isotope tracer method[J]. Nuclear Techniques,2005,28(3):239-242. (in Chinese))

[12] 孙从建,周思捷,陈亚宁,等. 中亚高山区云下与地表降水氢氧稳定同位素时空分布特征及其水汽来源分析[J]. 水资源保护,2022,38(5):111-121. (SUN Congjian,ZHOU Sijie,CHEN Yaning,et al. Spatiotemporal distribution and water vapor sources of stable isotopes of hydrogen and oxygen in below-cloud and surface precipitation in alpine region in Central Asia[J]. Water Resources Protection,2022,38(5):111-121. (in Chinese))

[13] 程伟. 荧光示踪法在水库渗漏勘察中的应用[J]. 黑龙江水利科技,2018,46(9):164-166. (CHENG Wei. Fluorescent tracer technique application in reservoir leakage investigation[J]. Heilongjiang Hydraulic Science and Technology,2018,46(9):164-166. (in Chinese))

[14] 祁增云,吴克凡,尚景红. 伪随机流场法在渗漏入水口探测中的应用[J]. 勘察科学技术,2018(1):54-56. (QI Zengyun, WU Kefan,SHANG Jinghong. Application of pseudorandom flow field method in detection of leakage water intake[J]. Site Investigation Science and Technology,2018(1):54-56. (in Chinese))

[15] 白广明,张守杰,卢建旗,等. 流场法探测堤坝渗漏数值模拟及分析[J]. 河海大学学报(自然科学版),2018,46(1):52-58. (BAI Guangming,ZHANG Shoujie,LU Jianqi,et al. Numerical modelling and verification of the dam leakage detection using the quasi-flowing field method[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences),2018,46(1):52-58. (in Chinese))

[16] YEH T C J,LIU Shuyun. Hydraulic tomography:development of a new aquifer test method[J]. Water Resources Research,2000, 36(8):2095-2105.

[17] ILLMAN W A, LIU X, TAKEUCHI S, et al. Hydraulic tomography in fractured granite: Mizunami Underground Research site, Japan[J]. Water Resources Research,2009,45(1):1-18.

[18] KUHLMAN K L, HINNELL A C, MISHRA P K, et al. Basin-scale transmissivity and storativity estimation using hydraulic tomography[J]. Ground Water,2008,46(5):706-715.

[19] LIU Fei,YEH T C J,WANG Yuli,et al. Potential of hydraulic tomography in identifying boundary conditions of groundwater basins[J]. Water Resources Research,2020,56(12):e2020WR028331.

[20] YEH T C J,LIU S,GLASS R J,et al. A geostatistically based inverse model for electrical resistivity surveys and its applications to vadose zone hydrology[J]. Water Resources Research,2002,38(12):2001WR001204.

[21] YEH T C J,JIN Minghui,HANNA S. An iterative stochastic inverse method:conditional effective transmissivity and hydraulic head fields[J]. Water Resources Research,1996,32(1):85-92.

[22] LE N D,ZIDEK J V. Statistical analysis of environmental space-time processes[M]. New York:Springer,2006.