

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2026.04.019

基于物理信息与符号回归耦合约束的桥墩局部冲刷深度预测模型

耿兴乐¹, 陈红^{1,2}, 王金权³, 肖龙³, 夏晓亮³, 魏荣灏⁴, 张汇明¹

(1. 河海大学水利水电学院; 2. 河海大学苏州高等研究院; 3. 宁波市杭州湾大桥发展有限公司;
4. 浙江省水利河口研究院(浙江省海洋规划设计研究院))

摘要: 针对桥墩局部冲刷深度预测经验公式结果偏保守、纯数据驱动模型缺乏物理机制引导的问题, 通过在标准多层感知机框架中引入 HEC-18 式与 Melville 冲刷公式作为物理约束, 以符号回归算法从数据中提取的显式方程作为附加约束, 同时在损失函数中集成数据损失、物理损失与符号回归损失, 构建了物理信息与符号回归耦合约束的多层感知机(PSI-MLP)模型。以极限梯度提升、支持向量机和纯数据驱动的多层感知机模型为基准对比模型, 从预测精度、模型可解释性、物理一致性多个维度, 对比分析了 PSI-MLP 模型与各基准对比模型的性能差异, 同时基于 56 组工程实测数据分析了 PSI-MLP 模型在实际工程场景中跨尺度的外推和泛化能力。结果表明: PSI-MLP 模型在测试集上的均方根误差、决定系数和克林-古普塔效率系数分别为 0.234、0.88 和 0.928, 相较各基准对比模型, 均方根误差最大减小了 34.8%, 决定系数、克林-古普塔效率系数最大提高了 16.4% 和 25.9%; PSI-MLP 模型决策逻辑与水动力学理论吻合; PSI-MLP 模型在 71.4% 的工况下相对误差小于 25%, 优于传统经验公式与基准对比模型; 物理信息与符号回归的耦合约束机制能提升模型在复杂工程尺度外推条件下的适应性与预测稳定性。

关键词: 桥墩局部冲刷; 冲刷深度预测; 局部冲刷公式; 物理信息神经网络; 符号回归; 可解释性分析

Prediction model for local scour depth around bridge piers based on coupled physics-informed and symbolic regression constraints

Geng Xingle¹, Chen Hong^{1,2}, Wang Jinquan³, Xiao Long³, Xia Xiaoliang³, Wei Ronghao⁴, Zhang Huiming¹

(1. College of Water Conservancy & Hydropower Engineering, Hohai University;
2. Suzhou Institute for Advanced Research of Hohai University; 3. Ningbo Hangzhou Bay Bridge Development Co., Ltd.;
4. Zhejiang Institute of Hydraulics & Estuary (Zhejiang Institute of Marine Planning and Design))

Abstract: To address the overly conservative predictions of empirical formulas and the lack of physical mechanism guidance in purely data-driven models for predicting the local scour depth around bridge piers, a multilayer perceptron (PSI-MLP) model based on coupled physics-informed and symbolic regression constraints was developed. In the PSI-MLP model, the HEC-18 equation and the Melville scour formula were introduced into the standard multilayer perceptron framework as physical constraints, explicit equations extracted from data by the symbolic regression algorithm were combined as additional constraints, and the loss function integrates data loss, physical loss, and symbolic regression. With extreme gradient boosting, support vector machine, and purely data-driven multilayer perceptron models as benchmark models, the performance differences between the PSI-MLP model and each benchmark model were comparatively analyzed from multiple dimensions of prediction accuracy, model interpretability, and physical consistency. Meanwhile, based on 56 groups of field-measured engineering data, the cross-scale extrapolation and generalization abilities of the PSI-MLP model in practical engineering scenarios were analyzed. The results show that the root mean square error, coefficient of determination, and Kling-Gupta efficiency coefficient of the PSI-MLP model on the test set are 0.234, 0.88, and 0.928, respectively. Compared with the benchmark models, the root mean square error decreases by up to 34.8%, and the coefficient of determination and Kling-Gupta efficiency coefficient increase by up to 16.4% and 25.9%, respectively. The decision logic of the PSI-MLP model is consistent with hydrodynamic theories. The relative error of the PSI-MLP model is less than 25% under 71.4% of the working conditions, which is superior to the traditional empirical formulas and benchmark models. The coupled constraint mechanism of physical information and symbolic regression can improve the adaptability and prediction stability of the model under complex

作者简介: 耿兴乐(2002—), 男, 硕士研究生, 主要从事水沙冲刷智能化建模研究。E-mail: gxl123993121@outlook.com

通信作者: 陈红(1981—), 男, 正高级实验师, 博士, 主要从事现代流体测试与河流模拟研究。E-mail: chh_hhu@hhu.edu.cn

engineering-scale extrapolation conditions.

Key words: local scour at bridge piers; prediction of scour depth; local scour formula; physics-informed neural network; symbolic regression; interpretability analysis

桥墩局部冲刷是桥梁水毁的主要原因^[1],准确预测桥墩冲刷深度对保障桥梁安全至关重要。目前主要采用经验公式及物理试验预测局部冲刷深度^[2-5],但由于室内模拟工况与实际河道在水沙条件等方面具有显著差异,导致冲刷深度预测值与实际值偏差较大。随着计算机技术的快速发展,学者们开始将机器学习应用于预测桥墩局部冲刷深度;Kaya^[6]基于现场冲刷数据建立了人工神经网络(ANN)模型,发现在多变量输入条件下 ANN 模型预测精度优于经验公式;Choi 等^[7]构建了支持向量机(SVM)模型预测黏性沙的桥墩局部冲刷深度,通过与多种经验公式及模型进行对比分析,发现 SVM 模型预测精度更高,较冲刷经验公式平均绝对百分比误差降低 50%以上。在单一机器学习模型已被证明能够有效预测冲刷深度的基础上,有学者进一步开展了模型算法优化与集成建模方面的研究;Chou 等^[8]将堆叠系统(MOSS)与多种机器学习方法集成,在多个数据集上均取得了超越单一模型和传统集成方法的预测精度,相较其他方法平均绝对百分比误差降低 19%以上;Eini 等^[9]将粒子群优化(PSO)、红狐优化(RFO)、相对粒子群优化(RPSO)算法与极限梯度提升(XGBoost)结合,利用 35 项研究的 841 组试验和实际桥梁数据进行训练和验证,发现 RPSO-XGBoost 对圆形桥墩冲刷深度的预测精度最高。

机器学习技术在桥墩局部冲刷深度预测中的应用相较传统经验公式展现出显著优势。然而,相关研究大多以纯数据驱动范式为主,模型内部决策过程不透明,呈现出典型的“黑箱”特征,当模型出现预测偏差时难以定位问题根源,无法及时调试和改进。针对“黑箱”问题许多研究采用可解释性分析方法对模型进行解释^[10-11],但此类方法主要作用于结果分析阶段,并未实质介入模型训练过程。同时,纯数据驱动模型普遍缺乏明确的物理机制引导,在数据稀疏或外推工况下,预测结果可能偏离实际物理规律。在此背景下,基于物理信息神经网络(physics-informed neural networks,PINN)的研究逐渐兴起;Raissi^[12]提出 PINN 框架,通过将控制方程残差、初边值条件等物理量统一写入损失函数,使神经网络在拟合数据时受物理定律约束^[13];Chen 等^[14]针对海上风电单桩基础,根据“天然频率-冲刷深度”的半经验关系式构建了 PINN 模型,在数据有限情况下比原物理方程和纯数据驱动模型误差更低;Yousefpour 等^[15]构建了冲刷物理启发神经网络(scour physics-inspired neural networks,SPINNs),在长短期记忆网络(LSTM)和卷积神经网络(CNN)中引入冲刷公式及其时间演化形式,将部分公式经验系数作为学习变量,结果表明 PINN 模型在多数工况下优于纯数据驱动模型,其预测均方误差最大降低约 50%。上述研究表明,将物理信息显式嵌入模型训练过程可提升预测精度^[16],但现有方法大多基于单一物理公式构建约束,尚未系统融合多种经典桥墩冲刷理论表达式,物理信息利用程度有限,在复杂工况场景下预测精度难以提升;且经验公式多作为固定先验直接施加,缺乏从数据中自动提取显式冲刷方程并与既有物理模型协同约束网络训练的机制,模型对残差的可修正空间受限,在多元数据增加时误差仍会偏大,导致整体预测精度下降。

针对上述问题,引入 HEC-18 式和 Melville 理论冲刷公式作为物理约束,并采用符号回归算法从数据中拟合显式方程,将其作为附加约束,以更充分刻画试验数据中的高阶非线性与交互效应。基于标准多层感知机(MLP)框架,在损失函数中同时集成数据损失、物理损失和符号回归损失,构建物理信息与符号回归耦合约束的多层感知机(physics- and symbolic-constraint informed multi-layer perceptron,PSI-MLP)模型。通过对复合损失函数的联合优化,实现数据驱动学习与冲刷机理约束的融合,在提高模型预测精度的同时保持了对水动力学机制的一致性。

1 研究方法

1.1 PSI-MLP 模型

1.1.1 模型架构

影响桥墩局部冲刷的主要因素有墩柱结构形式、水流特性和床沙性质^[17-19]。本文以圆柱形桥墩局部冲刷所涉及的主要参量为对象展开分析,冲刷深度为:

$$d_{se} = f(v, y, d, d_{50}, v_c) \tag{1}$$

式中: d_{se} 为平衡冲刷深度; v 为上游平均流速; y 为水流深度; d 为桥墩直径; d_{50} 为泥沙中值粒径; v_c 为泥沙临

界起动流速。

为消除量纲差异对数值稳定性的影响,并增强模型在几何与动力相似条件下的泛化能力,通过量纲分析将式(1)化为无量纲参数表达式:

$$d_{se}/d = f(y/d, v/v_c, d/d_{s0}, v/\sqrt{gy})$$

(2)

PSI-MLP 模型基本结构如图 1 所示,输入量为相对水深 y/d 、相对流速 v/v_c 、弗劳德数 $Fr(v/\sqrt{gy})$ 和相对粒径 d/d_{s0} ,输出量为相对冲刷深度 d_{se}/d 。在 MLP 框架基础上构建了一个集成数据损失、物理损失和符号回归损失的三元复合损失函。模型采用 5 折交叉验证和基于 Optuna 的贝叶斯优化算法进行超参数搜索与调优。输入层为 4 个神经元,输出层为 1 个神经元,隐藏层共 4 层,神经元个数分别为 468、379、189 和 184,隐藏层激活函数均采用 ReLU。训练优化过程中选用 AdamW 优化器作为主要学习算法,结合 Dropout 随机失活机制与权重衰减正则化,以提升模型在复杂约束优化中的稳定性,增强模型的泛化能力并防止过拟合。

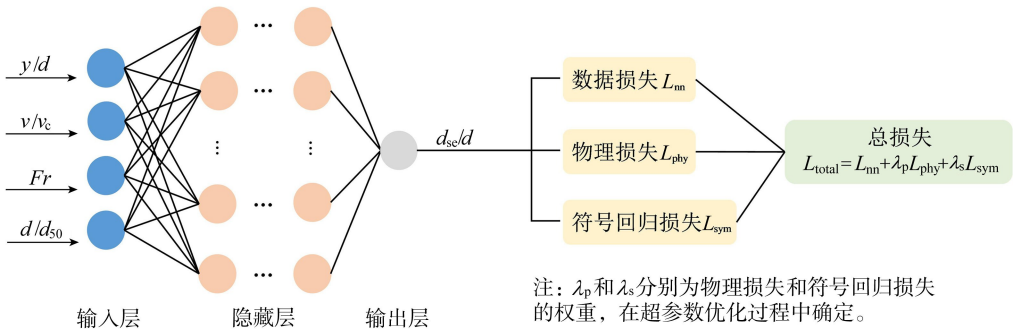


图 1 PSI-MLP 模型结构

Fig. 1 Structure of PSI-MLP model

1.1.2 约束方程

在 MLP 框架中引入两类约束方程:基于冲刷公式的物理方程和由符号回归算法拟合所得的符号回归方程。前者体现桥墩局部冲刷过程的理论与半经验规律,后者刻画试验数据中蕴含的潜在非线性关系。

1.1.2.1 物理方程

HEC-18 式^[20]广泛应用于工程领域桥墩冲刷深度计算,Melville 冲刷公式^[21]结构清晰且物理意义明确,二者均由大量试验和工程实践归纳总结形成,能够较为科学地刻画冲刷深度随相对水深、相对流速、弗劳德数等参数变化的单调性和分段演化特征,可为神经网络提供符合水动力学理论的趋势引导和尺度控制。因此,选取 HEC-18 式(式(3))与 Melville 冲刷公式(式(4))作为物理约束方程。

$$d_{se}/d = 2.0K_1K_2K_3(y/d)^{0.35}Fr^{0.43}$$

(3)

$$d_{se}/d = K_{yd}K_1K_dK_sK_\theta K_C/d$$

(4)

式中: K_1 为桥墩形状修正系数; K_2 为水流攻角修正系数; K_3 为河床条件修正系数; K_{yd} 为水深系数; K_1 为水流强度系数; K_d 为床沙粒径系数; K_s 为桥墩形状系数; K_θ 为迎流夹角系数; K_C 为渠道形态系数。

1.1.2.2 符号回归方程

为挖掘试验数据中潜在的、未被参数化经验公式描述的规律,采用符号回归算法拟合冲刷深度与无量纲参数间关系的显式数学表达式。符号回归作为一种基于遗传编程的机器学习方法,不预设模型具体形式,而是在预定义数学运算符空间中搜索最优结构,获得兼具预测精度与可解释性的解析方程。

本文采用 PySR(python for symbolic regression)算法库实现符号回归过程。关键计算参数种群规模设置为 100,迭代次数为 200,适应度函数采用均方误差(MSE),通过帕累托优化平衡表达式复杂度与拟合精度。经 PySR 算法库训练获得的最优符号回归方程为:

$$\frac{d_{se}}{d} = \frac{d^{-0.4206}}{\exp[(d + 0.7245)/\exp(9.3425v^4)]}$$

(5)

该符号回归方程作为显式知识约束,与物理方程形成互补,物理方程提供冲刷理论知识,而符号回归方程则表征数据中隐含的复杂非线性模式与交互效应。通过将符号回归方程纳入损失函数作为约束项,PSI-MLP 模型在训练过程中同时受到理论先验与数据规律的双重引导,从而提升对复杂物理现象的解释能力,

增强预测精度与泛化性能。

1.1.3 损失函数

PSI-MLP 模型损失函数为:

$$L_{\text{total}} = L_{\text{nn}} + \lambda_{\text{p}} L_{\text{phy}} + \lambda_{\text{s}} L_{\text{sym}} \tag{6}$$

为确保特征分布在统一数值尺度上并提升优化过程的稳定性,对各无量纲输入参数及输出相对冲刷深度进行标准化处理。以任一参数为例,其标准化形式为:

$$X = (x - \mu) / \sigma \tag{7}$$

式中: x 为原始无量纲参数值; X 为标准化后的参数值; μ 为该参数的均值; σ 为该参数的标准差。

1.1.3.1 数据损失

L_{nn} 在标准化尺度下为:

$$L_{\text{nn}} = \sum_{i=1}^N (Y_{\text{pred},i} - Y_i)^2 / N \tag{8}$$

式中: N 为样本总数; $Y_{\text{pred},i}$ 为模型对样本 i 的预测值的标准化值; Y_i 为样本 i 的实测值的标准化值。

1.1.3.2 物理损失

局部冲刷通常根据 v/v_c 的大小划分为清水冲刷和动床冲刷。然而,临界起动条件本身具有不确定性,易受粒径级配、床面形态、紊动结构及测量手段等因素影响,相对误差可达 10% 以上^[22]。为应对临界流速附近划分的模糊性并增强模型的数值稳定性,在计算物理损失时,通过两个超参数 α 与 β 将工况划分为清水冲刷、过渡区与动床冲刷 3 类。在不同分区内,模型选用相应物理公式(HEC-18 式或 Melville 冲刷公式)计算冲刷深度,并在过渡区对两类物理公式进行加权衔接,从而在数值上保证损失函数梯度信息的平滑性与稳定性:

$$y_{\text{phy}} = \begin{cases} 2.0 K_1 K_2 K_3 (y/d)^{0.35} Fr^{0.43} & v/v_c \leq \alpha \\ \left(1 - \frac{v/v_c - 0.9}{1.1 - 0.9}\right) y_{\text{phy1}} + \frac{v/v_c - 0.9}{1.1 - 0.9} y_{\text{phy2}} & \alpha < v/v_c < \beta \\ K_{\text{yd}} K_1 K_d K_s K_0 K_c / d & v/v_c \geq \beta \end{cases} \tag{9}$$

式中: y_{phy} 为物理方程计算值; y_{phy1} 为参数代入式(3)所得的计算值; y_{phy2} 为参数代入式(4)所得的计算值;本文在 $v/v_c = 1$ 两侧设置 $\pm 10\%$ 过渡带, α 取 0.9, β 取 1.1。

L_{phy} 在未标准化尺度下计算,用于约束模型输出与物理公式结果的一致性:

$$L_{\text{phy}} = \sum_{i=1}^N (y_{\text{pred},i} - y_{\text{phy},i})^2 / N \tag{10}$$

式中: $y_{\text{pred},i}$ 为模型对样本 i 的预测值; $y_{\text{phy},i}$ 为样本 i 由式(9)所得的计算值。

1.1.3.3 符号回归损失

L_{sym} 同样在未标准化尺度下计算:

$$L_{\text{sym}} = \sum_{i=1}^N (y_{\text{pred},i} - y_{\text{sym},i})^2 / N \tag{11}$$

式中: $y_{\text{sym},i}$ 为样本 i 由式(5)所得的计算值。

1.2 训练数据

搜集已发表文献中的试验数据^[23-26],去除异常值后共包含 423 组圆柱形桥墩的局部冲刷数据,该数据集涵盖了不同的水流条件、泥沙特性及桥墩几何尺寸(表 1)。为缓解样本规模偏小对复杂非线性模型训练的影响并提升模型鲁棒性,借鉴图像处理与卷积神经网络中的常用技术^[27-28],采用基于高斯随机扰动的数据增强策略对数据集进行扩充。在 6 个特征上叠加幅度约为原值 5%、服从高斯分布的微小随机扰动,以模拟试验条件下的测量波动与环境差异,将数据规模扩充 5 倍,共 2115 组。扩充后的数据用于模型训练、验证与测试全过程。此外对叠加的随机扰动幅度进行约束,确保扩充数据中不出现极端值和明显异常值。将扩充后的数据按 7 : 1.5 : 1.5 的比例随机划分为训练集、验证集和测试集。其中,训练集用于模型参数学习,验证集用于超参数优化,测试集用于评估模型性能。

表 1 试验数据统计
Table 1 Statistics of experimental data

统计特征值	$v/(m/s)$	$v_c/(m/s)$	y/m	d/m	d_{50}/mm	d_{se}/m
最大值	1.50	1.27	1.80	1.00	7.80	1.15
最小值	0.17	0.19	0.05	0.01	0.22	0.01
平均值	0.39	0.43	0.22	0.15	1.46	0.14

1.3 基准对比模型

选取 XGBoost^[29]、SVM^[30-31] 和 MLP 作为基准对比模型。前两种模型是当前机器学习领域解决回归问题性能稳定^[32] 且常用于桥墩局部冲刷深度预测的代表性模型,而将纯数据驱动的 MLP 作为基准模型,旨在直接对比验证物理约束与符号回归约束的引入对基础神经网络架构带来的性能提升。

1.4 模型评估与验证

采用均方根误差(RMSE)、决定系数(R^2)、克林-古普塔效率系数(KGE)3 个评价指标评估 PSI-MLP 模型及基准对比模型的性能。RMSE 用于衡量预测值与真实值间的偏差,其值越小,模型预测精度越高。 R^2 用于量化模型对目标变量变异性的解释程度,反映预测趋势与实测变化的匹配程度,其值越接近 1,模型拟合效果越好。KGE 综合考虑预测值与实测值在相关性、系统偏差和离散程度 3 个方面的一致性,从统计分布角度评估模型的可靠性,其值越接近 1,模型的综合性能越好。

为验证 PSI-MLP 模型物理决策逻辑的合理性,引入基于博弈论思想的沙普利可加解释(SHapley additive explanations, SHAP)方法对模型进行可解释性分析^[33]。SHAP 方法通过在所有特征组合上计算预测增量,将复杂模型的输出分解为各输入变量的可加性贡献,从而在保持模型结构不变的前提下量化单个特征对预测结果的重要性及作用方向。平均绝对 SHAP 值条形图用于刻画特征整体重要性排序;SHAP 蜂群图以样本点的横坐标表示该特征的 SHAP 值、以颜色表示特征取值高低,用于分析特征取值变化对冲刷深度预测的增减效应。

2 结果与分析

2.1 预测精度分析

经训练与优化后,各模型的最优超参数见表 2。在此基础上,各模型在不同数据集上的预测性能对比见表 3。由表 3 可知,PSI-MLP 模型在所有数据集上均表现出最优的预测性能。从测试集上看,PSI-MLP 模型的 RMSE 为 0.234,较 MLP(0.318)、XGBoost(0.359)和 SVM(0.322)分别降低约 26.4%、34.8%和 27.3%,表明物理信息与符号回归的耦合约束能提升模型预测精度,与纯数据驱动的基准模型相比实现了最大 34.8%的误差降幅;PSI-MLP 模型的 R^2 提升至 0.880,较 MLP(0.783)、XGBoost(0.756)和 SVM(0.804)分别提高 0.097、0.124 和 0.076;PSI-MLP 模型的 KGE 为 0.928,在各模型中最高,反映出其预测值与实测值在相关性、系统偏差和变异性三者之间具有更优的整体一致性。与结构相近但未引入物理约束和符号回归方程约束的 MLP 相比,PSI-MLP 模型在测试集上实现了约 12.4%的 R^2 提升和约 26.4%的 RMSE 降幅,证明了将物理方程与符号回归方程作为复合约束嵌入损失函数的有效性,该机制不仅提升了基础神经网络架构的预测精度,更增强了其泛化能力。同时,PSI-MLP 模型在训练集上能保持较高拟合度($R^2=0.943$),且在验证集和测试集上性能保持稳定(R^2 分别为 0.876 和 0.880),未出现明显过拟合。

表 2 各模型超参数优化结果

Table 2 Hyperparameter optimization results for different models

模型	超参数	超参数数值	模型	超参数	超参数数值
PSI-MLP	learning_rate	0.00245	XGBoost	learning_rate	0.01885
	physics_weight	0.00169		max_depth	7
	sym_weight	0.00217		n_estimators	285
	dropout_rate	0.11894		subsample	0.68742
	number of layers	4		C	7.25722
MLP	learning_rate	0.00262	SVM	kernel	rbf
	dropout_rate	0.10315		epsilon	0.04834
	number of layers	4		gamma	2.83443

表3 各模型在不同数据集上的预测性能对比

Table 3 Comparison of prediction performance of different models on different datasets

模型	RMSE			R^2			KGE		
	训练集	验证集	测试集	训练集	验证集	测试集	训练集	验证集	测试集
PSI-MLP	0.163	0.249	0.234	0.943	0.876	0.880	0.949	0.915	0.928
MLP	0.316	0.346	0.318	0.784	0.761	0.783	0.807	0.779	0.787
XGBoost	0.293	0.365	0.359	0.810	0.718	0.756	0.782	0.750	0.737
SVM	0.259	0.347	0.322	0.852	0.744	0.804	0.897	0.858	0.851

2.2 可解释性分析与物理一致性检验

2.2.1 可解释性分析

输入变量 y/d 、 v/v_c 、 Fr 和 d/d_{50} 的平均绝对 SHAP 值分别为 0.265 2、0.205 0、0.197 6、0.179 5,即在预测 d_{se}/d 时,输入量的重要性由高到低依次为 y/d 、 v/v_c 、 Fr 、 d/d_{50} 。其中 y/d 的贡献值最高(0.265 2),表明模型对 y/d 的变化高度敏感,将该参数视为影响冲刷深度的主导因素。此结论与 Sheppard 等^[34]的研究一致;水深与墩宽比是决定冲刷深度的关键因素。其他采用可解释性机器学习的研究亦发现,预测 d_{se}/d 时 y/d 通常具有最高的重要性权重占比^[9,35]。上述结果进一步证实了 y/d 在预测冲刷深度时的主导地位,表明 PSI-MLP 模型成功学习并内化了具有物理意义的规律性特征。

图2为SHAP值分布蜂群图,可揭示各输入变量对模型输出的具体影响方向和强度。 y/d 高值样本普遍分布于SHAP轴正侧,低值样本多集中于负侧,表明随 y/d 增大,模型倾向于预测更大的冲刷深度。相比之下, v/v_c 对冲刷深度的影响呈现非线性特征:低 v/v_c 样本在SHAP轴正、负侧均有分布且较为离散,随着 v/v_c 变大,中高值样本整体向SHAP轴正侧偏移,但仍存在部分高值样本落在SHAP轴负侧,体现了动床冲刷回落机制的复杂性。低 Fr 样本同样在SHAP轴两侧均有分布,而中等 Fr 区间样本更偏向负侧,在更高的 Fr 范围内,高值样本在正、负SHAP区域也出现离散分布的现象。 d/d_{50} 与 d_{se}/d 基本呈负相关,高值样本集中于SHAP轴负侧区域,表明随着 d/d_{50} 的增大,模型倾向于减小预测的冲刷深度。

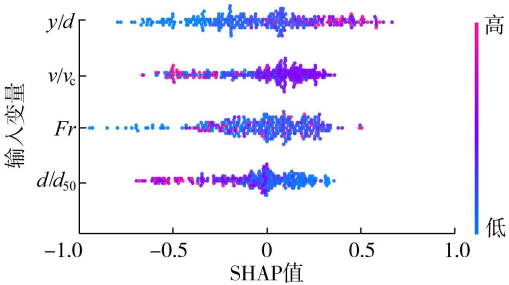


图2 SHAP值分布蜂群图
Fig.2 SHAP value beeswarm plot

2.2.2 物理一致性检验

可解释性分析表明, v/v_c 与 d_{se}/d 间存在显著的非线性关系。考虑到物理方程同样以 v/v_c 作为分段依据,为定量考察 v/v_c 对 d_{se}/d 的具体影响,选取测试集中 v/v_c 值最接近 1 的实测样本,固定 y/d 与 d/d_{50} 不变,通过改变流速构造一系列不同水平的 v/v_c ,并同步更新 Fr ,获得模型输出量 d_{se}/d 的响应曲线(图3)。在 $v/v_c < 1$ 的区域, d_{se}/d 随着 v/v_c 的增大而快速增大,并在 $v/v_c \approx 1.0$ 附近出现第 1 个局部峰值;随着 v/v_c 的增大, d_{se}/d 开始下降并进入低谷;当 v/v_c 增大至约 2.0 后, d_{se}/d 再次缓慢上升,最终趋于第 2 个冲刷峰值。理论上,清水冲刷条件下的 d_{se}/d 通常随 v/v_c 的增大而线性增加,并在 $v/v_c = 1$ 处达到第 1 个阈值峰值;当流速超过临界流速后,局部冲刷深度因活床泥沙补给先减小,再缓慢增加达到第 2 个峰值,即活床峰。PSI-MLP 模型的预测结果与这一经典规律总体一致,在 $v/v_c \approx 1.0$ 附近捕捉到了清水冲刷向动床冲刷的转变,能够识别相对流速跨越临界值时冲刷机理的突变性。然而,受限于训练数据的选择与分布特性,模型在局部区间的响应与理论仍存在些许差异。例如,动床冲刷阶段的样本数量相对较少导致 PSI-MLP 模型在该高流速区的学习泛化性偏弱,以及泥沙颗粒级配的不均匀性引起的冲刷峰位置偏移。总体上,PSI-MLP 模型在复合约束引导下,能准确再现冲刷深度随相对流速的三阶段演化趋势和主要峰值结构,具有良好的物理一致性。

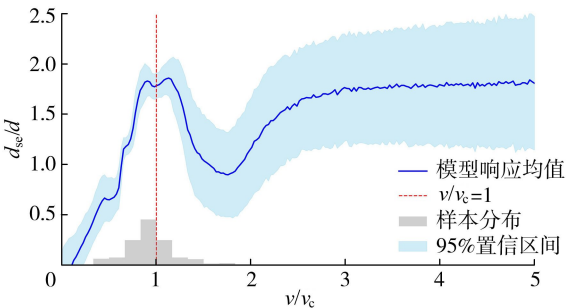


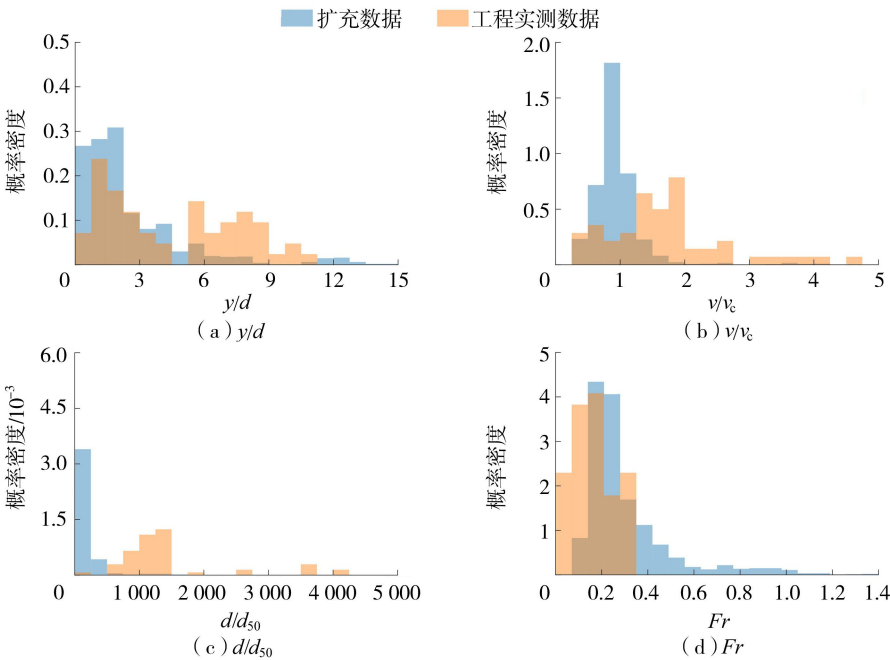
图3 冲刷深度对相对流速的响应曲线
Fig.3 Response curve of scour depth to relative flow velocity

2.3 实例验证

为检验 PSI-MLP 模型在实际工程场景中跨尺度的外推和泛化能力,收集了 56 组实际桥墩局部冲刷实测数据进行验证^[36]。工程实测数据统计见表 4,图 4 对比了扩充数据与工程实测数据在输入量(y/d 、 v/v_c 、 d/d_{50} 和 Fr)上的分布差异。扩充数据在较小 y/d 、 v/v_c 接近临界值的区间样本分布密集,并一定程度上覆盖了较高 Fr 的工况;而工程实测数据在较大 y/d 、高 v/v_c 以及大 d/d_{50} 区域占比更高,更能反映大水深、高流速及大尺度桥墩条件下的实际工况。对比表明,工程实测数据相较扩充数据在输入量分布上存在一定外推,可用于检验 PSI-MLP 模型的跨工况与跨尺度泛化性能。

表 4 工程实测数据统计
Table 4 Statistics of field-measured data

统计特征值	$v/(m/s)$	$v_c/(m/s)$	y/m	d/m	d_{50}/mm	d_{se}/m
最大值	1.90	2.59	9.40	1.50	6.80	2.50
最小值	0.20	0.35	0.60	0.60	0.12	0.25
平均值	0.94	0.60	4.14	0.99	1.01	1.05



注:棕色部分为颜色重叠区域,仅表示分布重合。

图 4 扩充数据与工程实测数据工况特征对比

Fig. 4 Comparison of working condition characteristics between augmented and field-measured data

由表 5 可知,PSI-MLP 模型在相对误差小于或等于 25% 的区间内共有 40 组样本,占比 71.4%,高于 MLP(51.7%)、XGBoost(41.1%) 和 SVM(44.6%),且低误差样本数量多于符号回归方程及各经验公式;在相对误差大于 100% 的区间内,PSI-MLP 模型样本占比仅为 1.8%,而 MLP、XGBoost 和 SVM 的占比分别达到 5.4%、10.7% 和 12.5%,经验公式的占比甚至高达 25% 以上。在工程实测与室内试验存在尺度及水沙条件差异的情况下,PSI-MLP 模型得益于物理信息与符号回归耦合约束的正则化效应,表现出较好的泛化性,多数工况中保持了较高的预测精度并抑制了极端偏差。

表 5 各相对误差区间样本组数统计

相对误差/%	PSI-MLP	MLP	XGBoost	SVM	符号回归方程	HEC-18 式	Melville 冲刷公式
0~25	40	29	23	25	9	23	3
>25~50	14	16	23	22	21	11	11
>50~75	0	4	3	1	12	6	2
>75~100	1	4	1	1	6	2	13
>100	1	3	6	7	8	14	27

由表 6 可知,在 $0 < y/d < 1.0$ 时,XGBoost、SVM 与经验公式的平均相对误差整体偏大,相比之下神经网络模型在预测精度上具有一定优势;而在 $1.0 \leq y/d \leq 2.0$ 和 $y/d > 2.0$ 两类工况下,PSI-MLP 模型展现出优于纯数据驱动模型的预测稳定性,平均相对误差均控制在 20% 以下。因此,工程中较为常见的中等及较大相对水深范围内,引入耦合约束能够有效减小系统偏差、提升冲刷深度预测能力。

表 6 不同相对水深工况下预测误差对比

Table 6 Comparison of prediction errors under different relative water depth conditions

工况分组	样本组数	平均相对误差/%						
		PSI-MLP	MLP	XGBoost	SVM	符号回归方程	HEC-18 式	Melville 冲刷公式
$0 < y/d < 1.0$	6	32.05	15.45	65.70	100.86	117.32	76.55	98.28
$1.0 \leq y/d \leq 2.0$	14	18.96	50.06	73.92	67.75	89.99	87.46	95.65
$y/d > 2.0$	36	19.95	33.49	26.25	31.91	43.94	67.06	100.58

由表 7 可知,清水冲刷($0 < v/v_c < 0.9$)时,PSI-MLP 模型与其他纯数据驱动模型的平均相对误差均在 30% 以下,优于各经验公式计算结果;过渡区($0.9 \leq v/v_c \leq 1.1$)中,PSI-MLP 模型和 MLP 的平均相对误差分别为 17.06% 和 12.27%,处于各类方法中的较低水平;在动床冲刷区($v/v_c > 1.1$),纯数据驱动模型表现出明显的适应性退化,MLP、XGBoost 与 SVM 的平均相对误差分别增至 40.50%、49.8% 与 56.62%,这表明在缺乏明确物理机制引导的情况下,传统机器学习算法难以从有限数据中解构动床条件下泥沙补给与冲刷回落之间复杂的非线性交互机制,导致在外推高流速工况时产生较大偏差。相比之下,PSI-MLP 模型的平均相对误差为 20.40%,较 MLP 降幅接近 50%,且远低于 XGBoost 与 SVM。这一结果证明,在非线性更强的动床冲刷区,物理信息与符号回归的耦合约束发挥了关键的正则化作用,有效抑制了纯数据驱动模型的偏差,赋予模型更强的外推稳定性;而在清水冲刷区和过渡区,当 MLP 这类纯数据驱动模型已具备较强拟合能力或样本数量偏少时,PSI-MLP 模型由于需要满足物理一致性和外推鲁棒性的要求,表现出的均值误差边际改善相对有限。进一步纵向对比可以观察到,与冲刷经验公式的预测结果不同,PSI-MLP 模型在机理更为复杂的动床冲刷区预测精度优于清水冲刷区。这一方面是由于 HEC-18 式和 Melville 冲刷公式是采用有限控制变量对冲刷过程进行参数化设计,易导致动床工况下产生系统偏差,而 PSI-MLP 模型以数据为主导进行学习,在动床冲刷区可通过耦合约束对这些未显式参数化的高阶非线性与交互效应进行补偿,从而在动床冲刷区实现精度提升;另一方面,不同于清水冲刷区,PSI-MLP 模型在动床冲刷区的物理约束更多体现为提供关于冲刷回落的结构化趋势引导,这种对“物理形态”的约束比对“数值阈值”的依赖更为鲁棒,使模型能更有效地利用数据信息优化参数,因此在动床区表现出更佳的收敛效果与预测精度。

表 7 不同相对流速工况下预测误差对比

Table 7 Comparison of prediction errors under different relative flow velocity conditions

工况分组	样本组数	平均相对误差/%						
		PSI-MLP	MLP	XGBoost	SVM	符号回归方程	HEC-18 式	Melville 冲刷公式
$0 < v/v_c < 0.9$	10	25.11	24.89	28.97	26.03	65.34	50.77	65.63
$0.9 \leq v/v_c \leq 1.1$	4	17.06	12.27	19.65	18.07	53.71	65.98	94.67
$v/v_c > 1.1$	42	20.40	40.50	49.80	56.62	63.75	93.96	87.16

综上所述,PSI-MLP 模型融合物理机制与数据规律,在实际工程场景中表现出更强的适用性与可靠性,能在大水深、高流速等复杂工况下保持较低且稳定的预测误差,缓解了纯数据驱动模型在外推时易出现的失真问题,具有良好的跨尺度适应能力与工程鲁棒性,可为桥墩冲刷风险评估与设计校核提供预测手段和技术支撑。当前模型的输入变量主要聚焦于基础水力几何参数,未来在更完备的含沙试验与现场监测数据支撑下,可进一步构建多维输入特征体系,探究悬沙浓度、冲刷历时等变量的影响;同时,可逐步拓展模型在非圆形桥墩、群桩及非恒定流下的适用边界,以持续提升模型的预测精度与泛化能力。

3 结 论

a. 物理信息与符号回归的耦合约束能够提升纯数据驱动 MLP 模型的预测精度与泛化能力。PSI-MLP 模型在测试集上的 RMSE、 R^2 和 KGE 分别为 0.234、0.880 和 0.928,相较无物理、符号约束的 MLP,RMSE 降低 0.084, R^2 提高 0.097,KGE 提高 0.141;且 PSI-MLP 模型相较于回归任务中的常用模型 XGBoost 与 SVM,在测试集上的 RMSE 分别降低约 34.8% 和 27.3%, R^2 、KGE 亦均有所提升。表明将冲刷公式以及符号回归

方程嵌入损失函数后,模型具有较高预测精度与泛化能力。

b. 可解释性分析与物理一致性检验表明,PSI-MLP 模型内部决策逻辑与局部冲刷机理基本一致。SHAP 分析显示,PSI-MLP 模型在预测相对冲刷深度时,各输入因子重要性由高到低依次为相对水深、相对流速、弗劳德数与相对粒径,其中相对水深的平均绝对 SHAP 贡献值达 0.265 2,证明相对水深为控制冲刷深度的主导参数。物理一致性检验表明,PSI-MLP 模型预测的相对冲刷深度随相对流速的变化能够再现“清水冲刷区随流速增大而冲刷加深、近临界区间出现最大冲刷深度以及动床区冲刷深度缓慢回升”的典型三阶段演化特征。

c. 工程实测数据对比验证表明,PSI-MLP 模型在实际工程尺度下具有良好的预测性能和泛化性能。在 56 组桥墩冲刷实测工况中,PSI-MLP 模型相对误差小于 25% 的样本占比为 71.4%,显著优于纯数据驱动的 MLP(51.7%)以及 XGBoost(41.1%)和 SVM(44.6%);在相对误差大于 100% 的区间,PSI-MLP 模型样本占比仅为 1.8%,低于上述数据驱动模型及传统经验公式。在大水深、高流速和大尺度桥墩等与实验室试验存在明显尺度差异的复杂工况条件下,PSI-MLP 模型仍能有效抑制极端偏差预测,具备向工程设计与安全校核等实际环节推广应用的可行性与实用价值。

参考文献:

[1] 熊文,蔡春声,张嵘钊. 桥梁水毁研究综述[J]. 中国公路学报,2021,34(11):10-28. (Xiong Wen,Cai Chunsheng,Zhang Rongzhao. Review of hydraulic bridge failures[J]. China Journal of Highway and Transport,2021,34(11):10-28. (in Chinese))

[2] 陈秉如,冀鸿兰,高鹏程,等. 冰盖下组合桥墩的局部冲刷特性及水力特性[J]. 河海大学学报(自然科学版),2024,52(2):53-60. (Chen Bingru,Ji Honglan,Gao Pengcheng,et al. Local scour and hydraulic characteristics of composite piers under ice sheet[J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences),2024,52(2):53-60. (in Chinese))

[3] Shahriar A R,Ortiz A C,Montoya B M,et al. Bridge pier scour: an overview of factors affecting the phenomenon and comparative evaluation of selected models[J]. Transportation Geotechnics,2021,28:100549.

[4] 高鹏程,牟献友,常蕾,等. 冰盖下串联组合桥墩周围绕流特性[J]. 河海大学学报(自然科学版),2025,53(1):71-79. (Gao Pengcheng,Mou Xianyou,Chang Lei,et al. Study on the flow characteristics around the tandem composite piers under the ice cover[J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences),2025,53(1):71-79. (in Chinese))

[5] 雷婷,任建民,陶虎,等. 桥墩基础局部冲刷计算方法的对比研究[J]. 泥沙研究,2020,45(5):61-68. (Lei Ting,Ren Jianmin,Tao Hu,et al. Review on calculation methods for local scour of pier foundations[J]. Journal of Sediment Research,2020,45(5):61-68. (in Chinese))

[6] Kaya A. Artificial neural network study of observed pattern of scour depth around bridge piers[J]. Computers and Geotechnics,2010,37(3):413-418.

[7] Choi S U,Choi S. Prediction of local scour around bridge piers in the cohesive bed using support vector machines[J]. KSCE Journal of Civil Engineering,2022,26(5):2174-2182.

[8] Chou J S,Nguyen N M. Scour depth prediction at bridge piers using metaheuristics-optimized stacking system[J]. Automation in Construction,2022,140:104297.

[9] Eini N,Bateni S M,Jun C,et al. Estimation and interpretation of equilibrium scour depth around circular bridge piers by using optimized XGBoost and SHAP[J]. Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics,2023,17(1):2244558.

[10] Kim T, Shahriar A R,Lee W D,et al. Interpretable machine learning scheme for predicting bridge pier scour depth [J]. Computers and Geotechnics,2024,170:106302.

[11] Eini N,Janizadeh S,Bateni S M,et al. Predicting equilibrium scour depth around non-circular bridge piers with shallow foundations using hybrid explainable machine learning methods[J]. Results in Engineering,2024,24:103492.

[12] Raissi M. Deep hidden physics models: deep learning of nonlinear partial differential equations[J]. Journal of Machine Learning Research,2018,19:1-24.

[13] 肖洋,陆钰涵,刘佳明,等. 基于内嵌物理信息神经网络的复式河道非恒定水动力过程求解方法[J]. 河海大学学报(自然科学版),2025,53(5):90-99. (Xiao Yang,Lu Yuhan,Liu Jiaming,et al. A method for solving unsteady hydrodynamic processes in compound river channels based on embedded physical information neural networks[J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences),2025,53(5):90-99. (in Chinese))

[14] Chen X W,Yu Y,Liu L. Physics-informed neural network for prediction of scour depth using natural frequency of monopiles[J]. Ocean Engineering,2025,339:122054.

[15] Yousefpour N, Wang B. Physics-inspired deep learning for bridge scour prediction: site-specific and transferable models[J]. *Georisk*, 2025, 19(4): 966-989.

[16] 冯钧,邵萍萍,张继茹,等. 物理引导数据驱动方法研究综述及其在水文模型构建中的应用与展望[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2025, 53(5): 1-9. (Feng Jun, Shao Pingping, Zhang Jiru, et al. Research review of physics-guided data-driven methods and their application and prospects in hydrological model development[J]. *Journal of Hohai University (Natural Sciences)*, 2025, 53(5): 1-9. (in Chinese))

[17] 王玲玲,俞佳亮,朱海,等. 桥墩局部冲刷研究进展[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2019, 47(3): 223-229. (Wang Lingling, Yu Jialiang, Zhu Hai, et al. A review of the process, influencing factors and numerical modelling of local scour[J]. *Journal of Hohai University(Natural Sciences)*, 2019, 47(3): 223-229. (in Chinese))

[18] 杜升涛,王超琳,杨博,等. 水流强度对淹没式方桩局部冲刷特性的影响[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2024, 52(2): 92-100. (Du Shengtao, Wang Chaolin, Yang Bo, et al. Influence of flow intensity on local scour characteristics of a submerged square pile[J]. *Journal of Hohai University(Natural Sciences)*, 2024, 52(2): 92-100. (in Chinese))

[19] 黄君宝,肖厅厅,孙志林,等. 涌潮水流引发的桥墩局部冲刷试验[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2021, 49(5): 441-446. (Huang Junbao, Xiao Tingting, Sun Zhilin, et al. Experimental study on local scour of piers caused by tidal bore [J]. *Journal of Hohai University(Natural Sciences)*, 2021, 49(5): 441-446. (in Chinese))

[20] Richardson E V, Davis S R. Evaluating scour at bridges, fourth edition[R]. Washington, DC: Federal Highway Administration, U. S. Department of Transportation, 2001.

[21] Melville B W. Pier and abutment scour: integrated approach[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 1997, 123(2): 59-65.

[22] Cheng N S, Lu C, Lu Y, et al. Quantitative definition of Shields criterion for incipient sediment motion [J]. *International Journal of Sediment Research*, 2024, 39(1): 61-69.

[23] Lee T L, Jeng D S, Zhang G H, et al. Neural network modeling for estimation of scour depth around bridge piers[J]. *Journal of Hydrodynamics, Ser. B*, 2007, 19(3): 378-386.

[24] Melville B W, Chiew Y M. Time scale for local scour at bridge piers[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 1999, 125(1): 793-795.

[25] Lança R M, Fael C S, Maia R J, et al. Clear-water scour at comparatively large cylindrical piers [J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2013, 139(11): 1117-1125.

[26] Fael C, Lança R, Cardoso A. Effect of pier shape and pier alignment on the equilibrium scour depth at single piers [J]. *International Journal of Sediment Research*, 2016, 31(3): 244-250.

[27] Shorten C, Khoshgoftaar T M. A survey on image data augmentation for deep learning[J]. *Journal of Big Data*, 2019, 6(1): 60.

[28] el Gana E M, Ouallali A, Taleb A. Scour depth prediction around bridge piers of various geometries using advanced machine learning and data augmentation techniques[J]. *Transportation Geotechnics*, 2025, 51: 101537.

[29] Chen T, Guestrin C. XGBoost: a scalable tree boosting system[C]//Krishnapuram B, Shah M, Smola A J, et al. Proceedings of the 22nd ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. San Francisco: ACM, 2016: 785-794.

[30] Vapnik V N. The nature of statistical learning theory[M]. New York: Springer, 2000: 1-314.

[31] 潘志刚,林祥峰,张继生. 基于支持向量机的桥墩局部冲刷深度预测模型[J]. 水利水电科技进展, 2021, 41(6): 78-81. (Pan Zhigang, Lin Xiangfeng, Zhang Jisheng. Prediction model for bridge pier local scour depth based on support vector machine [J]. *Advances in Science and Technology of Water Resources*, 2021, 41(6): 78-81. (in Chinese))

[32] 刘娣,孙佳倩,余钟波. 基于机器学习模型的多层土壤湿度反演[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2024, 52(3): 7-14. (Liu Di, Sun Jiaqian, Yu Zhongbo. Multi-layer soil moisture inversion based on machine learning models [J]. *Journal of Hohai University(Natural Sciences)*, 2024, 52(3): 7-14. (in Chinese))

[33] Lundberg S M, Lee S I. A unified approach to interpreting model predictions [C]//Guyon I, von Luxburg U, Bengio S, et al. Advances in Neural Information Processing Systems 30. NY: Curran Associates, 2017: 4765-4774.

[34] Sheppard D M, Demir H, Melville B W. Scour at wide piers and long skewed piers; NCHRP report 682[R]. Washington, DC: Transportation Research Board, 2011.

[35] Kim T, Shahriaar A R, Lee W D, et al. Field data-based prediction of local scour depth around bridge piers using interpretable machine learning[J]. *Transportation Geotechnics*, 2025, 52: 101567.

[36] Mueller D S, Wagner C R. Field observations and evaluations of streambed scour at bridges[R]. McLean: Federal Highway Administration, 2005.