

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2026.05.013

基于非离散设计的三维岩质边坡桩加固优化设计方法

郭文秀^{1,2}, 康 斌³, 王筱萌³, 孙志彬⁴, 姬 建²

(1. 浙江如通苏湖城际铁路有限公司; 2. 河海大学土木与交通学院; 3. 中铁十五局集团第二工程有限公司;
4. 合肥工业大学汽车与交通工程学院)

摘要: 针对 Hoek-Brown 准则下的三维岩质边坡加固问题, 提出了一个结合力学分析与响应面方法的抗滑桩非离散多目标优化设计方法。运用极限分析上限法建立了三维桩加固边坡的稳定性模型, 采用人工神经网络建立安全系数与设计参数、强度参数之间的响应面模型, 快速获取可靠度评估所需的大量安全系数样本, 进而以加固成本和边坡可靠度为优化目标, 在连续的设计变量空间内进行非离散选点直接求解帕累托前沿。实例分析结果表明, 相比于离散设计方法, 非离散设计能够更全面地探索设计可行域, 获得更为优化的设计方案; 在最小成本与膝点两种决策策略下, 非离散设计的成本分别降低约 18% 和 14%; 桩间距、桩径、桩位置对边坡可靠度指标均呈显著的非线性影响, 其中桩设置于坡面上部时加固效果最优。

关键词: 三维岩质边坡; 桩加固; 非离散设计; Hoek-Brown 准则; 人工神经网络; 帕累托优化

中图分类号: TU457; TU473.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-1980(2026)05-0114-07

Optimization design method for three-dimensional pile-reinforced rock slopes based on non-discrete design

Guo Wenxiu^{1,2}, Kang Bin³, Wang Xiaomeng³, Sun Zhibin⁴, Ji Jian²

(1. Zhejiang Rudong-Nantong-Suzhou-Huzhou Intercity Railway Co., Ltd.;

2. College of Civil and Transportation Engineering, Hohai University;

3. China Railway 15th Bureau Group Second Engineering Co., Ltd.;

4. School of Automotive and Transportation Engineering, Hefei University of Technology)

Abstract: For the reinforcement problem of three-dimensional rock slopes under the Hoek-Brown criterion, a non-discrete multi-objective optimization design method for anti-slide piles combining mechanical analysis and the response surface method was proposed. The stability model for three-dimensional pile-reinforced slopes was established using the upper bound limit analysis method. Artificial neural networks were adopted to establish the response surface model between the safety factor and the design and strength parameters to quickly obtain a large number of safety factor samples required for reliability evaluation. Furthermore, taking the reinforcement cost and slope reliability as optimization objectives, the Pareto front was directly solved by non-discrete point selection in the continuous design variable space. The case analysis results show that, compared with the discrete design method, the non-discrete design can more comprehensively explore the feasible design domain and obtain more optimized design schemes; under the minimum cost and knee point decision strategies, the costs of the non-discrete design decrease by approximately 18% and 14%, respectively; the pile spacing, pile diameter, and pile position all exhibit significant nonlinear effects on the slope reliability index, and the reinforcement effect is optimal when the piles are placed in the upper part of the slope face.

Key words: three-dimensional rock slope; pile reinforcement; non-discrete design; Hoek-Brown criterion; artificial neural network; Pareto optimization

岩质边坡的稳定性是高速公路、铁路等基础设施建设中需要关注的关键问题。对于发育有明显控制性节理的岩质边坡, 其稳定性分析常采用岩石力学方法, 重点考察节理产状、连通性等因素对整体稳定性的影响。相比之下, 完整岩体或节理密集但分布均匀的岩体, 则往往可简化为等效均质体处理。对于此类岩体, 其强度具有显著的非线性, 无法采用传统的线性破坏准则(如摩尔-库仑准则)进行分析。相比之下, Hoek-

基金项目: 国家自然科学基金联合基金重点项目(U22A20594)

作者简介: 郭文秀(1990—), 男, 工程师, 硕士, 主要从事交通工程管理与桥梁隧道施工技术研究。E-mail: 908307893@qq.com

通信作者: 姬建(1983—), 男, 教授, 博士, 主要从事岩土工程可靠度分析与边坡工程研究。E-mail: jji0003an@e.ntu.edu.sg

Brown(HB)准则通过引入岩体质量分级系数构建岩体非线性强度包络线,在遍布节理的岩质边坡稳定性评估中得到广泛应用^[1-2]。

对稳定性不足的岩质边坡需要采取一定的加固措施。抗滑桩具有支挡能力强、施工便捷、扰动较小等优点,广泛用于边坡加固^[3-4]。目前,常用的抗滑桩可靠度设计方法可分为确定性设计、可靠度设计和多目标优化设计 3 类^[5-7]。相对于忽视了岩土内在强度随机性的确定性设计,后两种可靠度设计方法充分考虑了岩土体的显著不确定性和空间变异性,在实践中更具实用价值。其中,多目标优化设计方法建立在概率分析的基础上,通过平衡成本与风险,以期在保证安全性的前提下合理平衡工程造价。在多目标优化设计中,需对各候选设计方案进行可靠度分析,为降低计算成本,通常将设计空间离散化,以有限组合逼近连续优化问题^[8-9]。然而,随着设计变量增多,即使是离散空间中的候选点数量也会显著增加,计算负担随之加重^[10-11]。为了提高效率,可借助响应面方法进行可靠度分析,但常规响应面基于随机变量(如岩土体强度)的抽样构建,在多目标优化问题中,因候选点间设计参数各异,需构建多个响应面,导致计算开销依然很大。

为解决上述问题,对于满足 HB 准则的抗滑桩加固三维岩质边坡(以下简称“桩加固边坡”),可将桩设计参数(桩间距、桩径、桩位置)与 HB 准则的强度参数作为输入变量,构建边坡安全系数的响应面模型。该模型将设计参数直接纳入输入变量,无需为各候选方案重复构建响应面,能够高效评估大量设计候选点,有望获得比离散设计空间更优的帕累托解集。为此,本文在对比 3 种响应面方法的基础上,采用人工神经网络(ANN)建立基于极限分析的边坡安全系数(F_s)响应面,以大幅提高边坡安全系数样本的获得效率,并通过设计空间内的非离散设计选点获得桩设计参数的帕累托前沿,从而确定最优设计解,进而分析桩设计参数对桩加固边坡可靠度的影响规律

1 桩加固边坡的 UBLA 方法

极限分析上限法(upper bound limit analysis ,UBLA)广泛用于边坡分析^[12-13],本文利用基于 UBLA 的三维牛角形破坏机构,计算桩加固边坡安全系数的半解析解。

1.1 三维破坏机构

桩加固边坡的破坏模式如图 1 所示,图中 H 为边坡高度, W 为边坡宽度, α 为坡角, OO' 为旋转轴, ω 为滑坡体的角速度,一般设为 1 rad/s 。抗滑桩呈一排垂直布设,桩中心距为 s_1 ,桩间距为 s_2 ,桩径为 D_p ,对于没有明显节理控制的岩质边坡,可以视为均质边坡进行分析,其旋转滑动面穿过坡趾。基于 UBLA 的牛角形破坏机构可以有效地与 HB 准则结合,通过切线法求解桩加固边坡的安全系数^[14-15]。

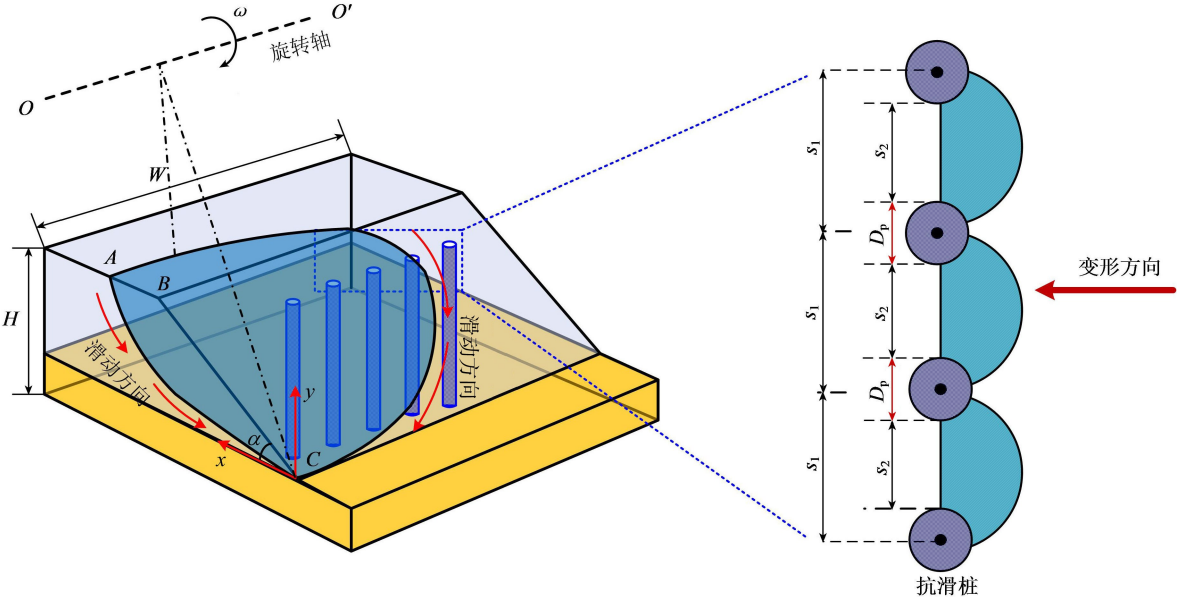


图 1 桩加固边坡及其破坏模式

Fig. 1 Pile-reinforced slope and its failure mode

如图 2(a) 所示,破坏机构对称面的上、下边界为交于 E 点的对数螺旋线,其半径 r 、 r' 为:

$$r = r_0 e^{(\theta - \theta_0) \tan \varphi} \quad r' = r'_0 e^{-(\theta - \theta_0) \tan \varphi} \tag{1}$$

式中: θ 为对数螺旋线矢径与过旋转轴水平线之间的夹角; θ_0 为滑动面后缘(图 2(a)中 A 点)对应的 θ 值; r_0 、 r'_0 分别为 $\theta = \theta_0$ 处上、下对数螺旋线的半径; φ 为内摩擦角。

抗滑桩的桩位置用无量纲参数 s_r 表示, $s_r = s_p / s_b$, 其中 s_p 为桩与坡趾 C 之间的水平距离, s_b 为坡趾 C 与坡肩 B 的水平距离。本文假设桩侧阻力沿深度呈三角形分布, 并采用 Ito 公式计算高度 z 处的桩-土作用力 p_z [16]。

随着边坡宽度 W 的增加, 边坡破坏模式从三维转变为二维。但受圆形截面性质影响, 单一牛角机构的宽度无法随 W 增大。因此, 需要在牛角形块体的对称平面内插入一个宽度为 w 的块体, 其由二维对数螺旋线机构在宽度方向拉伸得到, 如图 2(b) 所示。

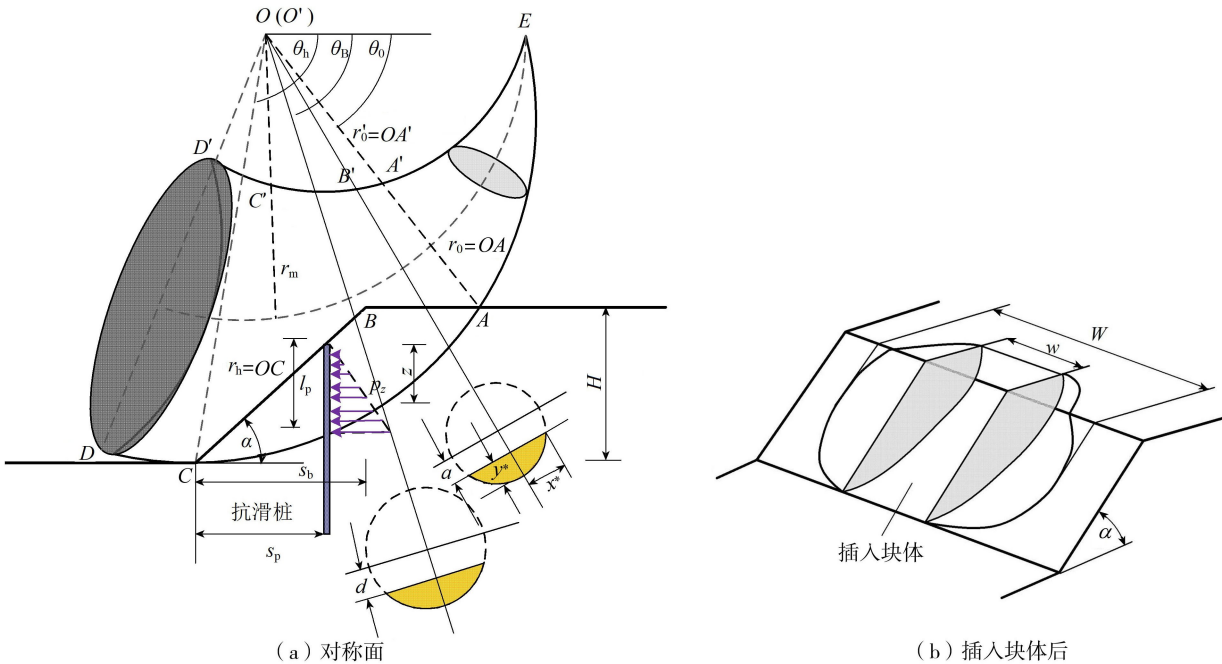


图 2 桩加固边坡的三维牛角形破坏机构

Fig. 2 Three-dimensional horn failure mechanism of pile-reinforced slope

1.2 破坏机构功率计算

UBLA 根据内外能耗的关系来求解安全系数。对于桩加固边坡, 外部功率来源于滑坡体的自重与抗滑桩的支挡力(后者做负功), 而内能耗散来源于岩土体塑性变形。在 Ito 的桩-土应力假设下, 桩引起的外力功率 P_p 包括牛角块体和插入块体两部分:

$$P_p = 2\omega \int_0^{l_p} \frac{P_z}{s_l} (w_z + w) s_z dz \tag{2}$$

式中: w_z 为深度 z 处(从桩位置处坡面算起)滑动块体宽度的一半; s_z 为深度 z 处桩身到旋转轴的垂直距离; l_p 为滑动面上方的桩长。

滑动块体产生的外力功率 P_g 也按照牛角形和插入块体两部分计算:

$$P_g = 2\omega \gamma \left[\int_{\theta_0}^{\theta_B} \int_0^{x^*} \int_a^{y^*} (r_m + y)^2 \cos \theta dx dy d\theta + \int_{\theta_B}^{\theta_h} \int_0^{x^*} \int_d^{y^*} (r_m + y)^2 \cos \theta dx dy d\theta \right] + w \gamma r_0^3 \alpha (f_1 - f_2) \tag{3}$$

式中: γ 为岩体容重; θ_B 、 θ_h 分别为滑动面坡肩和坡趾对应的旋转角; r_m 为截面圆心至旋转轴距离; a 、 d 、 x^* 、 y^* 为横截面积分域的边界坐标(见图 2); f_1 、 f_2 为由破坏机构几何参数确定的无量纲函数。

同理, 岩土体塑性变形导致的塑性耗散功率 P_d 为:

$$P_d = -2\omega c \cot \varphi \left[r_0^2 \sin^2 \theta_0 \int_{\theta_0}^{\theta_B} \frac{\cos \theta \sqrt{R^2 - a^2}}{\sin^3 \theta} d\theta + r_h^2 (\sin \theta_h + \alpha)^2 \int_{\theta_B}^{\theta_h} \frac{\cos(\theta + \alpha) \sqrt{R^2 - a^2}}{(\sin \theta_h + \alpha)^2} d\theta \right] + \frac{c r_0^2 H w}{2 \tan \varphi} [e^{2(\theta_h - \theta_0) \tan \varphi} - 1] \tag{4}$$

式中: c 为岩土体黏聚力; R 为截面圆半径; r_h 为 $\theta=\theta_h$ 处下对数螺旋线半径。

1.3 安全系数求解

桩加固边坡的安全系数 F_s 通过强度折减法计算。在此过程中,采用切线法对 HB 准则进行线性化处理时,需对瞬时内摩擦角 φ_i 进行优化。 F_s 的优化过程可表示为:

$$F_s = f(\theta_0, \theta_h, r'_0/r_0, \varphi_i | I_{GS}, m_i, D, \sigma_{ci}, \gamma, H, W, \alpha) \tag{5}$$

式中: m_i 为完整岩石的 HB 常数; I_{GS} 为地质强度指标 (geological strength index); D 为岩体扰动因子,本文取 $D=0$; σ_{ci} 为完整岩石的单轴抗压强度。

F_s 的求解过程为双循环结构,外层循环一般采用二分法,内层循环采用穷举方法对优化参数进行穷举搜索,以确定临界破坏机构。

1.4 UBLA 方法的验证

为了验证 UBLA 方法的准确性,将计算结果与 FLAC3D 数值模拟结果进行对比。对比桩加固边坡的参数为: $H=30\text{ m}$, $\alpha=45^\circ$, $\gamma=25\text{ kN/m}^3$, $W/H=2$, $I_{GS}=30$, $m_i=10$, $\sigma_{ci}=2\text{ MPa}$, $s_1=3\text{ m}$, $D_p=1\text{ m}$, $s_r=0.5$ 。为保证验证的一致性,FLAC3D 模型中采用摩尔-库仑准则,强度参数与 UBLA 方法中单切线优化的结果保持一致。FLAC3D 模型的底部边界为完全固定约束,侧面边界为法向约束。桩体通过结构单元进行模拟,其结构参数可见文献[7]。

图 3 为有无抗滑桩两种工况下的 FLAC3D 模型模拟的最大剪应变速率云图,可清晰观察到三维滑动面。在有抗滑桩工况下,桩顶区域出现显著的位移集中区,这表明桩体在抵抗边坡滑动过程中产生了轻微变形,从而影响了周围土体的运动状态。FLAC3D 模型得到加固后边坡安全系数从 1.39 提升至 1.52,而 UBLA 方法得到的桩加固前后安全系数分别为 1.40 和 1.58,相对偏差分别为 0.7% 和 3.9%,两者结果较为接近,说明了 UBLA 方法具有较好的准确性。

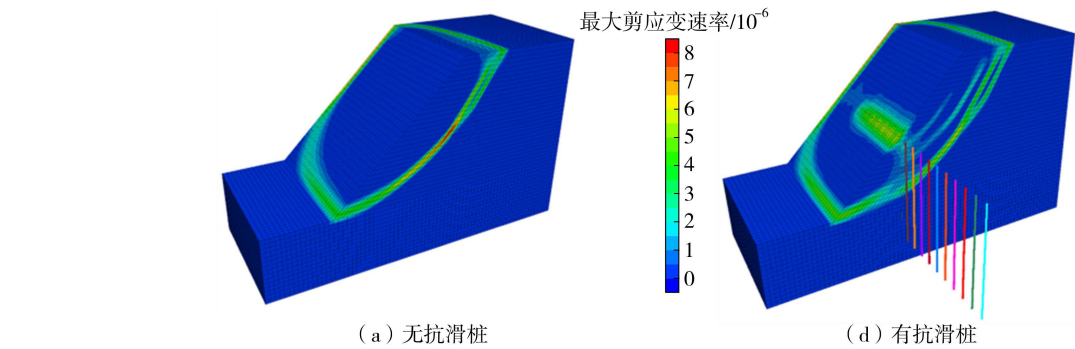


图 3 FLAC3D 模型模拟的三维岩质边坡最大剪应变速率云图

Fig. 3 Maximum shear strain rate contours of three-dimensional rock slopes simulated by FLAC3D

2 桩加固边坡安全系数响应面

多目标最优设计需要大量的安全系数样本,响应面方法可以加快计算速度^[17]。本文选择二阶多项式、多项式混沌展开和 ANN 等 3 种具有代表性的响应面方法,建立设计参数 (s_2 、 D_p 、 s_r) 和 HB 准则的强度参数 (I_{GS} 、 m_i 、 σ_{ci}) 与安全系数的响应面模型,以确定最为合适的方法。3 种方法的复杂程度逐渐增加。

- a. 二阶多项式是处理多个自变量影响因素的经典回归方法,一般采用最小二乘原则确定二阶多项式的系数,保证预测值与实际值之间的平方误差和最小。二阶多项式计算效率高,实现相对简单,应用广泛。但由于多项式最高次数被限制在二次,导致其在逼近具有强非线性的物理过程时,预测精度会受到显著影响。
- b. 多项式混沌展开是一种处理随机系统不确定性的数学工具,将随机响应表示为正交多项式的线性组合,可利用不同的正交多项式基来匹配不同概率类型的输入变量。多项式的阶数决定其非线性拟合能力,但是较大的阶数可能会导致项数呈指数增长,称为维数灾难。因此需要进行适当截断。
- c. ANN 是深度学习的理论基础,其典型结构包括输入层、一个或多个隐藏层及输出层。每个神经元作为基本计算单元,接收加权输入信号,通过非线性激活函数 (如 ReLU、Sigmoid 或 Tanh) 进行信息转换后传递至后续层。神经网络的参数学习过程主要依赖于基于梯度下降的反向传播算法,该算法通过计算损失函数相

对于网络参数的梯度,迭代优化权重矩阵以最小化预测误差,因此具有强大的函数逼近能力和特征提取能力。

为了提供响应面样本,采用前文 UBLA 方法生成岩质边坡的 500 个安全系数样本。假设 HB 准则的强度参数满足正态分布, I_{CS} 、 m_i 、 σ_{ci} 的均值分别为 40、10 和 2 MPa,变异系数均为 0.25;桩间距 s_2 为 1~4 m,桩径 D_p 为 0.2~1.6 m,桩位置 s_r 为 0.3~0.9,在相应区间内均匀抽样,将前 400 个样本作为训练集,后 100 个样本作为测试集。利用 3 种响应面方法分别建立代理模型,并绘制预测结果的均方根误差(RMSE)随训练样本的变化情况,结果如图 4 所示。由图 4 可见,在所考虑的 400 样本量之内,3 种方法的预测误差随训练样本的增加而下降,其中二阶多项式的 RMSE 最大(约 0.06),多项式混沌展开次之,ANN 最小(约 0.018),表明 ANN 较强的非线性泛化能力在预测桩加固边坡稳定性方面具有较好的效果。为了进一步验证 ANN 方法的准确性,对 UBLA 方法生成的 2 000 个参数样本进行预测,结果如图 5 所示,得到的 RMSE 为 0.031 7 ($R^2=0.995\ 5$),因此选择 ANN 作为本文的响应面方法。

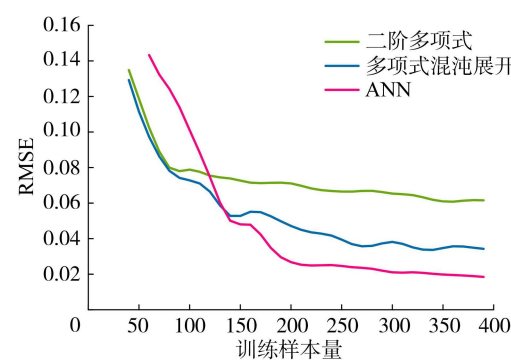


图 4 3 种响应面方法的预测误差

Fig. 4 Prediction errors of three response surface methods

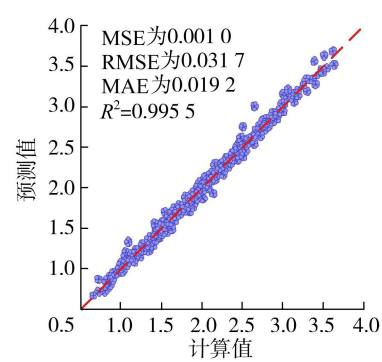


图 5 ANN 对桩加固边坡安全系数的预测值与 UBLA 方法计算值对比

Fig. 5 Comparison between ANN-predicted values and UBLA-calculated values for safety factor of pile-reinforced slope

3 设计实例分析

3.1 多目标设计

本文以一个宽度受限的均质岩质边坡桩加固设计作为示例,展示本文方法的有效性。桩加固边坡的基本参数为: $H=30\text{ m}$, $W=120\text{ m}$, $\alpha=60^\circ$, $\gamma=22\text{ kN/m}^3$, I_{CS} 、 m_i 、 σ_{ci} 与第 2 节相同。桩设计参数为:桩间距 s_2 为 1~4 m,桩径 D_p 为 0.2~1.6 m,桩位置 s_r 为 0.3~0.9。

沿边坡宽度方向,单位宽度施工成本(C)与桩设计参数的关系可表示为:

$$C = \eta \frac{\pi D_p^2 l}{4 s_1} \tag{6}$$

式中: l 为抗滑桩长度; η 为抗滑桩单位体积造价,本文取 1 200 元/ m^3 。抗滑桩长度应超过滑动面一定深度,为方便起见,本文将其值固定为 15 m。

基于 ANN 方法的高效优势,在设计空间内随机选取 3 000 个候选设计点。对于每个设计点,先由 ANN 模型生成 1 000 个 F_s 样本,再采用蒙特卡罗法计算其可靠度指标,并同时计算每个设计点的施工成本,结果见图 6(a)。从图 6(a)可以看到,随着施工成本的增加,可靠度指标(β)总体呈现上升趋势。相较于传统离散设

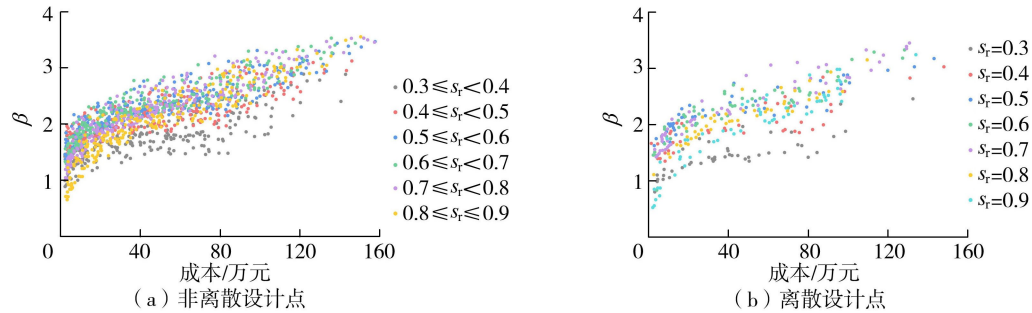


图 6 桩加固边坡设计的可靠度指标与成本

Fig. 6 Reliability index and cost of pile-reinforced slope design

计方法的结果(图 6(b)),非离散设计能够更全面地模拟整个设计空间,从而更好地遍历整个设计可行域。

图 7 给出了离散与非离散设计方法的非支配解(帕累托前沿),其中非离散设计空间包含 61 个非支配解,而离散设计空间包含 19 个非支配解。非离散设计方法得到的非支配解普遍位于离散设计方法所得解的上方,说明前者能更充分利用设计空间,获得更优化的方案。

帕累托理论多采用 3 种设计点决策策略^[18-19]:①采用可靠度指标最大的设计点,这通常也是成本最高的设计点;②成本最小化,即在满足既定可靠度设计指标的前提下选择成本最低的方案;③在客户或业主未明确表达偏好时,可以采用第三种策略,即选择与乌托邦点最近的膝点。其中后两种策略最为常用,表 1 为离散与非离散设计方法的优选设计结果。可以发现,采用 ANN 方法开展非离散设计,可在满足既定可靠度要求($\beta \geq 2.5$)的前提下取得更低的成本。

3.2 可靠度分析

为明确桩设计参数对边坡可靠度的影响,对桩间距、桩径、桩位置进行参数分析,结果如图 8 所示,其中除 α 、 w/H 外,桩加固边坡参数同第 3.1 节。由图 8(a)可知,增大桩间距使得边坡宽度方向的抵抗力减弱,可靠度指标随之下降,且桩间距较小时降幅尤为明显。因此在原设计桩间距较小时,应慎重增大桩间距。由图 8(b)可知,可靠度指标随桩径的增大呈近似指数增长,其变化规律基本不受 W/H 影响;此外,可靠度指标随边坡宽度增加而显著减小,表明了三维分析的必要性。由图 8(c)可知,可靠度指标大约在 $s_r = 0.7$ 时达到最大值,说明桩宜安装在边坡上部。此外,边坡宽度几乎不影响最佳桩位置。

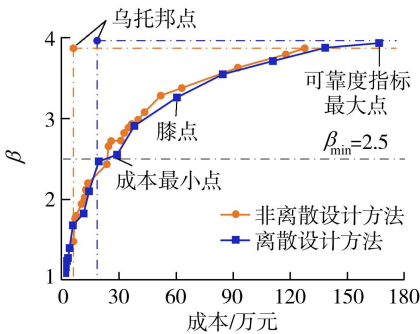


图 7 桩加固边坡设计的帕累托前沿

Fig. 7 Pareto front of pile-reinforced slope design

表 1 帕累托前沿的优选设计结果

Table 1 Preferred design results on Pareto front

决策策略	设计方法	费用/万元	β	s_2/m	D_p/m	s_r
最小成本	非离散	23.9	2.50	1.41	0.52	0.70
	离散	29.1	2.56	1.50	0.60	0.70
膝点	非离散	52.0	3.29	1.03	0.73	0.70
	离散	60.3	3.47	1.80	1.00	0.70

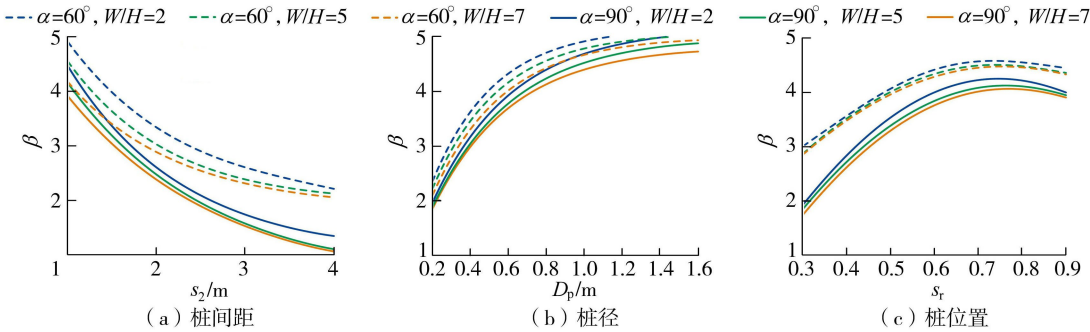


图 8 桩设计参数对桩加固边坡可靠度指标的影响

Fig. 8 Influence of pile design parameters on reliability index of pile-reinforced slope

4 结 论

- a. 提出的桩加固边坡多目标优化设计方法结合极限分析方法与响应面模型,实现了对非离散设计空间的高效覆盖,生成了较为全面的帕累托最优解集,可为多目标决策提供科学依据。
- b. 相对于二阶多项式和多项式混沌展开方法,ANN 方法在桩加固边坡安全系数响应面上具有更好的预测能力。在 2000 个样本预测时的 RMSE 为 0.031 7, R^2 为 0.995 5。
- c. 相较传统离散设计方法,非离散设计方法能够更全面地探索设计可行域,获得更优的设计方案。在最小成本和膝点的偏好设计方案中,非离散设计方法的成本分别下降了约 18% 与 14%。
- d. 边坡可靠度指标随桩径增大呈近似指数增长,随桩间距增加呈非线性下降。可靠度指标随桩位置变化呈单峰特性,最优桩位置通常位于坡面上部($s_r \approx 0.7$)。此外,边坡宽高比对加固效果有显著影响,证实了考虑边坡破坏三维特性的重要性。

参考文献:

[1] 邓东平,彭一航,陈浩宇,等.局部安全系数引入下岩质边坡稳定性分析极限平衡滑面应力法[J].岩石力学与工程学报,2024,43(4):964-985. (Deng Dongping, Peng Yihang, Chen Haoyu, et al. Limit equilibrium method based on stresses of slip surface for stability analysis of rock slope with introduction of local factor of safety[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2024, 43(4): 964-985. (in Chinese))

[2] 张文莲,孙晓云,陈勇,等.基于岩体抗压强度折减的边坡稳定性分析方法[J].岩土力学,2022,43(增刊2):607-615. (Zhang Wenlian, Sun Xiaoyun, Chen Yong, et al. Slope stability analysis method based on compressive strength reduction of rock mass[J]. Rock and Soil Mechanics, 2022, 43(S2): 607-615. (in Chinese))

[3] 薛德敏,李天斌,张帅.基于位移控制的双排桩桩后滑坡推力计算方法[J].岩土工程学报,2023,45(9):1979-1986. (Xue Demin, Li Tianbin, Zhang Shuai. Method for calculating landslide thrusts behind double-row piles based on displacement control [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2023, 45(9): 1979-1986. (in Chinese))

[4] 彭秀华,刘素嘉,张涵轲,等.L型抗滑桩加固土坡特性的离心模型试验与有限元模拟研究[J].工程地质学报,2024,32(1):315-324. (Peng Xiuhua, Liu Sujia, Zhang Hanke, et al. Centrifuge model test and finite element analysis on L-pile reinforced slope[J]. Journal of Engineering Geology, 2024, 32(1): 315-324. (in Chinese))

[5] Hu Yining, Ji Jian, Sun Zhibin, et al. First order reliability-based design optimization of 3D pile-reinforced slopes with Pareto optimality[J]. Computers and Geotechnics, 2023, 162: 105635.

[6] Nazari R A, Ghanbari A. Multi-objective reliability based optimization of reinforced soil slopes with one row of piles under seismic loading conditions[J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2023, 41(2): 653-672.

[7] Tang Huiming, Gong Wenping, Wang Liangqing, et al. Multiobjective optimization-based design of stabilizing piles in earth slopes [J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2019, 43(7): 1516-1536.

[8] Gong Wenping, Tang Huiming, Juang C H, et al. Optimization design of stabilizing piles in slopes considering spatial variability [J]. Acta Geotechnica, 2020, 15(11): 3243-3259.

[9] Huang Yu, He Zhengying, Yashima A, et al. Multi-objective optimization design of pile-anchor structures for slopes based on reliability theory considering the spatial variability of soil properties[J]. Computers and Geotechnics, 2022, 147: 104751.

[10] Liu Xian, Liu Yadong, Li Xueyou, et al. Efficient adaptive reliability-based design optimization for geotechnical structures with multiple design parameters[J]. Computers and Geotechnics, 2023, 162: 105675.

[11] Wang Bowen, Sun Zhibin, Li Yongxin, et al. Efficient global optimization of 3D discretized upper-bound failure mechanisms and its application to RBDO of pile-reinforced slopes with spatial variability[J]. Computers and Geotechnics, 2026, 199: 108339.

[12] 袁家好,鲁祖德,陈从新,等.含双软弱夹层岩质边坡稳定性上限解[J].岩石力学与工程学报,2024,43(2):412-423. (Yuan Jiahao, Lu Zude, Chen Congxin, et al. Stability analysis of rock slopes with double weak interlayers based on upper bound limit analysis[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2024, 43(2): 412-423. (in Chinese))

[13] 张飞,钱子晗,贾世林,等.山区路基局部加筋作用对半挖半填边坡稳定性的影响[J].河海大学学报(自然科学版),2026,54(2):170-176. (Zhang Fei, Qian Zihan, Jia Shilin, et al. Influence of local reinforcement of mountainous roadbed on stability of cut-fill slopes[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2026, 54(2): 170-176. (in Chinese))

[14] Michalowski R L, Drescher A. Three-dimensional stability of slopes and excavations[J]. Géotechnique, 2009, 59(10): 839-850.

[15] 洪勇,邵珠山,石广斌,等.基于三维极限分析法的 GIM 和 SRM 边坡安全系数计算结果对比[J].河海大学学报(自然科学版),2022,50(4):112-120. (Hong Yong, Shao Zhushan, Shi Guangbin, et al. Comparison of GIM and SRM calculated slope safety factor based on three-dimensional limit analysis method[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2022, 50(4): 112-120. (in Chinese))

[16] Ito T, Matsui T, Hong W P. Design method for stabilizing piles against landslide: one row of piles[J]. Soils and Foundations, 1981, 21(1): 21-37.

[17] 张哲铭,李晓瑜,姬建.基于 LS-SVM 的 TBM 掘进参数预测模型[J].河海大学学报(自然科学版),2021,49(4):373-379. (Zhang Zheming, Li Xiaoyu, Ji Jian. TBM excavation parameter prediction model based on LS-SVM method[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2021, 49(4): 373-379. (in Chinese))

[18] Deb K, Gupta S. Understanding knee points in bicriteria problems and their implications as preferred solution principles[J]. Engineering Optimization, 2011, 43(11): 1175-1204.

[19] Khoshnevisan S, Gong Wenping, Wang Lei, et al. Robust design in geotechnical engineering: an update[J]. Georisk: Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards, 2014, 8(4): 217-234.