

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2026.05.023

源荷不确定性扰动下电压波动区间解析分析与越限抑制

黄桦¹, 朱立轩², 余一平³

(1. 南京工程学院电力工程学院; 2. 国网福建省电力有限公司电力科学研究院; 3. 河海大学电气与动力工程学院)

摘要: 针对新能源发电与新型负荷高渗透率引发的节点电压频繁不确定性波动乃至越限问题, 提出一种功率不确定性扰动下的电压波动区间解析计算方法。该方法采用区间模型与非参数化方式表征不确定性, 仅需节点注入功率的扰动区间, 即可通过解析运算快速获得各节点电压的波动区间。在此基础上, 构建以调节代价最小为目标的优化模型, 以确定抑制电压波动的功率调节措施, 进而提出一种电压越限时利用可调负荷的电压波动抑制策略, 使电压恢复至允许范围。IEEE-39节点系统的仿真结果表明, 本文提出的解析计算方法所得电压波动区间上下限的误差在1%左右, 提出的越限抑制策略效果显著。

关键词: 电力系统; 新能源发电; 不确定性扰动; 电压波动; 区间分析; 越限抑制

中图分类号: TM711

文献标志码: A

文章编号: 1000-1980(2026)05-0199-10

Analytic analysis and over-limit mitigation of voltage fluctuation interval under source-load uncertainty

Huang Hua¹, Zhu Lixuan², Yu Yiping³

(1. School of Electric Power Engineering, Nanjing Institute of Technology;

2. Electric Power Research Institute, State Grid Fujian Electric Power Co., Ltd.;

3. School of Electrical and Power Engineering, Hohai University)

Abstract: In view of the frequent uncertain voltage fluctuations and even limit violations at buses caused by the high penetration rate of renewable energy generation and emerging loads, an analytical calculation method for voltage fluctuation intervals under uncertain power disturbances was proposed. This method employed an interval model and a non-parametric approach to characterize uncertainties and could rapidly obtain the voltage fluctuation intervals of each bus through analytical calculations using only the disturbance intervals of bus injected power. On this basis, an optimization model aimed at minimizing the adjustment cost was established to determine the power adjustment measures for mitigating voltage fluctuations, and a voltage fluctuation mitigation strategy utilizing adjustable loads during voltage limit violations was subsequently proposed to restore voltages to the allowable range. Simulation results on the IEEE 39-bus system show that the errors of the upper and lower bounds of the voltage fluctuation intervals obtained by the proposed analytical calculation method are around 1%. Furthermore, the proposed over-limit mitigation strategy is highly effective.

Key words: power system; renewable energy generation; uncertainty disturbance; voltage fluctuation; interval analysis; over-limit mitigation

随着新能源发电与新型负荷占比的持续攀升, 源荷功率扰动日趋显著^[1-2], 进而引发节点电压的频繁波动^[3-6]。电压波动作为衡量电压安全性与电能质量的关键指标, 受源荷功率扰动不确定性的影响, 其变化幅度亦呈现显著的随机特征。因此, 开展不确定性电压波动的分析与抑制研究, 具有重要的现实意义。

现有关于电压波动的研究主要分为稳态、动态两个部分。稳态分析主要关注不确定性潮流的计算方法和优化^[7-8], 动态分析则主要考虑不确定性对暂态电压的影响^[9]。准稳态分析针对慢变扰动(比如新能源功率正常波动), 忽略系统中的快变过程, 并采用代数方程近似描述系统状态变化, 重点关注系统状态与后续

基金项目: 国家自然科学基金项目(52077058)

作者简介: 黄桦(1990—), 女, 讲师, 博士, 主要从事新能源电力系统不确定性分析与控制研究。E-mail: hua.h@njit.edu.cn

通信作者: 余一平(1977—), 男, 教授, 博士, 主要从事新能源电力系统不确定性分析与控制研究。E-mail: yyiping@hhu.edu.cn

状态之间的关系和转换。这种分析方法是潮流计算和全时域动态仿真的一种折中,有效协调了计算速度与精确度两方面的矛盾^[10],可用于慢变扰动下的电压波动分析^[11]。

电力系统中不确定性波动的分析方法,主要有随机分析方法、模糊分析方法和区间分析方法等。其中,随机分析方法使用最多,理论与应用成果均较为丰富。随机分析方法采用准确的概率分布描述实际问题中的不确定性,通过概率分配法、域方法论等对系统运行状态进行评估,计算待求物理量或系统响应的具体概率特征^[12]。然而,新型电力系统中的各种不确定性因素更加复杂,许多情况下无法采用标准概率分布进行表征^[13]。模糊分析方法将模糊数学理论运用于电力系统分析,采用隶属度函数等描述变量的不确定性,适用于多量纲的多目标优化问题求解以及鲁棒控制器设计等^[14]。然而,模糊类数学方法不仅会导致分析模型阶数升高、求解复杂性增加,同时其模糊参数的确定高度依赖专家经验,因而难以有效适应新型电力系统不确定性分析的要求^[15]。数据驱动方法为当前热门的非参数随机分析方法,其借助大量历史数据描述电力系统中的多种不确定性。随着数据测量与人工智能技术的成熟,该方法已能量化评估不确定性因素对高阶电力系统的影响^[16-18]。然而,现有研究多基于低维系统模型且依赖较多理想化假设^[19];此外,数据驱动方法存在物理机理不清晰、计算复杂度高及维数灾难等问题^[20],难以直接应用于实际电力工程。区间分析方法^[21]则综合了上述方法的优势,采用波动区间刻画不确定性,无需额外参数假设,机理清晰、形式简洁。同时,区间分析的表述形式与电压波动问题更为契合,更适用于源荷功率扰动不确定性下电压波动的解析分析。

当前不确定性电压分析研究多集中于稳态或动态场景,易使分析过程过于简化或过度复杂,亟须从准稳态层面深入探究不确定性影响下系统电压波动的演变特性。同时,针对区间扰动下电压越限的抑制策略研究尚不充分,缺乏通用的调控手段。为此,本文针对新型电力系统中新能源有功/无功功率不确定性扰动引发的电压波动问题,提出一种计及功率扰动不确定性的电压波动区间快速分析方法。该方法基于不确定性电流注入模型,通过解析计算为电压安全性评估提供量化依据。在解析电压波动区间的基础上,构建以调节代价最小为目标、含约束条件的优化模型,进而提出电压越限时利用可调负荷调整进行抑制的策略,确保电压在允许区间内运行。借助功率扰动与电压波动的解析关系,可便捷地反推获得越限抑制措施,有效克服传统区间优化控制在求解效率与保守性方面的不足。

1 不确定性扰动下波动区间解析求解方法

区间潮流计算的本质在于求解含区间变量的线性代数方程组^[22]。现有研究多采用区间高斯迭代法、区间 Krawczyk 迭代法及仿射迭代法等数值方法^[23]。然而,这类数值迭代方法普遍存在计算量大、区间扩张明显等问题,尤其在高维系统下,计算复杂度急剧上升,求解效率显著降低。因此,在特定条件下,可探索含区间变量线性代数方程组的解析求解途径。

对于一般的含区间变量的代数方程组,其表达式如下:

$$Ax = b \tag{1}$$

式(1)右侧向量为已知的区间向量即 $b=[b]=[b, \bar{b}]$,其不确定性可来源于新能源和负荷的功率波动等各方面^[24];左侧向量为待求解的区间向量,即 $x=[x]=[x, \bar{x}]$,表示节点电压等。系统矩阵 A 是网络矩阵,为确定性实数矩阵。对式(1)进行解析求解,若 A 并非满秩,可求取其 Moore-Penrose 广义逆矩阵 A_{MP}^{-1} ^[25],将式(1)转化为:

$$x = A_{MP}^{-1}b \tag{2}$$

对于上述采用广义逆进行求解的方法,需作以下两点说明。

a. 矩阵出现非满秩或奇异的典型电网运行场景包括 3 种情况:①无平衡节点或多平衡节点场景,此时系统导纳矩阵存在零特征值;②极端静态电压稳定极限场景(即鞍结分岔点),系统运行于静态电压稳定临界点,其雅可比矩阵发生奇异;③电网解列场景,严重故障导致电网分裂为多个独立子网,全局系统矩阵呈现对角化不满秩。

b. 采用广义逆所得解在数学上等价于最小二乘解,其物理含义包含两方面:①误差最小化,当系统因源荷预测误差等原因不存在严格解析解时,广义逆可使方程残差平方和最小。物理上表现为不平衡功率并非集中于单一节点,而是依据网架的电气距离或权重,在全网范围内分配,使得各节点功率方程不平衡量总和最小,体现全网机组共同承担不平衡量的响应特性。②全网电压/相角波动最小化,在所有可能解中,广义逆

能保证相对偏移的平方和最小。

若采用确定性方法,直接将区间向量 $[\mathbf{b}]$ 的上下界代入计算,所得结果无法构成包含变量 $\mathbf{x}$ 的所有可能解的区间,导致其结果保守且实际应用价值有限。为保证求解的合理性,根据矩阵运算的分配律(叠加原理),将已知的区间向量 $[\mathbf{b}]$ 分解为区间中点和关于原点对称的区间加和形式:

$$[\mathbf{b}] = \mathbf{b}_m + [-\mathbf{b}_r, \mathbf{b}_r] \quad (3)$$

式中: $\mathbf{b}_m$ 为由各量区间中点组成的区间中点向量; $\mathbf{b}_r$ 为对应的区间半径向量。将式(3)的代入式(2),首先求 $\mathbf{x}$ 的区间中点向量:

$$\mathbf{x}_m = \mathbf{A}_{\text{MP}}^{-1} \mathbf{b}_m \quad (4)$$

式中: $\mathbf{x}_m$ 为待求区间向量 $\mathbf{x}$ 的中点向量。其次求 $\mathbf{x}$ 的区间半径向量,由于 $\mathbf{b}_r$ 的元素有正有负,为了保证求 $\mathbf{x}_r$ 时能包含所有可能性,将 $\mathbf{A}_{\text{MP}}^{-1}$ 矩阵中所有元素取绝对值后表达为 $\bar{\mathbf{A}}_{\text{MP}}^{-1}$:

$$\mathbf{x}_r = \bar{\mathbf{A}}_{\text{MP}}^{-1} \mathbf{b}_r \quad (5)$$

由此可得待求区间向量的上下界:

$$\begin{cases} \underline{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_{\text{MP}}^{-1} \mathbf{b}_m - \bar{\mathbf{A}}_{\text{MP}}^{-1} \mathbf{b}_r \\ \bar{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_{\text{MP}}^{-1} \mathbf{b}_m + \bar{\mathbf{A}}_{\text{MP}}^{-1} \mathbf{b}_r \end{cases} \quad (6)$$

由式(6)可知,所提区间解析计算方法只需要简单的矩阵计算便可以获得待求向量的区间边界。本方法不需要迭代,对于高维系统的求解非常简便。对上述逆矩阵的所有元素取绝对值,需要说明的是,这一处理相当于假定各节点功率扰动(不确定性量)在数学上彼此独立且完全解耦。其原因如下:①从区间数学理论视角看,首要目标是求取波动变量的严格上下界。在不引入仿射算术、联合概率分布等复杂参量的前提下,直接对矩阵元素取绝对值并叠加,能够保证所得区间半径包络所有可能的不确定性组合。②从电网安全预防调度视角看,不确定性分析的核心目的在于量化风险并提供安全裕度。假定各节点扰动相互独立并取绝对值叠加,本质上是最恶劣场景分析,可保障不确定性分析结果的鲁棒性。③从工程应用视角看,考虑相关性会引入高维非线性运算或复杂的协方差矩阵计算,显著增加求解耗时,甚至导致求解失败。式(5)的线性化处理具有较高的计算效率,并能获得确保不越限的安全边界,对于大规模电力系统在线不确定性分析等场景具有较好的实用性。

2 不确定性扰动下电压波动区间分析

2.1 电压波动区间分析模型

随着现代社会经济的发展,高质量电能供应要求电压波动保持在允许范围内。在实时调度框架下,希望能基于当前时刻电压实测值与下一时刻(如5 min后)的功率预测值,预测下一时刻电压的波动范围,并对潜在电压越限风险进行预警和抑制。现有研究通常采用功率灵敏度分析方法计算功率扰动引起的电压波动^[26]。然而,节点功率与电压之间呈非线性关系,导致功率灵敏度方法在线性化过程中误差较大;而节点电压与注入电流之间为线性关系,可直接将两者的线性化关系代入系统。因此,本文基于注入电流灵敏度,解析分析区间不确定性影响下的电压波动^[27]。由基尔霍夫定律,任意节点 i 处的注入电流为^[28]:

$$\dot{I}_i = Y_{si} \dot{U}_i + \sum_{j \in N_i} Y_{ij} (\dot{U}_i - \dot{U}_j) \quad (7)$$

式中: $\dot{I}_i$ 为节点 i 的注入电流; $\dot{U}_i$ 、 $\dot{U}_j$ 分别为节点 i 和节点 j 的电压; Y_{si} 为对地支路导纳; Y_{ij} 为节点 i 与节点 j 之间的互导纳; N_i 为与节点 i 相邻的节点集合。

将式(7)取共轭后左乘节点 i 的电压 $\dot{U}_i$,可以得到节点功率方程。再将所得方程的有功及无功部分分别除以当前时刻的标量电压 U_i ,便可得到节点对应的注入有功电流 I_{Pi} 和无功电流 I_{Qi} :

$$I_{Pi} = \dot{U}_i \sum_{j \in N_i} G_{ij} - \sum_{j \in N_i} U_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (8)$$

$$I_{Qi} = -U_i B_{si} - U_i \sum_{j \in N_i} B_{ij} + \sum_{j \in N_i} U_j (B_{ij} \cos \theta_{ij} + G_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (9)$$

式中: G_{ij} 、 B_{ij} 分别为节点 i 和节点 j 间的联络线电导和电纳; B_{si} 为节点 i 对地电纳; θ_{ij} 为节点 i 和节点 j 间相角。在电流方程中,节点电压与注入电流间为线性关系,故将电流方程线性化的误差比功率方程更小。将

式(8)(9)在平衡点处线性化并假设网络中存在 m 个 PQ 节点和 n 个 PV 节点,则各节点无功及有功电流的变化量可表达如下:

$$\Delta I_{Q(PQ-node)} = B_B \Delta U_{(PQ-node)} + B_A \Delta \theta_{(PQ-node)} \tag{10}$$

$$\Delta I_{P(PQ,PV-node)} = B_C \Delta U_{(PQ,PV-node)} + B_D \Delta \theta_{(PQ,PV-node)} \tag{11}$$

式中: $\Delta I_{Q(PQ-node)}$ 为 PQ 节点无功电流的变化量; $\Delta I_{P(PQ,PV-node)}$ 为 PQ 及 PV 节点有功电流的变化量; B_A 、 B_B 、 B_C 、 B_D 为系数矩阵; $\Delta U_{(PQ-node)}$ 、 $\Delta U_{(PQ,PV-node)}$ 分别为 PQ 节点、PQ 及 PV 节点的电压幅值变化量; $\Delta \theta_{(PQ-node)}$ 、 $\Delta \theta_{(PQ,PV-node)}$ 分别为 PQ 节点、PQ 及 PV 节点电压相位变化量。各系数矩阵元素的计算表达式如下:

$$B_{Bij} = \begin{cases} -\sum_{j \in N_i} B_{ij} - B_{si} & i = j \\ B_{ij} \cos \theta_{ij} + G_{ij} \sin \theta_{ij} & i \neq j \end{cases} \tag{12}$$

$$B_{Aij} = \begin{cases} \sum_{j \in N_i} U_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} - B_{ij} \sin \theta_{ij}) & i = j \\ U_j (B_{ij} \sin \theta_{ij} - G_{ij} \cos \theta_{ij}) & i \neq j \end{cases} \tag{13}$$

$$B_{Cij} = \begin{cases} \sum_{j \in N_i} G_{ij} & i = j \\ -G_{ij} \cos \theta_{ij} - B_{ij} \sin \theta_{ij} & i \neq j \end{cases} \tag{14}$$

$$B_{Dij} = \begin{cases} -\sum_{j \in N_i} U_j (B_{ij} \cos \theta_{ij} - G_{ij} \sin \theta_{ij}) & i = j \\ -U_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) & i \neq j \end{cases} \tag{15}$$

设下一时刻有功功率波动预测范围为 $[\Delta P] = [\Delta P, \Delta \bar{P}]$,对应的有功电流波动预测范围为 $[\Delta I_P]$;无功功率波动预测范围为 $[\Delta Q] = [\Delta Q, \Delta \bar{Q}]$,对应的无功电流波动预测范围为 $[\Delta I_Q]$;引起的电压波动预测范围也将表现为区间形式,分别表示为 $[\Delta U] = [\Delta U, \Delta \bar{U}]$ 和 $[\Delta \theta] = [\Delta \theta, \Delta \bar{\theta}]$ 。将式(10)和(11)改写为矩阵形式,可以得到不确定性功率扰动与电压波动的方程,表征为一线性区间方程组:

$$\begin{bmatrix} \Delta I_Q \\ \Delta I_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_B & B_A \\ B_C & B_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U \\ \Delta \theta \end{bmatrix} \tag{16}$$

其中,节点 i 处注入电流与功率和电压的关系如下:

$$\begin{cases} [\Delta I_{Pi}] = [\Delta P_i] / U_i \\ [\Delta I_{Qi}] = [\Delta Q_i] / U_i \end{cases} \tag{17}$$

式中: $[\Delta P_i]$ 、 $[\Delta Q_i]$ 为有功、无功功率波动在下一时刻的区间预测值; $[\Delta I_{Pi}]$ 、 $[\Delta I_{Qi}]$ 为有功、无功电流波动在下一时刻的区间预测值。需要指出的是,严格来说应该采用潮流方程,但由于功率与电压之间的非线性关系将导致无法解析求解。这里将下一时刻功率预测值除当前时刻电压实际值获得电流预测值相当于近似的滚动预测,由于前后两个点电压相差不大,所以引入的误差也不大。

2.2 电压波动区间滚动解析方法

将下一时刻源荷功率的区间预测值作为已知输入量,通过代入方程计算获得输出变量即电压的波动区间,以此定量分析下一时刻的电压波动情况。如此逐步往前推进,便可实现电压波动区间的滚动分析。由于式(16)中的系统雅可比矩阵 B 为常数矩阵且一般并非满秩,可求取其广义逆矩阵,将式(16)转化为如下形式:

$$\begin{bmatrix} \Delta U \\ \Delta \theta \end{bmatrix} = B_{MP}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta I_Q \\ \Delta I_P \end{bmatrix} \tag{18}$$

式中: B_{MP}^{-1} 为矩阵 B 的 Moore-Penrose 广义逆矩阵。

进一步按式(3)将区间扰动量分解为区间中点和半径区间的加和形式:

$$\begin{cases} [\Delta I_Q] = \Delta I_{Qm} + [-\Delta I_{Qr}, \Delta I_{Qr}] \\ [\Delta I_P] = \Delta I_{Pm} + [-\Delta I_{Pr}, \Delta I_{Pr}] \end{cases} \tag{19}$$

式中: ΔI_{Qm} 、 ΔI_{Pm} 分别为区间向量 $[\Delta I_Q]$ 和 $[\Delta I_P]$ 的区间中点; ΔI_{Qr} 、 ΔI_{Pr} 为对应的区间半径。

按式(4)和(5)分别求解电压和相角的区间中点及半径:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{\Delta U}_m \\ \hat{\Delta \theta}_m \end{bmatrix} &= B_{MP}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{\Delta I}_{Qm} \\ \hat{\Delta I}_{Pm} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \hat{\Delta U}_r \\ \hat{\Delta \theta}_r \end{bmatrix} &= \bar{B}_{MP}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{\Delta I}_{Qr} \\ \hat{\Delta I}_{Pr} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (20)$$

将式(20)中得到的区间结果叠加,即可得到电压波动区间上下界的解析解:

$$\begin{bmatrix} \hat{\Delta U}_- \\ \hat{\Delta \theta}_- \end{bmatrix} = B_{MP}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{\Delta I}_{Qm} \\ \hat{\Delta I}_{Pm} \end{bmatrix} - \bar{B}_{MP}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{\Delta I}_{Qr} \\ \hat{\Delta I}_{Pr} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\Delta U}_+ \\ \hat{\Delta \theta}_+ \end{bmatrix} = B_{MP}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{\Delta I}_{Qm} \\ \hat{\Delta I}_{Pm} \end{bmatrix} + \bar{B}_{MP}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{\Delta I}_{Qr} \\ \hat{\Delta I}_{Pr} \end{bmatrix} \quad (22)$$

综上,电压波动区间滚动解析分析的具体步骤如下:①基于给定的系统参数,进行稳态潮流计算,确定当前时刻电压实际值;②以该稳态运行点为基准点,构建如式(10)(11)所示的系统线性化模型,并求解式(16)中的雅可比矩阵 B ;③根据下一时刻功率扰动区间预测值 $[\Delta P_i]$ 、 $[\Delta Q_i]$,并除以当前时刻电压实际值 U_i ,获得电流扰动区间预测值 $[\Delta I_{Pi}]$ 、 $[\Delta I_{Qi}]$;④基于式(21)与(22),求解电压的波动区间 $[\Delta U]$ 。

3 不确定性扰动下电压波动越限抑制

基于解析分析方法可以获得电压区间,如果越限则发出预警,并提前做好控制预案进行抑制,从而将电压维持在允许范围内。由于各节点相互耦合,若某些节点电压越限,也可能是受到了其他节点的影响。因此,需要识别关键节点并评估其功率调控对抑制电压越限的效果。在分析该问题时,应当根据实际需求设定指标,找到最合适的区间解向量,使其在满足区间线性方程组的同时达到指标最优。具体而言,应当将有功和无功功率波动量优化为新的区间变量,以在满足所提最优条件的同时实现电压的波动抑制,将系统所有节点的电压调节至允许范围内。基于该思路,将区间不确定性电压的波动抑制问题转化为一个区间优化问题:

$$\begin{aligned} & \min J(\mathbf{x}, \mathbf{u}, [\xi]) \\ & \text{s. t. } \begin{cases} g(\mathbf{x}, \mathbf{u}, [\xi]) = 0 \\ h(\mathbf{x}, \mathbf{u}, [\xi]) \leq h_{\max} \end{cases} \end{aligned} \quad (23)$$

式中: $\mathbf{x}$ 为前述电压波动向量; $\mathbf{u}$ 为系统调节向量,比如储能、需求响应等; $[\xi]$ 为不确定性扰动量; $J(\cdot)$ 为待优化的目标函数,常取经济指标、耗能总和等; g 为该模型需要满足的等式约束,包括系统的稳态潮流、功率平衡关系等; h 为不等式约束,常包含输入输出功率的边界约束等; $h_{\max}$ 为不等式约束对应的允许上限向量。

对于计及区间不确定性波动的电力系统优化问题,将功率区间向量 $[\Delta P]$ 和 $[\Delta Q]$ 作为调节向量,目标函数 J 为总的功率控制代价,即

$$J = \sum_{i \in C_1} \beta_{Qi} (|\Delta Q_{ia} - \Delta Q_{ib}| + |\Delta \bar{Q}_{ia} - \Delta \bar{Q}_{ib}|) + \sum_{i \in C_2} \beta_{Pi} (|\Delta P_{ia} - \Delta P_{ib}| + |\Delta \bar{P}_{ia} - \Delta \bar{P}_{ib}|) \quad (24)$$

式中: ΔP_{ib} 、 ΔP_{ia} 和 $\Delta \bar{P}_{ia}$ 、 $\Delta \bar{P}_{ib}$ 分别为波动抑制前、后节点 i 的负荷有功调节量上、下界; ΔQ_{ib} 、 ΔQ_{ia} 和 $\Delta \bar{Q}_{ib}$ 、 $\Delta \bar{Q}_{ia}$ 分别为波动抑制前、后节点 i 的负荷无功调节量上、下界; β_{Qi} 、 β_{Pi} 为调节单价; C_1 为 PQ 节点集合; C_2 为 PQ 及 PV 节点组成的集合。需要说明的是,实际中不同类型调节措施、不同负荷节点的调节代价、不同机组的启停成本等存在明显差异。这里作为起步性研究而且是为了说明求解方法有效性,所做的近似假设包括:调节类型只考虑可调负荷节点、各负荷节点的调节成本相同(即 β_{Qi} 、 β_{Pi} 均取 1)。上述近似假设尚显粗糙,后续研究将对此进一步细化,考虑不同类型调节措施、不同负荷节点等因素在调节代价上的差异。

优化问题式(23)中等式约束 g 为考虑当前状态系统的稳态潮流以及前文所述基于稳态平衡点、计及区间不确定性的电流注入关系;而不等式约束 h 为电压波动允许区间,根据 GB/T 12325—2008《电能质量 供电电压偏差》规定,35 kV 及以上供电电压正、负偏差绝对值之和不超过标称电压的 10%,本文设定各节点电压允许的波动区间为 $[0.95p. u., 1.05p. u.]$ 。结合式(21)(22)的区间算法,可将准稳态电压幅值的不等式约束表达如下:

$$0.95 \leq U_i + [\Delta U_i] \leq 1.05 \quad (i \in C_1) \quad (25)$$

除设定的电压波动区间限制外,为保证抑制前后节点输出或输入功率在实际调度中合理可行、负荷调度量充足,还应根据实际情况,使各节点优化前后负荷有功、无功功率保持在允许范围内。该约束可表达如下:

$$\begin{cases} \underline{Q}_i \leq Q_i + [\Delta Q_{ib}] \leq \bar{Q}_i \\ \underline{Q}_i \leq Q_i + [\Delta Q_{ia}] \leq \bar{Q}_i \end{cases} \quad (i \in C_1)$$

(26)

$$\begin{cases} \underline{P}_i \leq P_i + [\Delta P_{ib}] \leq \bar{P}_i \\ \underline{P}_i \leq P_i + [\Delta P_{ia}] \leq \bar{P}_i \end{cases} \quad (i \in C_2)$$

(27)

式中: $\underline{P}_i$ 、 $\bar{P}_i$ 分别为各节点负荷有功功率的允许下限和上限; $\underline{Q}_i$ 、 $\bar{Q}_i$ 分别为各节点负荷无功功率的允许下限和上限。

综合上述目标函数和节点电压、功率区间等约束,即可对系统准稳态电压进行波动抑制。为求解该区间控制优化问题并评估节点功率对电压的影响,还应考虑各种不同的功率调节方式,适当选择决策变量,分别对各个节点的负荷功率变化情况进行分析。

4 算例验证

4.1 电压波动区间分析验证

算例系统采用 IEEE-39 节点标准测试系统,系统的拓扑结构如图 1 所示,具体数据见文献[29]。扰动设置为:电源和负荷节点的有功与无功功率发生扰动,其区间范围假设为稳态值的正负 20%,均为标么值。

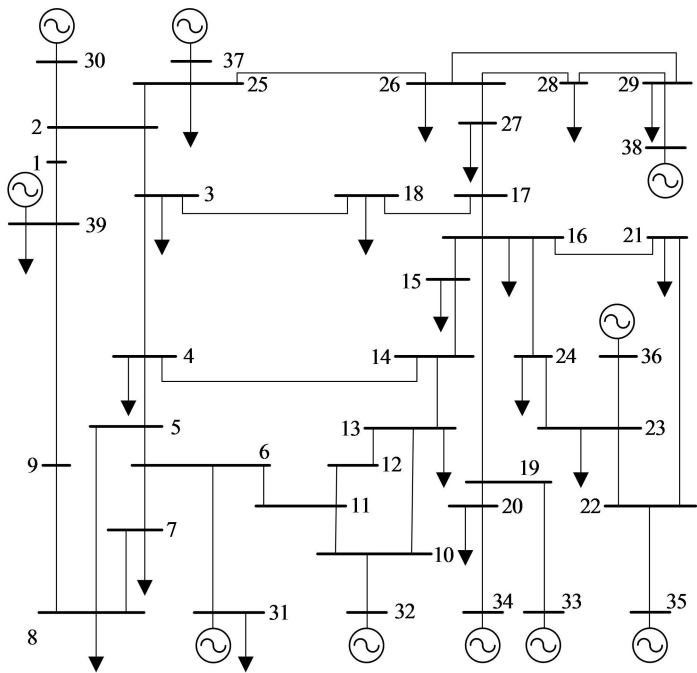


图 1 IEEE-39 节点系统
Fig. 1 IEEE 39-bus system

鉴于蒙特卡罗方法在不确定性分析中具有通用性和基础性,本文首先采用蒙特卡罗方法进行仿真,设置仿真次数为 50 000 次,并将所得结果作为检验本文方法的参考基准。考虑到区间分析方法不涉及功率扰动的具体分布函数及其参数,为简便起见,假设功率扰动在其区间内服从均匀分布。随后,采用本文第 2 节所述解析方法计算电压波动范围,两种方法的对比结果如表 1 所示。本文区间算法求得的电压区间完全涵盖了蒙特卡罗法的仿真结果,且区间冗余度较小,验证了该方法的有效性。本文区间算法所得电压波动区间比蒙特卡罗法稍大,但整体结果非常接近,电压波动上下限的误差在 1% 左右,最大不超过 2%。在设置相同情况下,本文区间算法仿真结果与文献[24]区间分析方法相比,电压波动误差更小。值得指出的是,蒙特卡罗方法需进行大量次数的随机采样,计算负担沉重。相比之下,本文区间算法仅涉及基本的矩阵运算,计算效率极高,更适用于在线分析与快速评估。对于更大规模的电网,本文区间算法在计算效率上的优势将更为突出。

表 1 本文区间算法与蒙特卡罗法计算结果对比

节点编号	U_i	U_i 上限			U_i 下限		
		蒙特卡罗方法	本文区间算法	误差/%	蒙特卡罗方法	本文区间算法	误差/%
1	1.039 4	1.044 4	1.047 9	0.335 1	1.034 5	1.030 9	0.348 0
2	1.048 5	1.055 8	1.063 3	0.710 4	1.041 4	1.033 7	0.739 4
3	1.030 7	1.042 0	1.053 3	1.084 5	1.019 5	1.008 1	1.118 2
4	1.004 5	1.024 1	1.039 0	1.454 9	0.985 9	0.970 0	1.612 7
5	1.006 0	1.028 1	1.043 7	1.517 4	0.984 2	0.968 3	1.615 5
6	1.008 2	1.030 3	1.046 0	1.523 8	0.986 3	0.970 4	1.612 1
7	0.998 4	1.022 1	1.037 6	1.516 5	0.974 8	0.959 2	1.600 3
8	0.997 9	1.021 2	1.036 3	1.478 7	0.974 3	0.959 5	1.519 0
9	1.038 3	1.049 9	1.056 6	0.638 2	1.026 8	1.020 0	0.662 3
10	1.017 8	1.036 0	1.050 0	1.351 4	0.999 6	0.985 6	1.400 6
11	1.013 4	1.033 3	1.048 3	1.451 7	0.993 5	0.978 5	1.509 8
12	1.000 8	1.021 7	1.040 5	1.840 1	0.977 7	0.961 1	1.697 9
13	1.014 9	1.033 4	1.048 4	1.451 5	0.996 4	0.981 4	1.505 4
14	1.012 3	1.030 1	1.045 3	1.475 6	0.995 2	0.979 3	1.597 7
15	1.016 2	1.032 3	1.046 1	1.336 8	0.999 2	0.986 3	1.291 0
16	1.032 5	1.047 5	1.060 4	1.231 5	1.017 7	1.004 6	1.287 2
17	1.034 2	1.048 3	1.058 6	0.982 5	1.021 6	1.009 8	1.155 1
18	1.031 6	1.044 7	1.055 1	0.995 5	1.019 5	1.008 1	1.118 2
19	1.050 1	1.058 2	1.065 1	0.652 1	1.042 1	1.035 1	0.671 7
20	0.991 0	0.997 5	1.002 3	0.481 2	0.984 3	0.979 7	0.467 3
21	1.032 3	1.047 5	1.059 8	1.174 2	1.017 0	1.004 8	1.199 6
22	1.050 1	1.060 1	1.069 1	0.849 0	1.039 7	1.031 1	0.827 2
23	1.045 1	1.056 4	1.066 0	0.908 7	1.033 5	1.024 2	0.899 9
24	1.038 0	1.054 0	1.066 9	1.223 9	1.022 1	1.009 1	1.271 9
25	1.057 7	1.082 5	1.098 8	1.505 8	1.032 6	1.016 6	1.549 5
26	1.052 6	1.071 6	1.088 1	1.539 8	1.033 3	1.017 1	1.567 8
27	1.038 3	1.054 2	1.068 4	1.347 0	1.021 9	1.008 2	1.340 6
28	1.050 4	1.067 9	1.080 3	1.161 2	1.033 2	1.020 5	1.229 2
29	1.050 1	1.063 8	1.072 9	0.855 4	1.036 5	1.027 3	0.887 6

4.2 电压波动越限抑制验证

基于 IEEE-39 节点系统对不同目标函数及波动抑制约束下的系统区间优化算例进行分析。相关优化问题选用 Matlab 中的 yalmip 函数库及 Cplex 求解器进行求解。需要说明的是,由于 matpower 中 39 节点系统的潮流结果中已经有部分节点(节点 2、9 等)的电压幅值大于 1.05 p. u.,故本节波动抑制相关仿真均考虑系统节点电压波动越上限的情况。仿真分析得到的波动抑制规律和特性在节点电压越下限或越上、下限均存在的情况下也适用。后续仿真分析都分为抑制前后节点的电压波动对比和节点有功、无功功率波动变化 2 个部分。本节通过 PQ 调节无限制、PQ 调节有限制两个场景进行分析。

4.2.1 PQ 调节无限制

选取目标函数式(24)、约束式(25),各节点负荷有功和无功功率均参与调节而且无限制。波动抑制前后区间不确定性扰动下电力系统各节点准稳态电压幅值的对比如图 2 所示,可见控制前节点 2、3、9、16~19、21~29 的电压已经越限,在引入本文所提波动抑制策略后,系统中各节点的电压不再越限,均被限制在允许的波动范围[0.95p. u., 1.05p. u.]内。

由图 3 可知,当有功与无功功率共同参与平抑不确定性功率波动引起的系统电压越限时,倾向于优先调节负荷无功功率,其中节点 23、25 和 28 等的调节幅度较大。这是因为输电系统中线路电阻 R 远小于电抗 X ,越限节点电压与其邻近节点的无功功率密切相关,通过增加负荷无功功率可降低电压,从而有效抑制

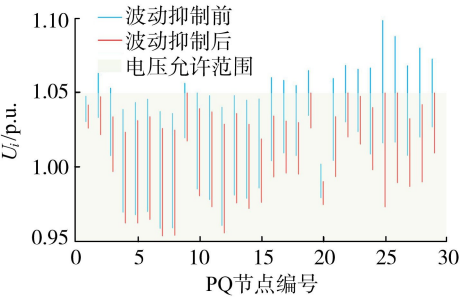


图 2 PQ 调节无限制场景下波动抑制前后各 PQ 节点电压波动区间对比

Fig. 2 Comparison of voltage fluctuation intervals of PQ buses before and after fluctuation mitigation without PQ adjustment limits

电压越上限波动。而调节有功功率会影响负荷节点的用户用电,但当无功调节能力不足或无功资源受限时,则需引入有功功率参与协同调节。需要指出的是,在实际工程中,多数节点的功率并不能无限地增加或减少,因此还需适当考虑波动抑制前后各节点负荷功率的大小及比例关系,以确保抑制策略切实可行。

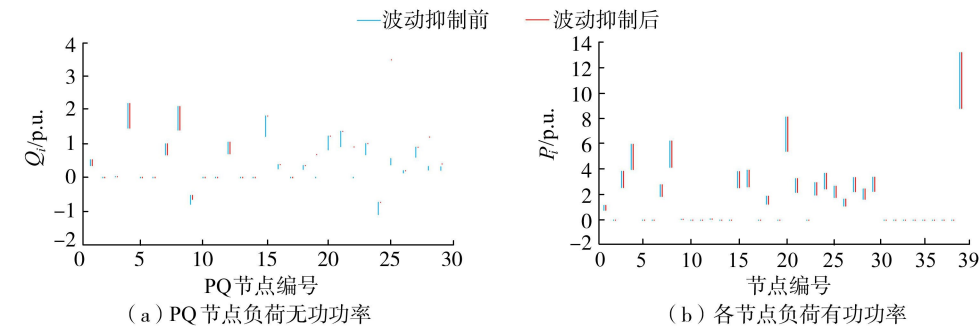


图3 PQ调节无限制场景下波动抑制前后节点功率区间对比

Fig. 3 Comparison of power intervals of buses before and after fluctuation mitigation without PQ adjustment limits

4.2.2 PQ调节有限制

选取目标函数式(24)、约束式(25)~(27),各节点负荷有功和无功功率均参与调节,但限制在 $[0.7P_i, 1.3P_i]$ 和 $[0.7Q_i, 1.3Q_i]$ 范围内。由图4可知,原先受功率不确定性波动影响而越限的节点电压得到了有效抑制,均被限制在了允许范围内。由图5可知,与PQ调节无限制场景不同,在限定各节点功率区间范围后,优化结果中不再出现负荷功率激增或骤减的节点。然而,受无功储备限制或不足的影响,在PQ调节受限场景下,各节点有功功率开始参与波动抑制。由于39节点算例中各节点的有功储备量明显大于无功储备,有功功率的调节幅度逐渐增大。在负荷有功参与准稳态电压波动抑制的过程中,最优抑制策略并不会直接选择有功可调范围最大的发电机节点39,而是将有功调节电压的任务分配给各节点共同承担,发电机节点与普通节点在功能上并无明显区别。总体而言,无论是负荷有功还是无功功率,在抑制准稳态电压波动时,其原先的波动区间值均被调节为点值,且基本较抑制前略有增加,以应对系统电压越限。值得一提的是,虽然上述各仿真给出的抑制策略均涉及负荷功率区间,但其数值可正可负,不仅包含负荷侧变化,也可表征新能源发电出力等源侧不确定性波动特性。

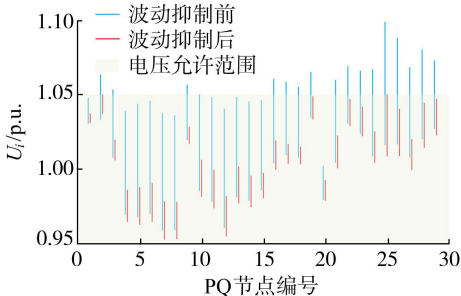


图4 PQ调节有限制场景下波动抑制前后PQ节点电压波动区间对比

Fig. 4 Comparison of voltage fluctuation intervals of PQ buses before and after fluctuation mitigation with PQ adjustment limits

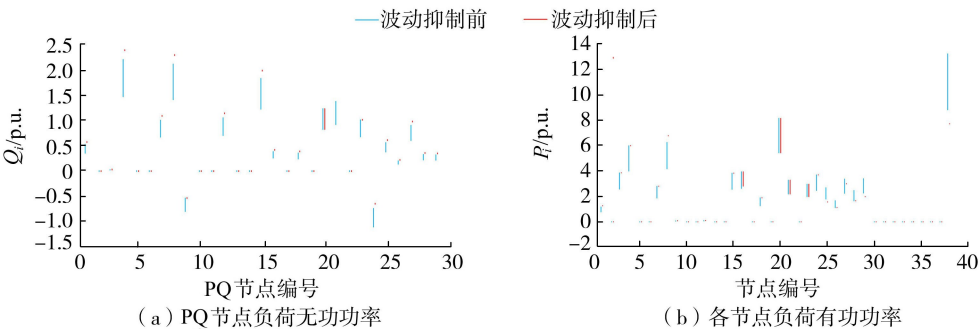


图5 PQ调节有限制场景下波动抑制前后各节点功率区间对比

Fig. 5 Comparison of power intervals of buses before and after fluctuation mitigation with PQ adjustment limits

5 结语

针对新能源发电和新型负荷等功率不确定性扰动引发的节点电压波动问题,通过滚动方式将功率扰动

近似转化为电流注入,提出了节点电压波动区间的解析量化方法,并进一步提出了电压波动越限时的抑制策略。基于 IEEE-39 节点系统算例,验证了所提电压波动区间解析方法和越限抑制策略的有效性。结果表明,由于输电系统中越限节点电压与邻近节点无功功率之间的灵敏度较高,调节负荷无功功率抑制电压波动的效果显著;但当无功调节能力不足或难以满足需求时,各节点的有功功率也需协同参与调压。本文研究基于部分理想化假设,鉴于实际电网功率波动特性、各类设备及网络结构的复杂性,未来研究需采用实际功率扰动数据,并在更大规模的实际电网系统中进一步验证所提方法的工程适用性与有效性。

参考文献:

[1] 黄显峰,谢洋,冉超越,等. 考虑多重不确定性的水光互补中长期优化调度研究[J/OL]. 河海大学学报(自然科学版), 2026-05-25. <https://link.cnki.net/urlid/32.1117.tv.20260525.1247.006>. (Huang Xianfeng, XieYang, RanChaoyue, et al. Research on medium-and long-term optimal scheduling of hydro-PV complementary systems considering multiple uncertainties[J/OL]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2026-05-25 . <https://link.cnki.net/urlid/32.1117.tv.20260525.1247.006>. (in Chinese))

[2] 孙铭萌,秦川,唐颖 等. 基于特性指标聚类的海洋能发电场景简约与容量优化配置[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2026,54(4):21-29. (Sun Yimeng, Qin Chuan, Tang Ying, et al. Simplification of ocean energy power generation scenarios and optimal capacity allocation based on characteristic index clustering[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2026,54(4):21-29. (in Chinese))

[3] 李夫刚,李夫海,琚承乾,等. 新能源不确定性表征方法及关键技术问题研究现状、挑战及展望[J]. 电力系统保护与控制, 2025,53(15):172-187. (Li Fugang, Li Fuhai, Ju Chengqian, et al. Methods for characterizing renewable energy uncertainty and key technical issues: research status, challenges, and prospects[J]. Power System Protection and Control, 2025,53(15):172-187. (in Chinese))

[4] 黄冬梅,吴冰,时帅,等. 基于 CEEMDAN-SAOA 的平抑风电波动混合储能系统定容优化配置[J]. 电力系统保护与控制, 2025,53(15):59-70. (Huang Dongmei, Wu Bing, Shi Shuai, et al. Capacity optimization of a hybrid energy storage system for wind power fluctuation suppression based on CEEMDAN-SAOA[J]. Power System Protection and Control, 2025,53(15):59-70. (in Chinese))

[5] 郭敬梅,盛超,余超耘,等. 一种用于非平衡分布式微网的双重灵活模型预测功率控制方法[J]. 电力系统保护与控制, 2024,52(23):107-118. (Guo Jingmei, Sheng Chao, Yu Chaoyun, et al. A dual flexible model predictive power control method for unbalanced distributed microgrids[J]. Power System Protection and Control, 2024,52(23):107-118. (in Chinese))

[6] Mokred S, Wang Yifei, Chen Tiancong. A novel collapse prediction index for voltage stability analysis and contingency ranking in power systems[J]. Protection and Control of Modern Power Systems, 2023,8(1):112-138.

[7] 于佰建,陈卓尔,宋长城,等. 基于改进萤火虫算法的含多种新能源地区电网的无功电压优化[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2024,52(5):93-100. (Yu Baijian, Chen Zhuoer, Song Changcheng, et al. Reactive power and voltage optimization based on improved firefly algorithm in regional power grids with a variety of new energies[J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences), 2024,52(5):93-100. (in Chinese))

[8] 郭金鹏,邹犇,潘学萍,等. 计及新能源电力系统多运行场景和多优化目标的无功补偿装置选址定容研究[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2026,54(4):116-124. (Guo Jinpeng, Zou Luo, Pan Xueping, et al. Research on siting and sizing of reactive power compensation devices considering multiple operating scenarios and multiple optimization objectives in new energy power systems[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2026,54(4):116-124. (in Chinese))

[9] 曹武,杨铭,胡波,等. 基于构网变流器的新能源场站暂态电压分散协同控制策略[J]. 电力系统保护与控制, 2025,53(14):1-12. (Cao Wu, Yang Ming, Hu Bo, et al. Transient voltage decentralized cooperative control strategy of renewable energy station based on the grid forming converter[J]. Power System Protection and Control, 2025,53(14):1-12. (in Chinese))

[10] 夏冰清,申丹枫,郑翔,等. 基于准稳态模型的中长期电压稳定轨迹多项式逼近方法[J]. 电力系统自动化, 2020,44(8):116-123. (Xia Bingqing, Shen Danfeng, Zheng Xiang, et al. Quasi-steady-state model based polynomial approximation method of medium-and long-term voltage stability trajectory[J]. Automation of Electric Power Systems, 2020,44(8):116-123. (in Chinese))

[11] Rimorov D, Kamwa I, Joós G. Quasi-steady-state approach for analysis of frequency oscillations and damping controller design [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2015,31(4):3212-3220.

[12] 周海强,鞠平,薛禹胜,等. 基于拟哈密顿理论的随机电力系统暂态稳定性分析[J]. 电力系统自动化, 2016,40(19):9-14. (Zhou Haiqiang, Ju Ping, Xue Yusheng, et al. Transient stability analysis of stochastic power system based on Quasi-Hamiltonian

system theory[J]. Automation of Electric Power Systems,2016,40(19):9-14. (in Chinese))

[13] Wan Can, Xu Zhao, Pierre P, et al. Optimal prediction intervals of wind power generation[J]. IEEE Transactions on Power Systems,2013,29(3):1166-1174.

[14] Chang Xiaoheng, Wang Yiming. Peak-to-peak filtering for networked nonlinear DC motor systems with quantization[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics,2018,14(12):5378-5388.

[15] Shanmugam L, Joo Y H. Stability and stabilization for T-S fuzzy large-scale interconnected power system with wind farm via sampled-data control[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems,2020,51(4):2134-2144.

[16] 冯斌, 胡轶婕, 黄刚, 等. 基于深度强化学习的新型电力系统调度优化方法综述[J]. 电力系统自动化, 2023, 47(17): 187-199. (Feng Bin, Hu Yijie, Huang Gang, et al. Review on optimization methods for new power system dispatch based on deep reinforcement learning[J]. Automation of Electric Power Systems, 2023, 47(17): 187-199. (in Chinese))

[17] Nduka O S, Ahmadi A R. Data-driven robust extended computer-aided harmonic power flow analysis[J]. IET Generation, Transmission & Distribution,2020,14(20):4398-4409.

[18] Yang Jingxian, Zhang Shuai, Xiang Yue, et al. LSTM auto-encoder based representative scenario generation method for hybrid hydro-PV power system[J]. IET Generation, Transmission & Distribution,2020,14(24):5935-5943.

[19] Tang Hao, Wang Shiping, Chang Kejun, et al. Intra-day dynamic optimal dispatch for power system based on deep Q-learning[J]. IEEE Transactions on Electrical and Electronic Engineering,2021,16(7):954-964.

[20] Liu Yanli, Shi Xuejing, Xu Yan. A hybrid data-driven method for fast approximation of practical dynamic security region boundary of power systems[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems,2020,117:105658.

[21] Moore R E, Kearfott R B, Cloud M J. Introduction to interval analysis[M]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics,2009.

[22] 廖小兵, 刘开培, 乐健, 等. 电力系统区间潮流计算方法综述[J]. 中国电机工程学报, 2019, 39(2): 447-458. (Liao Xiaobing, Liu Kaipei, Le Jian, et al. Review on interval power flow calculation methods in power system[J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39(2): 447-458. (in Chinese))

[23] Siahlooei E, Fazeli S A S. Two iterative methods for solving linear interval systems[J]. Applied Computational Intelligence and Soft Computing,2018,2018:2797038.

[24] 彭琰, 余一平, 鞠平, 等. 计及不确定性的电力系统电压波动分析方法[J]. 电力自动化设备, 2017, 38(8): 137-142. (Peng Yan, Yu Yiping, Ju Ping, et al. Voltage fluctuation analysis method considering uncertainties of power system[J]. Electric Power Automation Equipment, 2017, 38(8): 137-142. (in Chinese))

[25] Chen Yang, Zuo Kezheng, Fu Zhimei. New characterizations of the generalized Moore-Penrose inverse of matrices[J]. AIMS Mathematics,2022,7(3):4359-4375.

[26] Hiskens I A, Alseddiqui J. Sensitivity, approximation, and uncertainty in power system dynamic simulation[J]. IEEE Transactions on Power Systems,2006,21(4):1808-1820.

[27] Zhang Junbo, Zheng Xiangtian, Wang Zejing, et al. Power system sensitivity identification-Inherent system properties and data quality[J]. IEEE Transactions on Power Systems,2016,32(4):2756-2766.

[28] 彭琰. 功率随机波动下电压波动分析[D]. 南京: 河海大学, 2018.

[29] ICSEG. IEEE 39-Bus System[EB/OL]. [2025-12-03]. <http://icseg.iti.illinois.edu/ieee-39-bus-system>.

(收稿日期: 2025 - 12 - 04 编辑: 刘晓艳)