

基于序期望效用的洪水保险需求研究

吴秀君¹, 王先甲²

(1. 江汉大学数学与计算机科学学院, 湖北 武汉 430056; 2. 武汉大学系统工程研究所, 湖北 武汉 430072)

摘要:在序期望效用决策框架下对洪水保险的投保行为进行建模, 通过假设洪水保险的投保人的风险偏好是一阶风险厌恶的, 得出和期望效用决策理论下不一致的结果, 分析了序期望效用下的免赔额数学模型的经济学意义, 并得出结论: 免赔额的设置与保费附加费系数的高低将对洪水保险的有效需求造成影响。

关键词:洪水保险; 免赔额; 序效用; 保费附加费系数

中图分类号: F840.64 文献标识码: A 文章编号: 1003-9511(2009)03-0006-03

我国每年洪水灾害经济损失达千亿, 实施洪水保险已刻不容缓。理论上, Eeckhoudt 等^[1]已论证了如果一个投保人是厌恶风险的, 那么, 面对两个具有相同期望损失的事件, 为其中的大概率事件投保而不为小概率事件投保是不明智的。也就是说, 受到洪水威胁的人应该选择保险来保护自己的财产, 但事实上, 与其他保险风险相比, 人们对洪水风险的感知并没有想象的那样敏感^[2], 而且洪水保险这样的巨灾保险需求容易受到其他救灾方式的影响, 因此在供给和需求上呈现出双低的格局^[3-7]。保险需求理论中, 最基本的理论是 Mossin^[8]和 Raviv^[9]提出的保险需求的标准静态模型。该理论假设保险公司是风险中性, 投保人是风险厌恶的, 通过保险公司的参与约束使投保人的期望效用最大化, 证明社会最优保单是具有免赔额的, 且赔付额 $K(X)$ 满足 $K(X) = \begin{cases} 0 & X \leq D \\ X - D & X > D \end{cases} \Leftrightarrow K(X) = \max\{0, X - D\}$, 其中 D 为免赔额, X 为洪水损失额。很多学者对此模型进行了拓展, 如 Schlesinger^[10]和 Gollier^[11]等。上述理论研究主要建立期望效用决策框架内, 因此, 有理由怀疑洪水保险需求期望效用决策框架的唯一实用性。笔者试图从理论上对这种分歧给出合理的解释, 将改变投保人是二阶风险厌恶这一关键假设, 建立基于序期望效用的洪水保险投保行为的数学模型, 分析洪水保险现实需求过低的原因。

1 基于序期望效用的洪水保险需求模型

先给出几个定义。

定义 1: 设 $X = \{x_1, p_1; x_2, p_2; \dots; x_n, p_n\}$, 若存在 $f: \Omega \times [0, 1] \rightarrow \mathbf{R} = \mathbf{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$, 使得决策者偏好可以由式 (1) 定义的价值函数决定, 则称 $U(X)$ 为 X 的序效用 (rank-dependent utility, RDU)^[11]。

$$U(X) = \sum_{i=1}^n (f(x_i, \sum_{j=i}^n p_j) - f(x_i, \sum_{j=i+1}^n p_j)) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

定义 2: 若 f 满足 $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, $f(0) = 0$, $f(1) = 1$, u 为严格递增的连续效用函数, 进一步定义 X 的序期望效用 (rank-dependent expected utility, RDEU) 为

$$V(X) = \sum_{i=1}^n (f(\sum_{j=1}^n p_j) - f(\sum_{j=i+1}^n p_j)) u(x_i) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

式 (2) 也可写成如下的等价形式:

$$V(X) = u(x_1) + \sum_{i=1}^{n-1} f(\sum_{j=i+1}^n p_j) (u(x_{i+1}) - u(x_i)) \quad (3)$$

定义 3: 将简单随机变量 $X = \{x_1, q; x_2, (1 - q)\}$ 的序期望效用定义为

$$V(X) = g(q)u(x_1) + (1 - g(q))u(x_2) \quad (4)$$

式中: u 和 g 都是递增的凹函数, 且 $g(0) = 0$, $g(1) = 1$ (下文中出现的 g 、 u 函数都如此定义), $g(q) \geq q$ 。

假设投保人面临着可能的洪水风险, 随机变量洪水损失额 X 的概率分布为 $P(X = x_i) = p_i$, $P(X = 0) = 1 - \sum_{i=1}^n p_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$), 设 $x_1 < x_2 < \dots < x_n$, 由随机变量 X 决定的投保人序效用函数为 $U(X)$, U

基金项目: 武汉市属高校科研项目(2006Y19); 江汉大学博士科研基金(JHDX 博 45)

作者简介: 吴秀君(1969—), 女, 湖北天门人, 副教授, 博士, 主要从事博弈论和风险理论研究。

为连续函数,投保人具有一阶风险厌恶^[13],即不喜欢均值保留扩散。保险公司提供具有免赔额的保险契约,在洪水损失额 $X = x_i$ 时,规定免赔额 $D = D_i$,并假设 $x_i - D_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 总是非负的。在保险实务中,有固定的绝对免赔额和按一定损失比例进行免赔的相对形式。假设保费 P 中,附加费占一定比例, λ 为保费附加费系数,则计算保费的公式为

$$P = (1 + \lambda) \sum_{i=1}^n p_i (x_i - D_i) \quad (5)$$

($i = 1, 2, \dots, n$)

式中, p_i 为洪水发生概率。

对式(5)就免赔额 D_i 进行求导:

$$\frac{\partial P}{\partial D_i} = -(1 + \lambda) p_i < 0 \quad (6)$$

式(6)说明保费总是随免赔额的增加而递减的。

投保人在式(5)和 $0 \leq D_i \leq x_i$ 的约束下,选择 D_1, D_2, \dots, D_n , 使得自己的序期望效用最大化,即

$$\max_{D_1, D_2, \dots, D_n} V(W - P - \lambda \sum_{i=1}^n p_i x_i; W - P - D_1 - p_1 x_1; \dots; W - P - D_n - p_n x_n) \quad (7)$$

式中, W 为投保人初始财富。

由 V 的连续性和 D_i 的有限性,可知最优免赔额 $(D_1^*, D_2^*, \dots, D_n^*)$ 一定存在。

参加投保后,投保人的随机财富变为 $\tilde{W}, \tilde{W} = \{W - P - D, P; W - P - \lambda - P\}, P = \sum_{i=1}^n P_i < 1$, 则其序期望效用为 $V(\tilde{W}) = g(P)u(W - P - D) + (1 - g(P))u(W - P)$ 。在计算保费的基础上,通过对消费者序期望效用的极大化来计算最优免赔额,即:

$$\begin{aligned} \max_D V(\tilde{W}) &= g(P)u(W - P - D) + (1 - g(P))u(W - P) \\ \text{s.t. } P &= (1 + \lambda) \left(\sum_{i=1}^n P_i (x_i - D) \right) \end{aligned} \quad (8)$$

2 模型求解及其经济学意义

对式(8)中的 D 求导:

$$\frac{\partial V}{\partial D} = g(P)u'(W - P - D) \{ (1 + \lambda)P - 1 \} + (1 - g(P))u'(W - P) \{ (1 + \lambda)P \} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 V}{\partial D^2} &= g(P) \{ -(1 + \lambda)P - 1 \} u''(W - P - D) + (1 - g(P)) \{ -(1 + \lambda)P \} u''(W - P) < 0 \end{aligned} \quad (10)$$

对式(9)取极限,当 $\lambda < \frac{g(P)}{P} - 1$ 时,由函数 u 的增长性,有

$$\lim_{D \rightarrow 0^+} \frac{\partial V}{\partial D} = [-g(P) + (1 + \lambda)P] u'(W - P) < 0 \quad (11)$$

当 $\lambda > \frac{g(P)}{P} - 1$ 时,

$$\lim_{D \rightarrow 0^+} \frac{\partial V}{\partial D} = [-g(P) + (1 + \lambda)P] u'(W - P) > 0 \quad (12)$$

上述式子有一定的经济学意义:

首先,根据极限的连续性,当保费附加费系数控制在较小的范围内时,由式(11)可知 $D^R = 0$ (记式(8)的解记为 D^R)。由于该结论与投保人的初始财富 W 无关,因此 $\frac{\partial D^R}{\partial W} = 0$,这与期望效用的结论不同^[13]。当保险成本较高,保费附加费系数较高时,即使是一阶风险厌恶的投保人也倾向于购买较少的保险(更高的免赔额),而这一结论无论对哪一收入阶层(财富状态不同)都不会改变。这意味着若采取强制洪水保险,保险费率接近精算费率,那么一阶风险厌恶的投保人会购买最少免赔额的保险。

其次,对于洪水保险,若实际由组织保险和平衡保费带来的安全保费系数(即保费附加费系数 λ)很大,当投保人对洪水风险的态度可用序效用理论描述时(即投保人具有一阶风险厌恶),那么对投保人最优的免赔额随其财富的增长而增长,即 $\frac{\partial D^R}{\partial W} > 0$ (这与期望效用的结论相同^[13])。而保费附加费系数高,说明洪水保险的社会成本高(对经济不利),同时也说明,在一定条件下,针对不同收入水平的投保人提供不同等级的免赔额保险可以增加总的社会福利。

第三,该结论还暗示,具有一阶风险厌恶的投保人在选择是否参加洪水保险时受到2个因素的共同作用:①参加洪水保险所额外承担的保险成本;②对潜在洪水损失所带来的收入风险的偏好。这2个因素对最优免赔额的影响是相反的。

3 对洪水保险的启示

3.1 免赔额的设置没有统一的最优标准

对不同决策类型的投保人,其偏爱的免赔额水平不一样,因此,在实际工作中,要先调查了解投保人的个人信息,或者在多阶段契约情形依照投保人的选择进行事后推断。只要洪水保险中的保费附加费系数不太高,则一阶风险厌恶的投保人基于序效用进行决策,选择完全保险为最优,这一选择与投保人的收入变化无关;二阶风险厌恶的投保人基于序期望效用进行决策,选择部分保险为最优,且免赔额随其财富的增加而增加(因为收入越高越倾向于投保人自己承担风险)。

3.2 保费附加费系数与免赔额的设置

a. 保费附加费系数如果不能控制在相当低的水平下,则会造成一阶风险厌恶的投保人购买较少的洪水保险,若同时他又是中低收入者,则他宁愿自己承担更多的风险而不购买保险,这样在自愿保险机制下,高保费会造成洪水保险需求的减少。

b. 若洪水保险采取免赔额保险形式,则统一的免赔额会影响投保人的福利,因为不同风险偏好或不同收入的投保人会选择不同水平的免赔额,同时,若洪水保险存在最高赔偿限额,则该限额有可能低于一部分投保人最优的免赔额水平。在强制保险的要求下,意味着这部分投保人不得不购买最高免赔额的保险,这不仅导致这部分投保人福利的损失,而且对社会来说也不一定有利,与当前大家所倡导的“鼓励有能力的个人和企业采取更多的行动减灾和承担更多的风险”^[14]也是相违背的。

4 结 语

通过研究序期望效用下的投保人对于洪水保险的选择行为,对关于影响投保人洪水保险的现实需求提供了另一种解释,即消费者在面对洪水风险时的态度不同可直接导致与期望效用理论预测不一致的行为,同时对洪水保险的保费附加费系数和免赔额的设置提出了建议。

参考文献:

[1] 栾存存. 巨灾风险的保险研究与应对策略综述[J]. 经济动态, 2003(8): 80-83.
[2] EECKHOUDT L, GOLLIER C. The insurance of lower proba-

bility events[J]. Journal of Risk and Insurance, 1999, 66(1): 77-28.

[3] MARK J B, ROBERT E H. The demand for flood insurance: empirical evidence[J]. Journal of Risk and Uncertainty, 2000, 20(3): 291-306.
[4] 吴秀君, 王先甲, 楚扬杰. 防洪保险的资本约束及解决途径[J]. 武汉大学学报:工学版, 2005, 38(1): 100-103.
[5] 杨凯, 齐中英, 黄凤. 我国发展巨灾保险所面临的供需不足分析及建议[J]. 商业研究, 2006(6): 91-95.
[6] 吴秀君. 基于博弈论的洪水保险需求分析[J]. 武汉大学学报:工学版, 2007, 40(4): 100-103.
[7] JAFFEE D, RUSSELL T. Catastrophe insurance, capital markets, and uninsurable risks[J]. Journal of Risk and Insurance, 1997, 64: 205-230.
[8] MOSSIN J. Aspects of rational insurance purchasing[J]. Journal of Political Economy, 1968, 76: 533-568.
[9] RAVIV A. The design of an optimal insurance policy[J]. American Economic Review, 1979, 69: 84-96.
[10] SCHLESINGER H. Insurance demand without the expected utility paradigm[J]. Journal of Risk and Insurance, 1997, 64(3): 19-39.
[11] GOLLIER C. To insure or not to insure: an insurance puzzle[J]. Geneva Papers on Risk and Insurance, 2003, 28: 5-24.
[12] SEGAL U, SPEVAK A. First order versus second order risk aversion[J]. The Journal of Economic Theory, 1990, 51(1): 115-125.
[13] 吴秀君. 免赔额数学模型的经济意义[J]. 江汉大学学报, 2007(4): 19-20.
[14] GRIFFITH R S. The impact of mandatory purchase requirements for flood insurance on real estate markets[D]. Arlington: University of Texas, 1994.

(收稿日期 2008-12-04 编辑 彭桃英)

· 简讯 ·

水利部召开水利防灾减灾座谈会

2009年的5月12日是我国首个“防灾减灾日”,水利部防灾减灾周系列活动从即日起拉开帷幕。2009年5月6日,水利部邀请水利防灾减灾的专家与新华社、中央电视台、人民日报、中央广播电台、光明日报、经济日报、农民日报、中国青年报以及水利行业相关媒体就我国水利防灾减灾工作进行座谈,会议由国家防汛抗旱总指挥部副巡视员张旭主持。

会上各位专家结合各自研究的领域,介绍了我国水旱灾害防治情况,并就媒体关心的问题接受采访。专家们认为我国是世界上自然灾害最严重的国家之一,其中水旱灾害造成的损失和影响位居各类自然灾害之首。党中央、国务院高度重视水旱灾害防治工作,国家国家防汛抗旱总指挥部和水利部始终把防汛抗旱减灾工作当作改善民生的大事和要事来抓,坚持防洪抗旱并举,由控制洪水向洪水管理转变,由单一抗旱向全面抗旱转变,为我国经济社会全面、协调、可持续发展提供有力保障。

(本刊编辑部供稿)