

基于模糊数学理论的湛江组黏土触变性强弱分级

汤 斌¹,赵盛男¹,周标和¹,沈建华²

(1. 桂林理工大学广西岩土力学与工程重点实验室,广西 桂林 541004;
2. 中国科学院武汉岩土力学研究所岩土力学与工程国家重点实验室,湖北 武汉 430071)

摘要:为了准确地对湛江组黏土的触变性强弱进行评判,基于模糊数学理论,根据黏土触变性的影响因素,构建以黏粒含量、含水率、孔隙比、灵敏度为指标体系的黏土触变性强弱模糊综合评判因素集,建立黏土触变性强弱综合评判的评语集及触变性强弱评价指标的等级标准,运用模糊数学综合评判的方法计算各指标的隶属度和权重,建立黏土触变性强弱的分级标准,并运用此标准对湛江组结构性黏土触变性强弱进行分级。结果表明:各个沉积相下的湛江组强结构性黏土均具有强触变性,且触变性强弱排序为:雷南河流相、浅海相、河口相和雷北河流相。

关键词:湛江组黏土;模糊数学理论;触变性;分级

中图分类号:TU12 **文献标志码:**A **文章编号:**1006-7647(2021)04-0035-05

Thixotropy strength classification of Zhanjiang Formation clay based on fuzzy mathematics theory//TANG Bin¹, ZHAO Shengnan¹, ZHOU Biaohe¹, SHEN Jianhua² (1. *Guangxi Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Guilin University of Technology, Guilin 541004, China*; 2. *State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China*)

Abstract: In order to accurately evaluate the thixotropy of Zhanjiang Formation clay, based on the fuzzy mathematics theory and according to the influencing factors of clay thixotropy, a fuzzy comprehensive evaluation factor set of clay thixotropy strength was constructed with clay content, pore ratio, plasticity index and sensitivity as indicators. A comprehensive evaluation set of clay thixotropy strength and the grade standard of thixotropy strength evaluation index were established. The membership degree and weight of each index were calculated by using the fuzzy comprehensive evaluation method, and the classification standard for the strength of thixotropy of clay was established. The thixotropy strength of structural clay of Zhanjiang Formation was graded by using this standard. The results show that strong structural clay of Zhanjiang Formation under each sedimentary facies has strong thixotropy, and the thixotropic strength from strong to weak is in the order of Leinan fluvial facies, neritic facies, estuarine facies and Leibei fluvial facies.

Key words: Zhanjiang Formation clay; fuzzy mathematics theory; thixotropy; classification

自然界中,由于扰动后吸附在土颗粒表面的胶体从凝胶状态变为流动的溶胶状态,致使强度迅速降低,但随着静置龄期的增长,土粒、阳离子、水分子之间又构成新的平衡系统,土体强度逐渐恢复的这种性质,称为土的触变性。国内外学者在触变的定义、影响因素、触变机制等方面进行了研究,以建立完整的触变理论体系。在触变性的定义方面, Mitchell^[1]将触变定义为“土的成分、体积不变的情况下所发生的随时间而定的等温、可逆的过程,在此过程中,重塑使土软化或液化,静置使土逐渐硬化”。在影响因素研究方面,冯秀丽等^[2]对黄河三角洲粉土触变性进行研究后指出,由于两者微观结构

不同,经过扰动的砂质粉土强度恢复比粉质黏土要快,且抗剪强度较粉质黏土大。李丽华等^[3]通过对不同深度的翠湖湿地软土进行触变性试验研究发现,翠湖湿地软土触变性随着深度的增加而增加。王亮等^[4]对太湖与白马湖疏浚淤泥的触变特性研究表明,两种疏浚淤泥重塑后,随静置龄期的增加,触变强度前期增长较快,后期增长变慢,最后均趋于稳定。在触变强度恢复微观机制方面,霍海峰等^[5]通过对天津软黏土触变性研究指出,天津滨海饱和黏土表现为正触变性,并从静电力、胶结物质、颗粒咬合以及排水条件四方面分析了其触变恢复的机制。张先伟等^[6-7]利用无侧限抗压试验和微型贯

入试验对湛江组黏土进行不同静置龄期的土体强度研究,分析触变强度恢复的过程,并利用扫描电镜与压汞试验,分析了不同静置龄期下的微观结构演变规律。这些研究成果从触变性的定义、土的微观结构、上覆压力及静置龄期等对触变性的性质进行描述,较好地阐释和分析了土体触变性的定义和影响机制。尽管已取得上述进展,但许多有关黏土触变性的问题仍然没有解决,例如:关于黏土触变性的分级方法还未建立。在实际工程中通过对触变性进行分级能更好地认识和识别土的种类,并针对不同类型的土进行研究和评价,以便更好地利用和改造土体,使其适应和满足工程建设需要。

模糊数学为岩(土)体的分类分级、稳定性、安全性评价、混凝土的可靠性等方面提供了分类和计算的方法^[8-13]。范新宇等^[14-15]选取影响围岩的主要因素,利用模糊数学理论为围岩级别作出准确的评价。唐建新等^[16-17]采用层次分析法和事故树分析法对评估指标进行分级,建立了基于模糊数学理论实测数据的深基坑稳定性和安全性评价模型。王忠文等^[18-19]根据层次分析法原理,确定影响其可靠性的各因素权重,提出了钢筋混凝土结构可靠性模糊综合评估新方法。模糊数学理论在围岩分类和稳定性评价等方面应用非常广泛,但是目前没有基于模糊数学理论的黏土触变性强弱分级方法,工程界无法考量黏土触变性对实际工程的影响程度。因而对湛江组黏土的触变性进行评判及分级显得尤为重要。

本文运用模糊数学综合评判方法,以湛江组黏土为对象,在分析湛江组黏土触变性影响因素基础上,选取4个评价指标,构建综合评价体系,对湛江组黏土触变性进行分级。

1 模糊数学综合评判法

模糊数学综合评判法是在模糊的环境中,对受到多种因素制约的事物或相关事物做出一个总体评价,具有结果清晰、系统性强的优点,适用于各种非确定性问题的解决。

设 $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$, 即与被评价对象相关的因素有 n 个,称之为因素集; $V = \{v_1, v_2, \dots, v_m\}$, 即可能出现的评语为 m 个,称为评语集。各因素对事物的影响程度是不同的,故各因素的权重分配可视为 U 上的模糊集,记为 $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$, a_i 表示第 i 个因素 u_i 的权重,它们满足规一化条件: $\sum_{i=1}^n a_i = 1$ 。另外, m 个评语集也并非表示绝对的肯定和否定,因此综合后的评判也应看作为 V 上的模糊集,记为 $B = (b_1, b_2, \dots, b_m)$, 其中 b_m 反映了第 m 种决

断在评判总体 V 中所占的地位。

假设有一个 U 与 V 之间的模糊关系 $R = (r_{ij})_{n \times m}$, 结合权向量,由 $R = (r_{ij})_{n \times m}$ 可诱导出 U 到 V 的一个模糊线性变换,即可进行模糊综合评价。

选定合成算子,即可给出综合评价: $B = A \circ R$ (其中 $\circ$ 为算子符号),它是评语集 V 上的一个模糊子集,即为综合评价结果。本文主要为判断触变性的强、中、弱在黏土触变性分级中哪个起决定性作用,因此所用运算方法采用主因素决定型 $M(\wedge, \vee)$ 方法对触变性强弱进行综合评判。(U, V, R)构成模糊综合评价模型, U, V, R 是此模型的3个要素。

2 湛江组黏土触变性强弱分级

2.1 确定模糊综合评判因素集

触变性强弱的分级需要考虑触变性的主要影响因素。根据前人对岩(土)体触变性的研究^[2-7, 20-22],影响黏土触变性的因素很多,有土的结构、黏粒含量、物理力学性质、扰动程度、上覆压力等。研究表明,黏粒含量与触变性呈正相关^[20];土的含水量可以通过改变粒间力进而影响土的触变性^[1];孔隙比对黏土扰动后的强度恢复有重要影响;触变性随着灵敏度的增大而增大^[21]。因此本文选取黏粒含量、含水率、孔隙比、灵敏度作为触变性强弱分级指标对湛江组结构性黏土进行触变性评价。

给出其影响因素的集合 U :

$$U = \{u_1, u_2, u_3, u_4\} \tag{1}$$

式中: u_1 为黏粒含量(质量分数); u_2 为含水率; u_3 为孔隙比; u_4 为灵敏度。

2.2 建立综合评判的评语集

评语集是评价者对被评价对象可能做出的各种总的评价结果组成的集合,即对评价对象变化区间的一个划分。规范上根据黏粒含量将土划分为:黏土($u_1 \geq 30\%$)、粉质黏土($15\% < u_1 < 30\%$)和黏质粉土($u_1 \leq 15\%$);根据含水率将土划分为:流态($u_2 \geq w_L, w_L$ 为液限含水率)、可塑($w_p < u_2 < w_L, w_p$ 为塑限含水率)和固态、半固态($u_2 \leq w_p$);根据孔隙比将土划分为:淤泥质土($1 < u_3 < 1.5$)和淤泥($u_3 \geq 1.5$);根据灵敏度将黏土的结构性强弱划分为:高灵敏($u_4 \geq 4$)、中灵敏($2 < u_4 < 4$)和低灵敏($u_4 \leq 2$)。结合现有研究和规范对土的分类标准,将湛江组黏土触变性评语分为3个等级,具体评语集为

$$V = \{v_1, v_2, v_3\} \tag{2}$$

式中: v_1 为强触变性; v_2 为中触变性; v_3 为弱触变性。

参考规范上土的分类划分标准,考虑黏土触变性各影响因素的重要程度,建立黏土触变性强弱评价指标的等级标准,见表1。

表 1 触变性强弱评价指标的等级标准

等级标准	黏粒含量/%	含水率	孔隙比	灵敏度
强触变性	≥30	≥ w_L	≤1.0	≥4
中触变性	(15,30)	(w_p, w_L)	(1.0,1.5)	(2,4)
弱触变性	≤15	≤ w_p	≥1.5	≤2

表 1 所列标准值主要用于确定隶属函数。当土的物理力学指标均在强触变性这一列范围内,则该土一定具有强触变性;当土的物理力学指标均在中触变性这一列范围内,则该土一定具有中触变性;当土的物理力学指标均在弱触变性这一列范围内,则该土一定具有弱触变性;其他情况,该土触变性强弱分级依据下述方法进行评判。

2.3 确定权重

权重的确定是综合评价的重要部分,是研究对象的各个考察指标相对重要程度和相对价值的大小以及在总体评价系统中所占比重的量化值。权重可以通过相关专家的意见进行确定,即对黏土触变性影响大的因素,赋予的权重大,反正则小,并对权重进行归一化处理。除此之外,权重也可以通过和积法(式(3))计算得到,并通过式(4)进行归一化处理。

$$W_i = \frac{C_i}{S_i} \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (3)$$

$$\bar{W}_i = \left(\frac{C_i}{S_i} \right) / \sum_{i=1}^4 \left(\frac{C_i}{S_i} \right) = W_i / \sum_{i=1}^4 W_i \quad (4)$$

式中: W_i 为影响因素 i 的权重; C_i 为影响因素 i 的实测值; S_i 为影响因素 i 分级标准的平均值; $\bar{W}_i$ 为归一化后影响因素 i 的权重。

2.4 隶属函数的确定

梯形分布函数能够将客观事物划分为偏大型、中间型和偏小型三类,而触变性强、中、弱 3 个等级的划分恰恰符合梯形分布函数的描述,因此采用表 1 的触变性强弱评价指标的等级标准结合梯形分布函数确定隶属函数。

u_1 的隶属函数可表示为

$$f_{11}(u_1) = \begin{cases} 0 & u_1 \leq 22.5 \\ (u_1 - 22.5)/7.5 & 22.5 < u_1 < 30 \\ 1 & u_1 \geq 30 \end{cases} \quad (5)$$

$$f_{12}(u_1) = \begin{cases} 0 & u_1 \leq 15, u_1 \geq 30 \\ (u_1 - 15)/7.5 & 15 < u_1 < 22.5 \\ (30 - u_1)/7.5 & 22.5 \leq u_1 < 30 \end{cases} \quad (6)$$

$$f_{13}(u_1) = \begin{cases} 1 & u_1 \leq 15 \\ (22.5 - u_1)/7.5 & 15 < u_1 < 22.5 \\ 0 & u_1 \geq 22.5 \end{cases} \quad (7)$$

u_2 的隶属函数可表示为

$$f_{21}(u_2) = \begin{cases} 0 & u_2 \leq \frac{w_p + w_L}{2} \\ \frac{u_2 - (w_p + w_L)/2}{(w_L - w_p)/2} & \frac{w_p + w_L}{2} < u_2 < w_L \\ 1 & u_2 \geq w_L \end{cases} \quad (8)$$

$$f_{22}(u_2) = \begin{cases} 0 & u_2 \leq w_p, u_2 \geq w_L \\ \frac{u_2 - w_p}{(w_L - w_p)/2} & w_p < u_2 < \frac{w_p + w_L}{2} \\ \frac{w_L - u_2}{(w_L - w_p)/2} & \frac{w_p + w_L}{2} \leq u_2 < w_L \end{cases} \quad (9)$$

$$f_{23}(u_2) = \begin{cases} 1 & u_2 \leq w_p \\ \frac{(w_p + w_L)/2 - u_2}{(w_L - w_p)/2} & w_p < u_2 < \frac{w_p + w_L}{2} \\ 0 & u_2 \geq \frac{w_p + w_L}{2} \end{cases} \quad (10)$$

u_3 的隶属函数可表示为

$$f_{31}(u_3) = \begin{cases} 1 & u_3 \leq 1 \\ (1.25 - u_3)/0.25 & 1 < u_3 < 1.25 \\ 0 & u_3 \geq 1.25 \end{cases} \quad (11)$$

$$f_{32}(u_3) = \begin{cases} 0 & u_3 \leq 1, u_3 \geq 1.5 \\ (u_3 - 1)/0.25 & 1 < u_3 < 1.25 \\ (1.5 - u_3)/0.25 & 1.25 \leq u_3 < 1.5 \end{cases} \quad (12)$$

$$f_{33}(u_3) = \begin{cases} 0 & u_3 \leq 1.25 \\ (u_3 - 1.25)/0.25 & 1.25 < u_3 < 1.5 \\ 1 & u_3 \geq 1.5 \end{cases} \quad (13)$$

u_4 的隶属函数可表示为

$$f_{41}(u_4) = \begin{cases} 0 & u_4 \leq 3 \\ (u_4 - 3)/2 & 3 < u_4 < 4 \\ 1 & u_4 \geq 4 \end{cases} \quad (14)$$

$$f_{42}(u_4) = \begin{cases} 0 & u_4 \leq 2, u_4 \geq 4 \\ u_4 - 2 & 2 < u_4 < 3 \\ 4 - u_4 & 3 \leq u_4 < 4 \end{cases} \quad (15)$$

$$f_{43}(u_4) = \begin{cases} 1 & u_4 \leq 2 \\ 3 - u_4 & 2 < u_4 < 3 \\ 0 & u_4 \geq 3 \end{cases} \quad (16)$$

2.5 综合评判

按模糊数学模型进行合成运算,即可获得综合评价结果:

$$B = A \circ R = (a_1, a_2, a_3, a_4) \circ \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} \end{bmatrix} \quad (17)$$

式中: r_{ij} 为单因素评判矩阵 R 的元素,由各因素隶属函数确定。

3 湛江组结构性黏土触变性强弱判别

湛江组结构性黏土是雷州半岛分布最广泛的土体,广泛出露于地表或下伏于第四系全新统土体或中更新统土体之下,为各种工程活动的主要载体。湛江组强结构性黏土沉积环境在雷州半岛自北向南依次从雷北河流相、河口相、浅海相渐变为雷南河流相^[23]。雷北河流相地层地表主要出露于湛江市的平岭地区,赤坎—霞山一带;河口相主要为北海组湛江组波状平原,局部河流分布区域内为冲积平原,广泛分布于洪客、乌黎、南兴、龙门、杨家、高蓬等地;浅海相主要为宽广的滨海平原,分布于雷州市南部及徐闻县一带;雷南河流相沉积区域灰色黏土层埋深较大,主要分布在雷州半岛南缘海安镇、南山镇一带及琼州海峡边。分别选取雷北河流相土样 3 个,河口相土样 5 个,浅海相土样 2 个,雷南河流相土样 1 个进行基本物理力学特性试验,获得湛江组强结构性黏土的基本物理力学性质指标,同时根据有关文献^[6,23],采用数理统计的方法,对黏粒含量、含水率、孔隙比及灵敏度指标进行筛选、剔除异常值后进行统计,结果见表 2,运用上述方法,判别不同沉积相湛江组强结构性黏土触变性的强弱。

表 2 不同沉积相湛江组强结构性黏土物理力学性质指标					
孔号	$u_1/\%$	$u_2/\%$	u_3	u_4	沉积相
ZK25	11.0	50.60	1.390	7.80	雷北河流相
ZK24	5.7	33.70	1.026	5.69	
文献[6]	70.0	50.04	1.430	7.00	
均值	28.9	44.78	1.282	6.83	
ZK23	5.1	37.00	1.153	5.21	河口相
ZK21	2.1	37.10	1.172	6.01	
ZK20	3.9	40.20	1.095	8.97	
ZK18	16.8	38.20	1.046	5.53	
ZK17	9.2	44.40	1.154	6.66	
均值	7.0	39.38	1.117	6.43	浅海相
ZK10	11.7	56.40	1.540	8.01	
ZK9	13.0	54.60	1.490	11.39	
均值	12.3	55.50	1.515	9.70	
ZK4	10.1	35.80	1.037	8.70	雷南河流相

3.1 权重的计算

将表 2 中均值代入式(3)(4),计算湛江组结构性黏土各指标的权重,结果见表 3。

表 3 不同沉积相湛江组强结构性黏土各指标的权重				
沉积相	指标权重			
	u_1	u_2	u_3	u_4
雷北河流相	0.230	0.180	0.183	0.407
河口相	0.071	0.237	0.204	0.489
浅海相	0.091	0.174	0.200	0.535
雷南河流相	0.086	0.202	0.158	0.554

3.2 隶属度和评判矩阵的确定

将表 2 中均值代入式(5)~(16),求出各指标

的隶属度如表 4 所示,由此可得到单因素评判矩阵 R 。

表 4 不同沉积相湛江组强结构性黏土各指标的隶属度				
沉积相	因素	隶属度		
		强	中	弱
雷北河流相	u_1	0.853	0.147	0
	u_2	0.018	0.912	0
	u_3	0	0.872	0.128
	u_4	1	0	0
河口相	u_1	0	0	1
	u_2	0.093	0.907	0
	u_3	0.532	0.468	0
	u_4	1	0	0
浅海相	u_1	0	0	1
	u_2	0.125	0.875	0
	u_3	0	0	1
	u_4	1	0	0
雷南河流相	u_1	0	0	1
	u_2	0.146	0.854	0
	u_3	0.852	0.148	0
	u_4	1	0	0

3.3 综合评判

雷北河流相湛江组结构性黏土触变性强弱综合评判如下:

$B=A\circ R=(0.230,0.180,0.183,0.407)$ 。

$$\begin{bmatrix} 0.853 & 0.147 & 0 \\ 0.018 & 0.912 & 0 \\ 0 & 0.872 & 0.128 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = (s_{11}, s_{12}, s_{13})$$

(18)

其中 $s_{11}=(0.230\wedge 0.853)\vee(0.180\wedge 0.018)\vee(0.183\wedge 0)\vee(0.407\wedge 1)=0.407$

$s_{12}=(0.230\wedge 0.147)\vee(0.180\wedge 0.912)\vee(0.183\wedge 0.872)\vee(0.407\wedge 0)=0.183$

$s_{13}=(0.230\wedge 0)\vee(0.180\wedge 0)\vee(0.183\wedge 0.128)\vee(0.407\wedge 0)=0.128$

即 $B=A\circ R=\overset{\text{强}}{(0.407,0.183,0.128)}^{\text{中}}_{\text{弱}}$

同理可得河口相、浅海相、雷南河流相湛江组结构性黏土触变性强弱综合评判分别为 $\overset{\text{强}}{(0.489,0.237,0.071)}^{\text{中}}_{\text{弱}}$ 、 $\overset{\text{强}}{(0.535,0.174,0.200)}^{\text{中}}_{\text{弱}}$ 和 $\overset{\text{强}}{(0.554,0.202,0.086)}^{\text{中}}_{\text{弱}}$ 。

通过对不同沉积相的湛江组强结构性黏土触变性强弱进行综合评判可知,雷北河流相、河口相、浅海相及雷南河流相湛江组强结构性黏土均为强触变性黏土。对比不同沉积相的强触变性评价结果,发现不同沉积相的湛江组强结构性黏土触变性强弱排序为:雷南河流相,浅海相、河口相、雷北河流相,即

雷南河流相的黏土触变性相较其他沉积相更强。

4 结 论

a. 根据影响黏土触变性的因素,考虑黏土触变性各影响因素的重要程度,构建以黏粒含量、含水率、孔隙比、灵敏度为指标体系的黏土触变性强弱模糊综合评判因素集,根据工程上黏粒含量、含水率、孔隙比、灵敏度的划分标准,建立黏土触变性强弱综合评判的评语集及触变性强弱评价指标的等级标准。

b. 运用和积法确定各指标的权重,采用梯形分布函数确定各指标的隶属函数,根据隶属函数计算各指标的隶属度,通过指标权重和由隶属度确定的单因素评价矩阵进行合成运算,得到湛江组黏土触变性强弱分级方法。

c. 利用湛江组黏土触变性强弱分级方法,对雷北河流相、河口相、浅海相及雷南河流相湛江组强结构性黏土触变性强弱进行分级,发现不同沉积相湛江组强结构性黏土均具有强触变性,其中雷南河流相的黏土触变性相较其他沉积相更强。

参考文献:

[1] MITCHELL J K. Fundamental aspects of thixotropy in soils[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division. 1960,86(118):19-52.

[2] 冯秀丽,周松望,林霖,等. 现代黄河三角洲粉土触变性研究及其应用[J]. 中国海洋大学学报,2004,36(6):1053-1056. (FENG Xiuli, ZHOU Songwang, LIN Lin, et al. The thixotropy of silt in Huanghe Delta[J]. Periodical of Ocean University of China, 2004, 36(6): 1053-1056. (in Chinese))

[3] 李丽华,陈 轮,高盛焱. 翠湖湿地软土触变性试验研究[J]. 岩土力学,2010,31(3):765-768. (LI Lihua, CHEN Lun, GAO Shengyan. Experimental research on thixotropy of wetland soft soil in Cuihu[J]. Rock and Soil Mechanics,2010,31(3):765-768. (in Chinese))

[4] 王亮,曹玲珑,李磊. 太湖与白马湖疏浚淤泥的触变特性研究[J]. 工程地质学报,2015(3):548-553. (WANG Liang, CAO Linglong, LI Lei. Vane shear tests on thixotropy of taihu lake and baimahu lake dredged slurries [J]. Journal of Engineering Geology,2015(3):548-553. (in Chinese))

[5] 霍海峰,齐麟,雷华阳. 天津软黏土触变性的思考与试验研究[J]. 岩石力学与工程学报,2016,35(3):631-637. (HUO Haifeng, QI Lin, LEI Huayang. Analysis and experimental study on thixotropy of Tianjin soft clay[J]. Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2016, 35(3):631-637. (in Chinese))

[6] 张先伟,孔令伟,郭爱国,等. 湛江强结构性黏土的物理力学性质指标及相关性分析[J]. 工程地质学报,2011,19(4):447-454. (ZHANG Xianwei, KONG Lingwei,

GUO Aiguo, et al. Physical and mechanical indexes and correlation analysis of clay with notice able structures in Zhangjiang area [J]. Journal of Engineering Geology, 2011,19(4):447-454. (in Chinese))

[7] ZHANG X W , LONG L W , YANG A W , et al. Thixotropic mechanism of clays: a microstructural investigation[J]. Soils and Foundations, 2017, 57(1): 23-35.

[8] 刘东海,栗慧龙. 应用数学与模糊数学在岩土工程中的应用:评《工程数学》[J]. 岩土工程学报,2019,41(10):1977. (LIU Donghai, SU Huilong. Application of applied mathematics and fuzzy mathematics in geotechnical engineering: on engineering mathematics [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 2019, 41(10): 1977. (in Chinese))

[9] 李星,李凤远,张兵,等. 基于模糊数学建立围岩可掘进性分级方法研究[J]. 文摘版(工程技术),2015(16):79-80. (LI Xing, LI Fengyuan, ZHANG Bing, et al. Research on the method of establishing the advability classification of surrounding rock based on fuzzy mathematics [J]. Abstract Edition (Engineering Technology),2015(16):79-80. (in Chinese))

[10] 刘华,牛富俊,牛永红,等. 基于模糊数学的寒区高速铁路路基稳定性评价及应用分析[J]. 西安建筑科技大学学报,2014,46(3):367-375. (LIU Hua, NIU Fujun, NIU Yonghong, et al. Evaluation and application analysis of subgrade stability of high-speed railway in cold region based on fuzzy mathematics [J]. Journal of Xi' an University of Architecture and Technology,2014,46(3):367-375. (in Chinese))

[11] 童雪. 基于模糊数学的混凝土结构可靠性分析[D]. 合肥:合肥工业大学,2013

[12] 杨括宇,陈从新,夏开宗,等. 崩落法开采金属矿巷道围岩破坏机制的断层效应[J]. 岩土力学,2020,41(增刊1):279-289. (YANG Guoyu, CHEN Congxin, XIA Kaizong, et al. Fault effect of failure mechanism of surrounding rock of roadway for mining metal ore by caving method [J]. Rock and soil mechanics,2020,41(Sup1):279-289. (in Chinese))

[13] 刘玉玉,许土国. 可变模糊评价方法在浑河上游河段健康评价中的应用[J]. 水利水电科技进展,2013,33(3):64-67. (LIU Yuyu, XU Shiguo. River health assessment in the upper Hun River based on variable fuzzy model[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2013, 33(3): 64-67. (in Chinese))

[14] 范新宇,贾志献,白雪亮,等. 熵权模糊综合评价模型在极软岩隧洞围岩分级中的应用[J]. 工程地质学报,2019,27(6):1236-1243. (FAN Xinyu, JIA Zhixian, BAI Xueliang, et al. Classification of extremely soft rock tunnels using comprehensive evaluation model of entropy weighted fuzzy [J]. Journal of Engineering Geology,2019,27(6):1236-1243. (in Chinese))

(下转第94页)