

桩周饱和黏土非齐次渗流固结解

高子坤^{1,2}, 傅长荣¹

(1. 丽水学院土木工程系, 浙江 丽水 323000; 2. 浙西南地质灾害防治研究所, 浙江 丽水 323000)

摘要:针对桩周饱和黏土固结渗流问题,考虑固结开始时,场地附近的河流或水库水位影响,建立桩端平面水头边界;考虑基桩以承压含水砂砾石为持力层,或为加速固结排水设计砂井抽水降压等措施的影响,建立桩尖平面水力梯度边界。综合上述边界得到反映桩周饱和黏土超静孔隙水压力消散规律的定解方程,对定解方程进行齐次化运算并推导其解答。根据理论解答,得到超静孔隙水压力随边界条件、初始条件的变化,绘制等值线和流速矢量图,直观比较分析解答的合理性,并应用现有实测试桩承载力换算固结度,验证了解答的正确性。

关键词:桩;空间轴对称;非齐次边界;理论解答;平均固结度

中图分类号:TU470⁺.3 **文献标志码:**A **文章编号:**1006-7647(2021)05-0089-04

Analytical solution for inhomogeneous seepage consolidation in saturated clay around a single pile//GAO Zikun Gao^{1,2}, FU Changrong¹ (1. Department of Civil Engineering of Lishui University, Lishui 323000, China; 2. Southwest Zhejiang Institute of Prevent and Control of Geological Disasters, Lishui 323000, China)

Abstract: Aiming at the problem of seepage consolidation in saturated clay around a single pile, the inhomogeneous boundary condition of the water head was established considering the influence of water level change of river or reservoir near the site. The influence of confined-water bearing layer of sand and gravel, or the measures of pumping water from sand wells to accelerate consolidation and drainage was included, and the boundary condition of hydraulic gradient was established. Based on the boundary conditions, the definite solution conditions reflecting the dissipation of excess pore water pressure in saturated clay around the pile were established. The homogeneous operation was then carried out and the solution was deduced. According to the derived theoretical solution, the pore-water pressure variation with boundary and initial condition was obtained. The contour and the velocity vector diagram were drawn for intuitive comparison and analyzing the rationality of the solution. The actual bearing capacity of a single pile was used to convert the consolidation degree data to verify the correctness of the solution.

Key words: pile; spatial-axisymmetric; inhomogeneous boundary; theoretical solution; mean degree of consolidation

超静孔隙水压力的消散速度及程度影响基础的承载力,并反映饱和土层固结度及压缩量随时间的变化规律。该问题相关的研究主要包括初始超静孔隙水压力的确定,反映超静孔隙水压力时空变化规律理论或数值解答的推导^[1-2]及其在工程与环境问题解决中的应用等内容。

Sagaseta^[3-4]探讨了不排水条件下桩-土作用引起地基土位移、应力求解等问题;高子坤等^[1,5-6]对半空间中压桩挤土造成的附加位移、应力、超静孔隙水压力及其消散过程展开研究,得到相应问题的解答,但针对土体超静孔隙水压力消散固结问题的解答局限于齐次边界;陈文^[7]分析了饱和黏土中沉

桩挤土机理及效应;刘时鹏等^[8]采用 K_0 固结排水模型,推导了饱和黏土中压桩挤土问题的应力场并得到初始超静孔隙水压力解答;曹权等^[9]针对饱和软黏土中压桩挤土问题,引入对数应变参数描述大变形及软化等特征,推导土中孔扩张造成的应力场,并分析了超静孔隙水压力分布规律;姚笑青等^[10-11]对沉桩在饱和黏土中引起的超静孔隙水压力进行了估算。

本文针对空间轴对称非齐次固结问题,建立非齐次固结定解条件并推导解答,计算得到超静孔隙水压力随时间、空间变化的模拟数据,绘制时间-平均固结度曲线、水头等值线和流速矢量图。结合工程实例,应用实测的桩基承载力随时间变化数据换

基金项目:丽水学院基金(6603GZK01Z);丽水市科技局科研项目(2021GYX02);浙江省住建厅科技项目(2018K100)

作者简介:高子坤(1973—),男,教授,博士,主要从事岩土力学及地下工程研究。E-mail: gaozikun205@126.com

通信作者:傅长荣(1970—),男,正高级工程师,主要从事道桥工程研究。E-mail:444128208@qq.com

算平均固结度,以验证理论推导的正确性。

1 解答推导

空间轴对称问题固结微分方程为^[12]

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C_h \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (1)$$

式中: u 为超静孔隙水压力; C_h 、 C_v 分别为水平和竖直方向的固结系数; z 、 r 分别为竖直和水平(径)向坐标。

建立固结模型如图 1 所示,包括桩端平面(地下或地表)、桩尖平面、桩土接触界面以及初始超静孔隙水压力影响范围等。

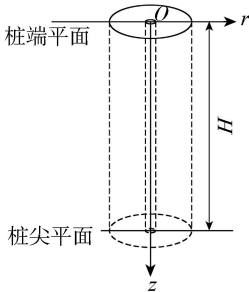


图 1 固结模型

考虑固结开始时,场地附近的河流或水库水位影响,建立桩端平面水头边界;考虑基桩以承压含水砂砾石为持力层,或为加速固结排水设计砂井抽水降压等措施的影响,建立桩尖平面水力梯度边界,即式(1)的边界条件为

$$\begin{cases} u|_{r=r_e} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial r}|_{r=r_w} = 0 \\ u|_{z=0} = \varphi(t) \\ \frac{\partial u}{\partial z}|_{z=H} = \psi(t) \end{cases} \quad (2)$$

初始条件为

$$u|_{t=0} = f(r, z) \quad (3)$$

式中: $\varphi(t)$ 、 $\psi(t)$ 分别为桩端边界处水头压力函数和桩尖平面边界处水力梯度函数; $f(r, z)$ 为任意函数; r_w 为桩孔半径; r_e 为 $f(r, z)$ 影响半径; H 为桩长。

对定解方程式(1)进行齐次化运算,令:

$$u(r, z, t) = V(r, z, t) + W(z, t) \quad (4)$$

其中 $W(z, t) = z\psi(t) + \varphi(t)$

依据式(2)及 $W(z, t)$ 表达式可得桩尖平面水力梯度 $W_z(H, t) = \partial W(H, t) / \partial z = \psi(t)$, 桩端平面水头 $W(0, t) = \varphi(t)$ 。

将式(4)代入式(1)可得:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = C_h \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + C_v \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - \frac{\partial W}{\partial t} \quad (5)$$

式(5)满足初始与边界条件: $V|_{t=0} = f(r, z) - W(z, 0)$ 、

$$W(z, 0), V|_{r=r_e} = 0, \frac{\partial V}{\partial r}|_{r=r_w} = 0, V|_{z=0} = 0, \frac{\partial V}{\partial z}|_{z=H} = 0。$$

对于边界取值为任意常数的情况,借鉴分离变量法^[7],假设 $V(r, z, t) = R(r)Z(z)T(t)$, 令 $T' = \frac{dT}{dt}$ 、

$$Z'' = \frac{d^2 Z}{dz^2}, R' = \frac{dR}{dr}, R'' = \frac{d^2 R}{dr^2} \text{并代入式(5)可得:}$$

$$RZT' - C_h DZT - C_v TRZ'' = 0 \quad (6)$$

其中

$$D = R'' + \frac{1}{r}R'$$

引入参数 μ 、 λ , 对式(6)分离变量可得:

$$\begin{cases} Z'' + \mu Z = 0 \\ T' + \lambda C_h T = 0 \\ R'' + R'/r + (\lambda - C_v/C_h\mu)R = 0 \end{cases} \quad (7)$$

式(7)满足边界条件 $R'|_{r=r_w} = 0, R|_{r=r_e} = 0, Z|_{z=0} = 0, Z'|_{z=H} = 0$ 和初始条件 $V|_{t=0} = f(r, z) - W(z, 0)$ 。

求解式(7)可得:

$$Z_k(z) = C_k \sin \sqrt{\mu_k} z \quad (8)$$

$$R_i(r) = C_i Y_0(\alpha_i r) - C_i \frac{Y_0(\alpha_i r_e)}{J_0(\alpha_i r_e)} J_0(\alpha_i r) \quad (9)$$

$$T(t) = A e^{-\lambda_k C_h t} \quad (10)$$

结合初始条件 $V(r, z, 0) = f(r, z) - W(z, 0)$, 将式(8)~(10)代入 $V(r, z, t)$ 可得:

$$V(r, z, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} C_{k,i} \sin(\sqrt{\mu_k} z) \cdot \left[Y_0(\alpha_i r) - \frac{Y_0(\alpha_i r_e)}{J_0(\alpha_i r_e)} J_0(\alpha_i r) \right] e^{-\lambda_{k,i} C_h t} \quad (11)$$

其中

$$\lambda_{k,i} = \alpha_i^2 + n\mu_k$$

$$\mu_k = \frac{\pi^2 (2k-1)^2}{4H^2} \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$

$$C_{k,i} = \frac{\int_{r_w}^{r_e} \int_0^H V(r, z, 0) M_i \sin(\sqrt{\mu_k} z) r dr dz}{\int_{r_w}^{r_e} \int_0^H M_i^2 \sin^2(\sqrt{\mu_k} z) r dr dz}$$

$$M_i = Y_0(\alpha_i r) - Y_0(\alpha_i r_e) J_0(\alpha_i r) / J_0(\alpha_i r_e)$$

式中: $\alpha_i (i = 1, 2, 3, \dots)$ 为特征方程 $J_1(\alpha_i r_w) \cdot Y_0(\alpha_i r_e) - J_0(\alpha_i r_e) Y_1(\alpha_i r_w) = 0$ 的特征值; J_0 、 J_1 分别为 0 阶和 1 阶 1 类 Bessel 函数; Y_0 、 Y_1 分别为 0 阶和 1 阶 2 类 Bessel 函数。

依据 $u(r, z, t) = V(r, z, t) + W(z, t)$ 可得式(1)的理论解:

$$u(r, z, t) = V(r, z, t) + z\psi + \varphi \quad (12)$$

由式(12)可得 t 时刻平均固结度理论计算式为

$$U(t) = 1 - \frac{\int_{r_w}^{r_e} \int_0^H u(r, z, t) r dr dz}{\int_{r_w}^{r_e} \int_0^H f(r, z) r dr dz} \quad (13)$$

2 工程实例

某试桩承载力实测值及其换算的平均固结度如表 1 所示^[1,12]。

表 1 承载力及平均固结度

间歇期/d	实测承载力/MN	换算固结度/%
0	1.00	0.0
10	3.10	57.4
19	3.74	74.9
31	4.29	89.9
61	4.50	95.6
91	4.66	100.0

试桩尺寸为 0.45 m × 0.45 m, 桩长为 30.9 m, 等效半径取 $r_w = \sqrt{d^2/\pi} = 0.25$ m, 初始超静孔隙水压力分布^[1]为

$$f_1(r,z) = \beta \Delta \sigma_0 + \alpha_f \Delta \tau_0 \tag{14}$$

其中 $\Delta \sigma_0 = (\Delta \sigma_r + \Delta \sigma_\theta + \Delta \sigma_z)/3$
 $\Delta \tau_0 = \sqrt{(\Delta \sigma_r - \Delta \sigma_\theta)^2 + (\Delta \sigma_\theta - \Delta \sigma_z)^2 + (\Delta \sigma_z - \Delta \sigma_r)^2 + 6 \Delta \tau_{rz}^2}$
 $\alpha_f = \sqrt{2} (3A - 1)/2$

式中: $\Delta \sigma_r, \Delta \sigma_\theta, \Delta \sigma_z, \Delta \tau_{rz}$ 为沉桩引起的桩周土体的应力增量, 由文献[1]确定; A 为 Skempton 孔压参数; β 为 Henkel 孔隙压力系数, 对于饱和黏土 $\beta = 1$ 。

为便于比较及验证, 也对式(13)所示的初始条件进行固结渗流问题计算:

$$f_2(r,z) = \gamma' z \tag{15}$$

2.1 固结渗流计算

依据式(12), 对水头和水力梯度为 $\varphi = 3$ m、 $\psi = -0.4$ 和 $\varphi = 3$ m、 $\psi = 0.4$ 两种工况进行计算, 绘制超静孔隙水压力等值线和渗流速度矢量如图 2 ~ 5 所示, 图 2 和图 4 基于初始条件式(14), 图 3 和图 5 基于初始条件式(15)。由图 2 ~ 5 比较分析可知: 固结开始时刻(0 d), 等值线及流速矢量的空间分布与初始条件吻合, 验证了级数解答的正确性与收敛性;

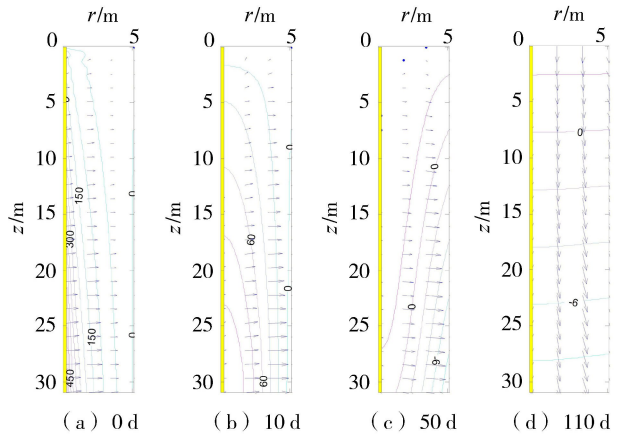


图 2 超静孔隙水压力等值线

(初始条件式(14), $\varphi = 3$ m, $\psi = -0.4$; 单位: kPa)

在固结稳定阶段(110 d), 等值线及流速矢量的空间分布由边界取值确定, 为稳定渗流; 固结渗流中间阶段(10 ~ 50 d), 渗流的空间分布和流速矢量的大小与方向受边界条件和初始条件共同作用, 随时间变化, 为非稳定渗流; 负水力梯度将提高排水固结速度, 并最终在桩周土中产生负超静孔隙水压力, 即超固结, 如图 2 和图 3 所示; 正水力梯度的作用与负水力梯度相反, 使土层的超静孔隙水压力无法完全消

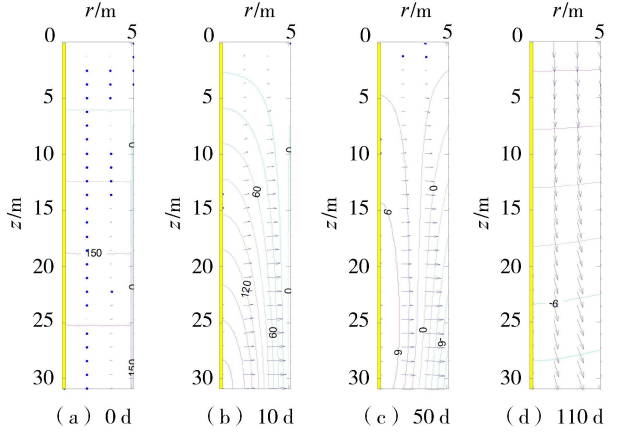


图 3 超静孔隙水压力等值线

(初始条件式(15), $\varphi = 3$ m, $\psi = -0.4$; 单位: kPa)

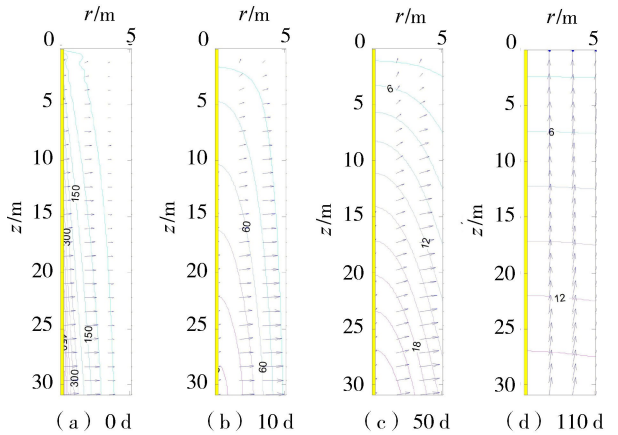


图 4 超静孔隙水压力等值线

(初始条件式(14), $\varphi = 3$ m, $\psi = 0.4$; 单位: kPa)

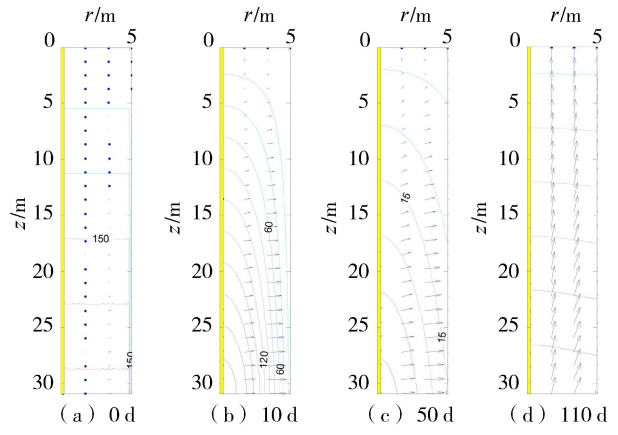


图 5 超静孔隙水压力等值线

(初始条件式(15), $\varphi = 3$ m, $\psi = 0.4$; 单位: kPa)

散,如图4和图5所示。

2.2 平均固结度计算

依据式(14)(15)对两种工况进行计算:地表水位分别为0 m、3 m、6 m和9 m且桩尖平面处水力梯度为0(隔水)的工况;地表水位6 m,且桩尖平面处水力梯度分别为 $-2/5$ 、 $-1/5$ 、 0 、 $1/5$ 和 $2/5$ 的工况。并结合表1所列固结度数据绘制图6和图7。

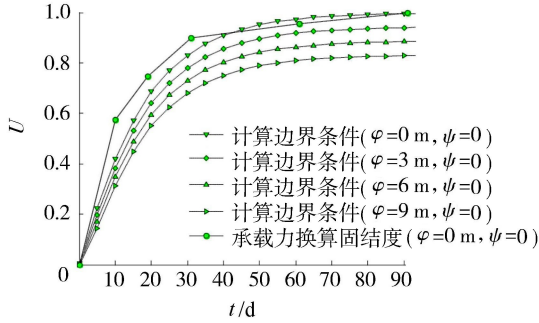


图6 桩尖平面水力梯度为0的时间-平均固结度曲线

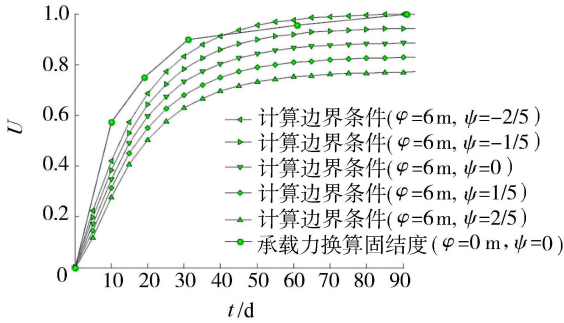


图7 地表水位保持6m的时间-平均固结度曲线

由图6可知,对于地表水位为0 m的情况,计算所取边界条件与工程实例的边界相同,理论解答计算的固结度随时间变化规律也与实测承载力换算的固结度符合,验证了理论解答的正确性。

对于地表水位分别为3 m、6 m和9 m的情况,由于水位上升形成补给边界,同一时间点计算的平均固结度比0 m的情况降低。分析图6可知,对于50~70 d的时间区间,补给边界水位每增加3 m(例如边界水头由0 m增加到3 m),土层平均固结度值降低6%左右。

比较图6与图7可知, $\varphi=6\text{ m}$ 、 $\psi=-2/5$ 与 $\varphi=0\text{ m}$ 、 $\psi=0$ 的理论计算固结曲线基本相同,说明 $\varphi=6\text{ m}$ 与 $\psi=-2/5$ 的补给与排水效果可以互相平衡,本文理论解答可以应用于抽水或回灌水量设计。

3 结论

a. 结合工程场地存在的各种渗流固结边界条件,建立空间轴对称、非齐次的定解条件,推导固结渗流和平均固结度计算理论公式。针对不同时刻、不同初始条件、不同边界条件,绘制桩周饱和黏土固

结渗流水头等值线和流速矢量图,分析比较其时空变化规律,验证了解答的正确性与工程适用性。

b. 应用实测试桩数据换算固结度,与本文理论解答计算结果进行对比,进一步验证了理论公式的正确性。

c. 解答适用于具备稳定水头、水力梯度值或补给源的边界条件,适用于以抽水降压、加速固结或回灌减少地面沉降为目的的抽水或灌水量设计。

参考文献:

- [1] 高子坤,施建勇. 饱和黏土中沉桩挤土形成超静孔压分布理论解答研究[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(6): 1109-1114. (GAO Zikun, SHI Jianyong. Theoretical solutions of distribution of excess pore pressure due to pile jacking in saturated clay [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(6): 1109-1114. (in Chinese))
- [2] 黄倩,王锦国,陈舟,等. 黏滞性对LNAPL在非饱和多孔介质中优先流影响的试验研究[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2015, 43(1): 66-71. (HUANG Qian, WANG Jinguo, CHEN Zhou, et al. Experimental study of impacts of viscosity of LNAPL on preferential flow in unsaturated porous media [J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2015, 43(1): 66-71. (in Chinese))
- [3] SAGASETA. Analysis of undrained soil deformation due to ground loss [J]. Geotechnique, 1987, 37(3): 301-320.
- [4] SAGASETA A. Prediction of ground movements due to pile-driving in clay [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2001, 127(1): 55-66.
- [5] 高子坤,施建勇. 饱和黏土中单桩桩周土空间轴对称固结解[J]. 岩土力学, 2008, 29(4): 979-982. (GAO Zikun, SHI Jianyong. Consolidation solution of soil around single-pile after pile sinking [J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(4): 979-982. (in Chinese))
- [6] 高子坤,施建勇. 散粒材料压缩模量修正及群桩基础稳定性研究[J]. 岩土力学, 2013, 34(8): 2174-2180. (GAO Zikun, SHI Jianyong. Research of constitutive relation of discrete material and stability of grouped piles foundation [J]. Rock and Soil Mechanics. 2013, 34(8): 2174-2180. (in Chinese))
- [7] 陈文. 饱和黏土中静压桩沉桩机理及挤土效应研究[D]. 南京: 河海大学, 1999.
- [8] 刘时鹏,施建勇,雷国辉,等. K_0 固结饱和土柱孔扩张问题弹塑性分析[J]. 岩土力学, 2013, 34(2): 389-394. (LIU Shipeng, SHI Jianyong, LEI Guohui, et al. Elastoplastic analysis of cylindrical cavity expansion in K_0 consolidated saturated soils [J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, 34(2): 389-394. (in Chinese))

(下转第98页)