

反弧阶梯溢洪道水力特性

张 伟,李书芳,王景旭

(河北工程大学水利水电学院,河北 邯郸 056038)

摘要:为提高大单宽流量阶梯溢洪道消能率和增加掺气,提出一种新型反弧阶梯溢洪道,即将传统直角阶梯的水平面改为反弧面。通过物理模型试验,对反弧形阶梯的流态、掺气发生位置和消能率进行了研究。结果表明,在试验条件范围内,反弧阶梯流态可分为跌落流、挑射流、过渡流、滑行流4种,在单个阶梯长度和高度相同时,反弧阶梯掺气发生位置是直角阶梯的0.5~0.8倍,反弧阶梯消能率比直角阶梯最大增加约9%。

关键词:反弧阶梯;阶梯溢洪道;流态;消能率;掺气

中图分类号:TV651.1 **文献标志码:**A **文章编号:**1006-7647(2022)03-0075-06

Hydraulic characteristics of a reverse arc-stepped spillway//ZHANG Wei, LI Shufang, WANG Jingxu (School of Water Conservancy and Hydroelectric Power, Hebei University of Engineering, Handan 056038, China)

Abstract: In order to improve the energy dissipation rate and increase the aeration, a new type of reverse arc-stepped spillway was proposed, in which the horizontal plane of the traditional right-angle step was changed into a reverse arc surface. The flow pattern, aeration location and energy dissipation rate of the reverse arc step were studied by physical model tests. The results show that in the range of test conditions, the flow patterns of the reverse arc step can be divided into four kinds, which are nappe flow, ejection flow, transition flow and skimming flow. When the length and height of a single step are the same, the aeration position of the reverse arc step is 0.5 to 0.8 times of that for a right-angle step, and the energy dissipation rate of reverse arc step is about 9% higher than that of a right-angle step.

Key words: reverse arc step; stepped spillway; flow pattern; energy dissipation rate; aeration

阶梯消能是一种古老的消能形式,最早可追溯到公元前1300年希腊人在Akamania修建的土质溢流堰^[1]。近30多年来,随着碾压混凝土筑坝技术的发展,阶梯消能因施工进度快、工期短、投资省等优势,受到国内外水利工作者的强烈关注,并进行了大量的研究^[2-5]。但工程实践表明,在高水头、大单宽流量下,传统直角阶梯消能工有可能出现消能率下降、掺气能力减弱、发生空蚀破坏等问题^[6]。为提高大单宽流量阶梯消能工的消能率和降低空蚀破坏风险,国内外学者不断对阶梯形式和消能方式进行改进和优化,进行了许多新型阶梯消能方式的开发和研究工作。

从阶梯面形式方面,可通过在阶梯面上增加辅助消能元件或者改变阶梯面形状来提高消能和掺气效果。如Torabi等^[7-8]通过在阶梯面上布置块体结构增加阶梯面粗糙度,通过模型试验得出在滑行流

状态下,粗糙化的阶梯溢洪道的消能率提高了7.2%~20%;Gamal等^[9]通过在阶梯面上增加带孔的挡板,使得阶梯溢洪道趾部的消能率明显增大。Mero等^[10]将阶梯面设置成两侧高中间低的曲面形,并在中部设置反射块体结构,在溢洪坡度为26.68°时得出消能率是传统阶梯的两倍;Chinnarasri等^[11-12]通过改变阶梯面坡度和增加阻水尾坎,提出了斜面阶梯和带尾坎阶梯;Carvalho等^[13]提出了以在阶梯面发生水跃为主要目的弧形尾坎阶梯;黄智敏等^[14]通过对外凸形阶梯与光滑溢洪道的对比,指出外凸形阶梯溢洪道的消能效果要远大于光滑溢洪道;田忠等^[15]提出了“V”形台阶溢洪道结构,并得出“V”形阶梯面会形成三元水流,增大水流紊动强度,消能率明显高于传统直角阶梯溢洪道;Ghaderi等^[16]提出了一种新型迷宫式阶梯溢洪道结构,通过数值模拟得出迷宫式阶梯溢洪道较传统直角阶梯式

基金项目:河北省自然科学基金(E2019402102)

作者简介:张伟(1996—),男,硕士研究生,主要从事工程水力学研究。E-mail:1053754235@qq.com

通信作者:李书芳(1981—),女,讲师,博士,主要从事水力学及河流动力学研究。E-mail:shuili_1981@126.com

增大了摩擦系数和水流的扰动,进而提高了水流的能量耗散;Li 等^[17]对溢洪道起始阶段的阶梯提出了分流式和交错式两种阶梯布置方案,并通过数值模拟得出,两种方案沿阶梯长度方向的压力呈波浪分布,负压区较少,尤其在大流量时,交错式阶梯最大消能率达到 87.75%。

从消能方式方面,将阶梯与其他消能工联合使用来提高消能和降低空蚀破坏,如钱尚拓^[18]提出一种挑流+阶梯消能工,在结构上包括进口段、挑流段、前置阶梯段、掺气池和阶梯消能段。在大单宽流量下获得良好的消能效果和掺气减蚀能力。此外,将阶梯与掺气分流墩、掺气坎、宽尾墩和消力池等联合应用,进一步拓宽了阶梯消能工的应用范围^[19-21]。

每种阶梯都有其特定的适用条件,水利工程建设日渐趋向于复杂多样的地理地质条件,为适应不同工程的需求,新型阶梯溢洪道的开发研究将为水利工程建设提供更多参考。

本文提出一种新型的反弧形阶梯结构,即将传统直角阶梯的水平面改为反弧面。该结构一方面可以在一定条件下形成连续或者不连续挑射流,增大阶梯面水流碰撞和裂散,增加掺气,降低空蚀破坏;另一方面,反弧面可以增大阶梯面的有效粗糙程度,促进阶梯面能量耗散,提高消能率。通过模型试验,对不同来流条件下反弧阶梯溢洪道的流态、掺气发生位置和消能等特性进行研究,拟为阶梯溢洪道工程设计和应用提供参考。

1 研究方法

模型试验是在河北工程大学水利馆进行,模型布置如图 1 所示,主要由上游水箱、阶梯段、尾水段、进水系统和回水池 5 部分组成。阶梯段和尾水段均由有机玻璃做成。为使水流平顺过渡,在水箱和阶梯段之前连接一长 45 cm 的水平进水段,通过一个半径为 5 cm 的弧形曲线与第一阶阶梯连接。阶梯段水平方向总长 2 m,总高度为 1.2 m,溢洪道底坡倾斜角 $\theta=26.6^\circ$,尾水段长为 2 m,整个溢洪道模型宽 $B=15\text{ cm}$ 。共制作两组 4 个阶梯模型,两个传统



图 1 模型试验布置

的直角阶梯和两个反弧阶梯,设单个台阶长为 l ,高为 d ,反弧半径为 r 。直角阶梯和反弧阶梯结构示意图如图 2 所示,图中实线为直角阶梯,虚线为反弧阶梯。阶梯模型具体的尺寸见表 1,用 M_{ij} 对 4 个模型进行编号,其中 $i=1$ 和 2 分别表示直角阶梯和反弧阶梯, $j=1$ 和 2 分别表示同类阶梯序号,则表中 M11 和 M12 分别为两个直角阶梯,M21 和 M22 分别为两个反弧阶梯。

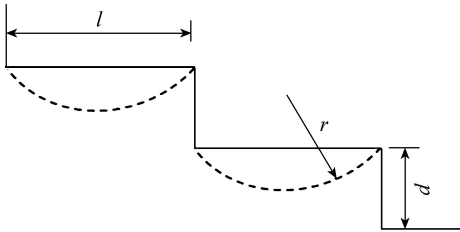


图 2 直角阶梯和反弧阶梯结构示意图

表 1 阶梯模型尺寸设计

类型	编号	模型简称	台阶尺寸			台阶数量
			d/cm	l/cm	r/cm	
直角阶梯	M11	大直角阶梯	10	20	0	10
	M12	小直角阶梯	5	10	0	20
反弧阶梯	M21	大反弧阶梯	10	20	12	10
	M22	小反弧阶梯	5	10	6	20

试验观察阶梯溢洪道流态发展过程和掺气发生点的变化情况,水流出现比较稳定的气泡时视为初始掺气开始,以第一阶阶梯始端为零点,掺气发生点距离零点的斜面长度为掺气发生长度,用 L 表示,如图 3 所示。

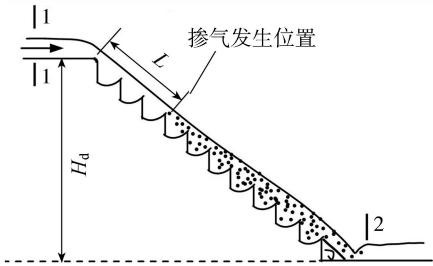


图 3 模型示意

以下游底板为基准面计算消能率,计算断面 1—1 和 2—2 分别设在进口断面和末端阶梯水流入水点下游约 10 cm 位置(为了避开水舌落点位置剧烈的水流紊动),计算断面如图 3 和图 4 所示。阶梯消能率 $\eta=(E_1-E_2)/E_1$,其中 $E_1=H_d+h_1+\alpha_1 V_1^2/(2g)$ 为上游进口断面 1—1 总能量, $E_2=h_2+\alpha_2 V_2^2/(2g)$ 为下游计算断面 2—2 总能量, H_d 为上下游底板高差 $H_d=1.2\text{ m}$; h_1 、 h_2 分别为断面 1—1 和断面 2—2 水深; α_1 和 α_2 分别为断面 1—1 和断面 2—2 的动能修正系数,取 $\alpha_1=\alpha_2=1$; V_1 、 V_2 分别为断面 1—1 和断面 2—2 平均流速,用毕托管测速仪测量,毕托管测速仪的分辨率

为 0.01 m/s。为保证测量的点流速更接近真实平均流速,沿水深方向选取上、中、下 3 个位置测量 3 个点流速,将 3 个点流速求平均作为 2—2 断面的断面平均流速。测点示意图如图 4 所示。

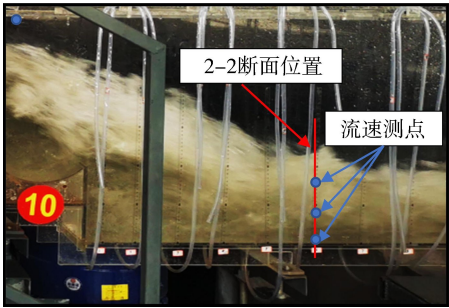


图 4 2—2 断面位置和流速测点示意

2 试验结果与分析

2.1 流态

根据前人对直角阶梯溢洪道流态研究,直角阶梯流态随相对临界水深 h_c/d (h_c 为进口临界水深) 的变化可分为 3 类: 跌落流 (nappe flow)、过渡流 (transition flow) 和滑行流 (skimming flow), 前人关于直角阶梯流态的研究较多, 这里不再赘述。

反弧阶梯因其特殊的结构形式, 其流态发展与直角阶梯既有相似之处, 又有其特殊性。根据试验观察, 可将反弧阶梯流态分为跌落流、挑射流、过渡流和滑行流 4 种。下面以大反弧阶梯 M21 为例对反弧阶梯流态进行说明。

当 $h_c/d < 0.45$ 时, 来流流量较小, 水流从上一阶梯面自由跌落至下一阶梯面, 在下游阶梯反弧面上形成一个弧形小水池, 受跌落水舌的冲击作用, 水舌落水点上下游分别形成小的旋涡 (图 5(a)), 这种流态与直角阶梯跌落流态相似, 仍称之为跌落流。

随着来流流量增大, 由于反弧面的起挑作用, 跌落水舌逐渐向上挑起, 挑流水舌落点逐渐向下游移动, 当 $h_c/d \geq 0.45$ 时, 水舌越过下一阶梯面砸落在

第三阶阶梯面上, 并在下一阶梯面的水舌空腔下形成弧形静水池 (图 5(b)), 称这种阶梯面上水流越级挑射的状态为挑射流态 (jet flow)。

当来流流量继续增大, 一方面, 挑流水舌厚度增加, 受重力作用, 水舌上下缘挑角减小, 挑距缩短; 另一方面, 反弧阶梯面上静水池水深增加, 受水舌冲击作用, 在反弧阶梯面上形成剧烈的紊动旋涡, 旋涡上表面和水舌下缘之间的空腔范围逐渐减小。除首级阶梯外, 当挑射水舌与主流之间的空腔完全消失时, 水流开始进入滑行流态。

从挑射流向滑行流态过渡的过程中, 存在一个过渡流状态。挑射水流不再越级挑射, 阶梯面上水舌落点开始逐级跌落, 水流和阶梯隅角之间一部分阶梯面空腔消失, 另一部分阶梯面上仍有小范围空腔 (图 5(c))。

在进入滑行流态初期, 除第一阶阶梯面仍有明显挑射流外, 其他阶梯面上由挑射流形成的主流上表面和反弧阶梯面上的紊动旋涡强烈混掺, 掺入大量空气, 整个阶梯面上水流全部呈白色 (图 5(d))。随着流量继续增大, 第一阶阶梯面上挑射流逐渐与滑行主流融合, 阶梯面上水流开始变为清水, 开始出现掺气发生点, 掺气发生点位置随流量增大逐渐向下游移动 (图 5(e)), 直至完全消失在阶梯面上。

图 6 绘出了 4 个阶梯流态转变过程的临界条件, 纵坐标为相对临界水深 h_c/d , 横坐标为溢洪道坡角 θ 。作为对比, 将田嘉宁^[22] 和 Yasuda 等^[23] 的试验数据一并绘在图 6 中, 用流态英文名称的前 2 个字母表示各个流态转变过程, 如 Na-Tr 表示跌落流转变为过渡流, Je-Sk 表示挑射流转变为滑行流。可见, 本文得出的直角阶梯跌落流上限和滑行流下限与试验结果非常吻合; 对反弧阶梯, M21 和 M22 的各个流态临界点相近, 总的来讲, M21 的流态转变时的临界 h_c/d 值略小于 M22; 跌落流上限、过渡流

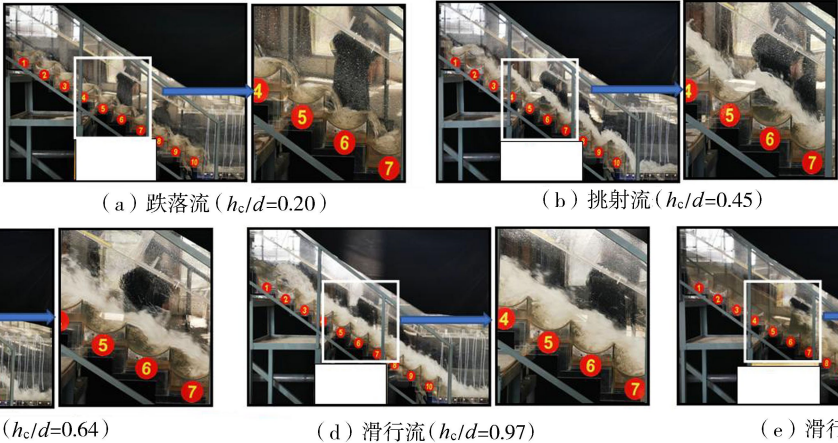


图 5 反弧阶梯流态

上限、过渡流下限将 $h_c/d \sim \theta$ 平面分为 4 个区(图 6),其中①区为跌落流区,②区为挑射流区,③区为过渡流区,④区为滑行流区;反弧阶梯转变为滑行流态时的临界条件与直角阶梯非常接近,反弧阶梯进入过渡流态时的临界条件低于直角阶梯。

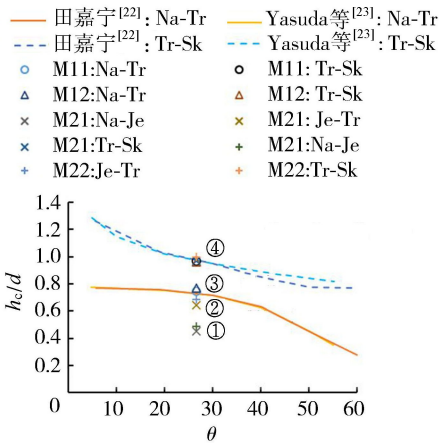


图 6 阶梯流态临界条件

2.2 掺气发生位置

试验观察了 4 个阶梯在无闸门情况下掺气发生位置,图 7 为 4 个阶梯掺气照片对比。大直角阶梯

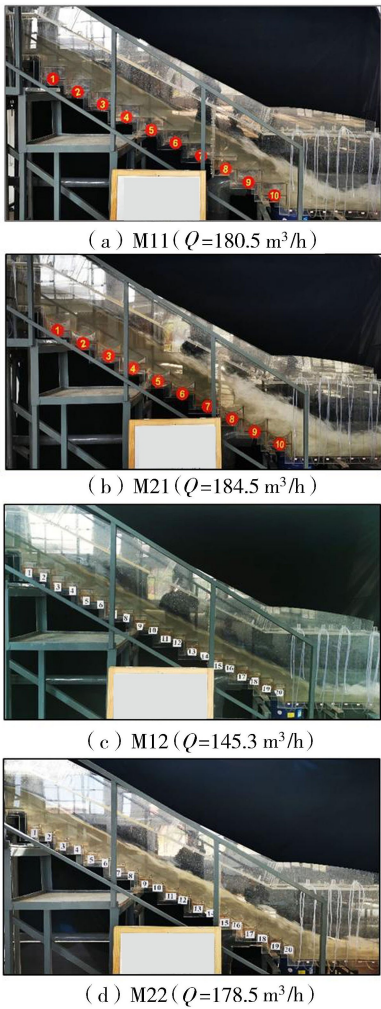


图 7 掺气发生位置

M11 在 $Q=180.5\text{ m}^3/\text{h}$ 时,仅从第 8 阶阶梯开始有表面掺气,第 10 阶阶梯上有少量底部掺气。而相同阶梯高度和长度的大反弧阶梯 M21,在流量 $Q=184.5\text{ m}^3/\text{h}$ 时,从第 5 阶阶梯开始仍有明显表面掺气,从第 7 阶阶梯开始底部掺气仍较为强烈。小直角阶梯 M12 在 $Q=145.3\text{ m}^3/\text{h}$ 时已经看不到明显的掺气现象。而小反弧阶梯在 $Q=178.5\text{ m}^3/\text{h}$ 时,表面掺气从第 7 阶阶梯开始,从第 13 阶阶梯开始仍有少量底部掺气。由此可见,在单个阶梯高度和长度相同同时,反弧阶梯相比直角阶梯具有更好的掺气效果。

阶梯掺气效果可以从滑行流时掺气发生位置判断出来,同等条件下,如果掺气发生位置越近,表明越有利于掺气发生。图 8(a)列出了 4 个阶梯模型掺气发生位置随流量的变化,可见,在流量较小时,4 个阶梯掺气发生位置比较接近,区别不大,大反弧阶梯的 L 值略小于其他 3 个阶梯;随着流量增大,4 个阶梯的 L 值均逐渐增大,掺气发生位置的差别也越来越明显。相比之下,两个直角阶梯和小反弧阶梯的 L 值增大较为明显,大反弧阶梯的 L 值增加相对较小。相同来流流量下,4 个阶梯的 L 值从小到大的顺序依次为 M21、M22、M11、M12。经过计算,在试验范围内,反弧阶梯的 L 值是相同高度和长度的直角阶梯的 0.5~0.8 倍,阶梯高度和长度越大越有利于掺气发生。

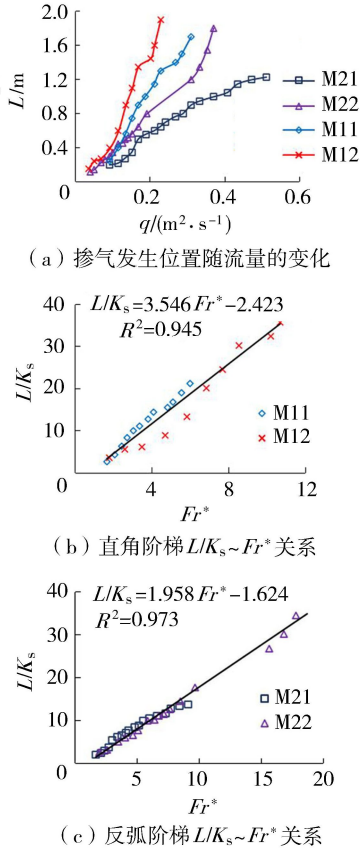


图 8 掺气发生位置与 q 和 Fr^* 的关系

前人研究^[24-26]得出,相对掺气发生位置 L/K_s 与粗糙弗汝德数 $Fr^* = q/\sqrt{g\sin\theta K_s^3}$ 有关(其中 $K_s = b\cos\theta$ 为阶梯表面粗糙高度; b 为单个阶梯高度; q 为来流单宽流量; g 为重力加速度)。图 8(b)和图 8(c)中分别绘出直角阶梯和反弧阶梯 L/K_s - Fr^* 关系图,可以看出,直角阶梯和反弧阶梯的 L/K_s 与 Fr^* 均呈近似线性关系。通过对数据拟合,得到直角阶梯和反弧阶梯 $L/K_s \sim Fr^*$ 的经验关系式分别为

$$L/K_s = 3.546Fr^* - 2.423 \quad (1)$$

$$L/K_s = 1.958Fr^* - 1.624 \quad (2)$$

式(1)和式(2)的相关系数分别为 0.945 和 0.973,拟合关系较好。

2.3 消能率

图 9 为消能率 η 随来流单宽流量 q 的变化趋势。整体来看,4 个阶梯模型的 η 值随 q 的增加呈明显下降趋势,当 q 较小时,相同流量下 4 个阶梯的 η 值相差不大,表明小流量时反弧阶梯的消能优势并不突出。随着 q 增大,当 $q > 0.2 \text{ m}^2/\text{s}$ 时,小反弧阶梯 M22 的消能率与两个直角阶梯消能率相近,但是大反弧阶梯 M21 的消能率逐渐大于其他 3 个阶梯,在单宽流量 $q = 0.47 \text{ m}^2/\text{s}$ 时,大反弧阶梯 M21 比大直角阶梯 M11 消能率增大约 9%。可见,如若反弧阶梯结构设计合理,可在一定程度上提高消能率,结合前面掺气发生位置的研究结果可知,在 r/d 相同的情况下,当 $r = 0.12 \text{ m}$ 时的消能和掺气效果均比 $r = 0.06 \text{ m}$ 时更好。

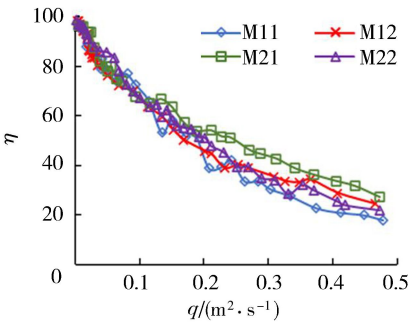


图 9 消能率随单宽流量的变化

3 结 论

a. 反弧阶梯流态可以分为跌落流、挑射流、过渡流和滑行流 4 种,反弧阶梯滑行流下限与直角阶梯接近,过渡流下限略低于直角阶梯。

b. 在滑行流态,4 个阶梯溢洪道掺气发生位置随来流流量增加而增大,相同阶梯高度和长度时,反弧阶梯掺气发生位置比直角阶梯短,试验范围内得出反弧阶梯掺气发生位置是直角阶梯的 0.5 ~ 0.8 倍。直角阶梯和反弧阶梯相对掺气发生位置 L/K_s

与粗糙弗汝德数 Fr^* 均呈近似线性关系,根据试验结果分别得出两种阶梯 L/K_s 与 Fr^* 的经验关系式。

c. 从 4 个阶梯消能率对比结果可以得出,当反弧阶梯结构设计合理时,可在一定程度上提高消能率。如 $q = 0.47 \text{ m}^2/\text{s}$ 时大反弧阶梯消能率相比大直角阶梯增大约 9%。在 r/d 相同的情况下,阶梯面反弧半径越大,消能效果越好。

参考文献:

- [1] 王承恩,张建民,李贵吉. 阶梯溢洪道的研究现状及展望[J]. 水利水电科技进展, 2008, 28 (6): 89-94. (WANG Chengen, ZHANG Jianmin, LI Guiji. Research status and prospect of step spillway[J]. Advances in water resources and hydropower, 2008, 28 (6): 89-94. (in Chinese))
- [2] 陈群,戴光清,刘浩吾. 阶梯式溢流坝研究综述[J]. 水利水电科技进展, 2002, 22(1): 47-50. (CHEN Qun, DAI Guangqing, LIU Haowu. Review of stepped spillway dams [J]. Advances in Water Resources and Hydropower, 2002, 22(1): 47-50. (in Chinese))
- [3] 魏文礼,吕彬,刘玉玲. 阶梯溢流坝和宽尾墩及消力池组合消能的水流数值模拟研究[J]. 水动力学研究与进展 A 辑, 2012 (4): 80-86. (WEI Wenli, LYU Bin, LIU Yuling. Numerical simulation of combined energy dissipation of stepped spillway and wide pier and stilling Basin[J]. Chinese Journal of Hydrodynamics, 2012, 27 (4): 442-448. (in Chinese))
- [4] 田嘉宁,天津岩夫,李建中,等. 台阶式溢洪道各流况的消能特性[J]. 水利学报, 2003, 34 (4): 35-39. (TIAN Jianing, OTSU Iwao, LI Jianzhong, et al. Energy dissipation characteristics of stepped spillway under various flow conditions[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2003, 34 (4): 35-39. (in Chinese))
- [5] FELDER S. Air-water flow properties and energy dissipation on stepped spillways: a physical study of several pooled stepped configurations [R]. Brisbane: the University of Queensland, 2012.
- [6] 邱毅,吴欧侯,杨具瑞,等. 阶梯溢流坝面坡度对一体化消能工水力特性的影响[J]. 水利水电科技进展, 2020, 40(3): 28-35. (QIU Yi, WU Ouyu, YANG Jurui, et al. Influence of step overflow dam surface slope on hydraulic characteristics of integrated energy dissipators[J]. Water Resources and Hydropower Science and Technology Progress, 2020, 40(3): 28-35. (in Chinese))
- [7] TORABI H, PARSIAIE A, YONESI H, et al. Energy dissipation on rough stepped spillways[J]. Iranian Journal of Science and Technology (Transactions of Civil Engineering), 2018, 42(1). 325-330
- [8] GHADERI A, ABBASI S. Experimental and numerical study of the effects of geometric appendance elements on

- energy dissipation over stepped spillway[J]. Water, 2021, 13(7):1-24.
- [9] GAMAL M A A, SOBEAH M, HELAL E, et al. Improving energy dissipation on stepped spillways using breakers[J]. Ain Shams Engineering Journal, 2018, 9(4):1887-1896.
- [10] MERO S, MITCHELL S. Investigation of energy dissipation and flow regime over various forms of stepped spillways[J]. Water and Environment Journal, 2017, 31(1):1-11.
- [11] CHINNARASRI C, WONGWISES S. Flow regimes and energy loss on chutes with upward inclined steps[J]. Canadian Journal of Civil Engineering, 2004, 31(5):870-910.
- [12] CHINNARASRI C, WONGWISES S. Flow patterns and energy dissipation over various stepped chutes[J]. Journal of Irrigation & Drainage Engineering, 2006, 132(1):70-76.
- [13] CARVALHO R F, MARTINS R. Stepped spillway with hydraulic jumps: application of a numerical model to a scale model of a conceptual prototype[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2014, 135(7):615-619.
- [14] 黄智敏, 陈卓英, 付波. 外凸形阶梯陡槽段水力特性试验研究[J]. 中国农村水利水电, 2015(3):152-157. (HUANG Zhimin, CHEN Zhuoying, FU Bo. Experimental research on the hydraulic characteristic of outer bulging step chute[J]. China Rural Water and Hydropower, 2015(3):152-157. (in Chinese))
- [15] 田忠, 许唯临, 余挺, 等. “V”形台阶溢洪道的消能特性[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2010, 42(2):21-25. (TIAN Zhong, XU Weilin, YU Ting, et al. Energy dissipation characteristics of v-shaped step spillway[J]. Journal of Sichuan University (Engineering Science), 2010, 42(2):21-25. (in Chinese))
- [16] GHADERI A, ABBASI S, ABRAHAM J, et al. Efficiency of trapezoidal labyrinth shaped stepped spillways[J]. Flow Measurement and Instrumentation, 2020, 72:1-5.
- [17] LI Guodong, ZHANG Haifeng, LI Xingnan, et al. Numerical simulation of stepped spillways with front step deformation[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2021(5):1-15.
- [18] 钱尚拓. 挑流阶梯溢洪道水力特性试验研究[D]. 南京: 河海大学, 2017.
- [19] 张挺, 伍超, 卢红, 等. X型宽尾墩与阶梯溢流坝联合消能的三维流场数值模拟[J]. 水利学报, 2004, 35(8):15-20. (ZHANG Ting, WU Chao, LU Hong, et al. Numerical simulation of three-dimensional flow field of the combined energy dissipation of X-type wide-tail pier and stepped spillway[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2004, 35(8):15-20. (in Chinese))
- [20] 彭勇, 张建民, 许唯临, 等. 前置掺气坎式阶梯溢洪道掺气水深及消能率的计算[J]. 水科学进展, 2009, 20(1):63-68. (PENG Yong, ZHANG Jianmin, XU Weilin, et al. Calculation of aerated water depth and energy dissipation rate of a pre-aerator stepped spillway[J]. Progress in Water Science, 2009, 20(1):63-68. (in Chinese))
- [21] 董丽艳, 杨具瑞. 挑坎+过渡阶梯的组合设施对一体化消能工的影响研究[J]. 水动力学研究与进展 A 辑, 2018, 33(6):133-141. (DONG Liyan, YANG Jurui. Research on the influence of combined facilities of cantilever and transition ladder on integrated energy dissipator[J]. Chinese Journal of Hydrodynamics, 2018, 33(6):133-141. (in Chinese))
- [22] 田嘉宁. 台阶式泄水建筑物水力特性试验研究[D]. 西安: 西安理工大学, 2005.
- [23] YASUDA Y, TAKAHASHI M, OHTST I. Flow resistance of stepped channel flows[J]. Doboku Gakkai Ronbunshuu B, 2000, 44:527-532.
- [24] CHANSON H. Hydraulics of skimming flows over stepped channels and spillways[J]. Journal of Hydraulic Research, 1994, 32(3):445-460.
- [25] FELDER S, CHANSON H. Aeration, flow instabilities, and residual energy on pooled stepped spillways of embankment dams[J]. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 2013, 139(10):880-887.
- [26] SHERRY L H, KEM C K, GREGORY J H. Simplistic design methods for moderate-sloped stepped chutes[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2014, 140:04014062-1-04014062-15.

(收稿日期:2022-03-04 编辑:郑孝宇)

