

方形桥墩紊动特性及尾涡区尺寸 PIV 试验

刘洋¹, 徐毅¹, 王茂枚¹, 赵钢¹, 王远²

(1. 江苏省水利科学研究院, 江苏 南京 210017; 2. 江阴市水利工程公司, 江苏 江阴 214400)

摘要:为探讨方形桥墩周围紊动特性和墩后尾涡区尺寸变化规律,基于粒子图像测速(PIV)技术对方形桥墩附近水流结构进行了测量,并对不同雷诺数($7500 \leq Re \leq 20000$)下方形桥墩附近紊动特性和墩后尾涡区尺寸进行了分析。结果表明:墩侧紊动强度沿横向先增大至极大值,而后迅速减小至零附近,且随着雷诺数的增大,墩侧水流紊动的影响范围逐渐扩大;根据实测数据,拟合出桥墩相对紊流宽度和墩后尾涡区相对时均体积与弗劳德数的关系式,两者与弗劳德数分别存在较好的幂函数和二次函数关系,同时拟合得到了墩后尾涡区相对时均面积与相对水深和弗劳德数的关系式,且相关性良好。

关键词:方形桥墩;紊动特性;尾涡区;粒子图像测速技术

中图分类号:TV131.2;U443.22 **文献标志码:**A **文章编号:**1006-7647(2022)04-0055-06

PIV experiments on turbulence characteristics and tail vortex zone scale of a square pier//LIU Yang¹, XU Yi¹, WANG Maomei¹, ZHAO Gang¹, WANG Yuan² (1. Hydraulic Research Institute of Jiangsu Province, Nanjing 210017, China; 2. Jiangyin Water Conservancy Engineering Company, Jiangyin 214400, China)

Abstract: In order to study the rule of turbulence characteristics and tail vortex zone scale around a square pier, the flow structure surrounding a square pier was measured by the technique of particle image velocimetry (PIV). The turbulence characteristics at the middle water-depth horizontal planes near the square pier and the tail vortex zone scale of the square pier were analyzed in detail under different Reynolds numbers ($7500 \leq Re \leq 20000$). The results show that turbulence intensity at the pier side increases to the maximum value and then decreases to near zero rapidly along the transverse direction. With the Re increases, flow turbulence at the pier side become more affected. According to the experiments, the relations between the relative turbulent flow width and the time averaged relative volume of the tail vortex zone with varied Fr have been fitted, which show a good correlation with a power relation and a quadratic relation respectively. An empirical formula for the time-averaged relative area of the tail vortex zone with different water-depth planes under the impact of Fr was also proposed with good correlation.

Key words: square pier; turbulence characteristics; tail vortex zone; particle image velocimetry technology

桥墩局部冲刷一直以来是水利、水运工程关注的热点问题,大量学者对此开展了研究。例如:王飞等^[1]采用 FLUENT 的自定义函数功能和动网格更新技术,实现了桥墩冲刷过程的可视化模拟,并对圆柱形、尖角形和流线形桥墩的冲刷特性进行了分析;潘志刚等^[2]基于支持向量机(SVM)构建了圆形桥墩(以下简称圆墩)局部冲刷深度预测模型,模型预测值与试验值吻合良好。桥墩紊动特性与尾涡区尺寸直接关系到涉水桥梁局部冲刷、水流力计算等一系列工程实际问题,钟亮等^[3-4]研究指出,桥梁局部冲刷问题与水流绕桥墩流动而产生的复杂三维紊动特性密切相关,而杨万理等^[5-8]研究表明,桥墩所受绕流阻力与墩后尾涡区尺寸之间存在密切关系,因

此,针对桥墩紊动特性和尾涡区尺寸的研究均具有重要现实意义。

长期以来,关于桥墩绕流的研究主要以圆墩为原型,方形桥墩(以下简称方墩)绕流水动力特性的研究相对较少。然而,方形作为桥墩结构的一种重要截面形式,由于其工程量小、施工简单,在实际工程中得到较为广泛的应用,在跨长江桥梁中也大量采用,如四川泸州长江大桥等^[9]。Tseng 等^[10]研究发现方墩与圆墩周围水流结构类似,桥墩附近均具有复杂的三维紊动特性,墩前有下降流和马蹄涡,墩后有周期性漩涡运动,但两者在流动细节上有明显的不同。Das 等^[11]采用声学多普勒测速仪对方墩与圆墩冲刷坑内的马蹄涡结构进行了测量,并比较

基金项目:江苏省科技厅创新能力建设计划-省属公益类科研院所自主科研经费项目(BM2018028);江苏省水利科技项目(2019001, 2020007)

作者简介:刘洋(1991—),男,工程师,硕士,主要从事河流动力学研究。E-mail:lyadair@163.com

了两者冲刷坑内墩前马蹄涡的不同特点。Thanh 等^[12]对方墩局部冲刷特征进行了研究,结果表明方墩的最大冲刷深度发生在墩前角点附近,同时指出采用泥沙输运与床面形态流动模型(FSUM)可以较好地模拟墩柱绕流水流及冲刷特征。梁发云等^[13]进一步考虑体型效应对砂土中沉井基础局部冲刷形态的影响,开展了波流水槽模型试验,得出圆形沉井最大冲刷深度和冲刷范围分别位于迎水侧和背水侧的45°范围附近,而方形沉井的冲刷主要发生在方形角点附近的结论。此外,针对方墩所受绕流阻力的研究也取得了一定成果。例如,邓绍云等^[14-15]针对前人测量技术的缺陷,设计了专门的测力对方墩所受绕流阻力进行了试验测量,得出了各级雷诺数下的阻力系数;Yang 等^[6-7]和邓斌等^[8]类比阿基米德原理对桥墩所受绕流阻力与尾涡区之间的关系进行了初步探究,结果表明方墩所受的绕流阻力与尾涡区体积之间具有较好的线性关系。上述研究主要针对方墩三维绕流流场特性和所受绕流阻力特性,未专门对桥墩周围紊动特性和尾涡区尺寸进行研究。

为了解方墩周围紊动特性和墩后尾涡区尺寸规律,本文基于粒子图像测速(particle image velocimetry, PIV)技术,对方墩附近紊动特性及墩后尾涡区尺寸进行试验研究,并拟合得到了方墩紊流宽度和墩后尾涡区相对时均体积与弗劳德数的关系式,以及墩后尾涡区相对时均面积与相对水深和弗劳德数的关系式,可为该类水工建筑物的设计和施工提供参考。

1 试验方法

1.1 水槽试验

PIV 流场测量断面分布及测量布置如图 1 所示(图中 P1 ~ P6 为 PIV 的 xOy 平面流场测量断面,

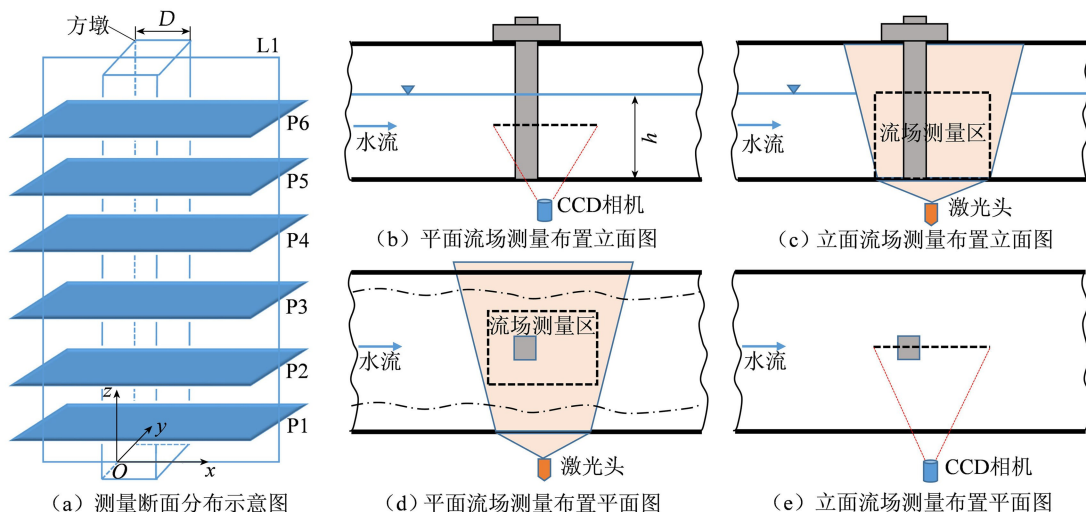


图 1 PIV 流场测量断面分布及测量布置

L1 为 xOz 立面流场测量断面), 试验仪器和坐标系的建立参见文献[8]。根据以往河工模型试验的成功经验^[5], 本文以边长为 5 m 的中等尺度方墩为研究对象, 淹没水深为 20 m, 水体流速为 1.5 ~ 4 m/s, 采用 1 : 100 的缩尺比, 依据重力相似准则, 确定方墩模型边长 $D=0.05$ m, 模型淹没试验水深 $h=0.20$ m, 试验断面平均流速 v 控制在 0.15 ~ 0.40 m/s。为获得多组试验数据以便进行较为系统的分析, 设计试验工况 6 组, 相应雷诺数 Re 为 7500 ~ 20000, 弗劳德数 Fr 为 0.107 ~ 0.286, 试验时保持各组工况水槽底坡 $i=0.0025$ 不变, 水流工况见表 1。

表 1 水流工况

工况	$v/(m \cdot s^{-1})$	Re	Fr
1	0.15	7500	0.107
2	0.20	10000	0.143
3	0.25	12500	0.179
4	0.30	15000	0.214
5	0.35	17500	0.250
6	0.40	20000	0.286

试验开始前, 利用流速剖面仪(ADCP)检查水槽边壁对试验结果的影响, 检查结果表明水槽边壁对试验测试区无明显影响^[8]。同时, 为验证 PIV 测量数据的可靠性, 在无墩与有墩两种情况下, 分别采用 ADCP 和 PIV 对同一测线(无墩条件测线位于 $x/D=0, y/D=0$ 处; 有墩条件测线位于 $x/D=-1, y/D=0$ 或 $x/D=3.5, y/D=0$ 处)进行流速测量, 并将时均处理后的流速数据进行对比, 结果如图 2 所示, 可见两种情况下两者测出的流速数据均吻合良好, 说明采用本 PIV 系统测量流场信息具有较高的准确性。

1.2 参数计算方法

为便于对方墩附近紊动特性进行分析, 参考文献[3], 采用各工况的摩阻流速 u_* 对紊动参数绝对值进行无量纲化处理。各参数计算公式如下:

* PIV测量值 ○ ADCP测量值

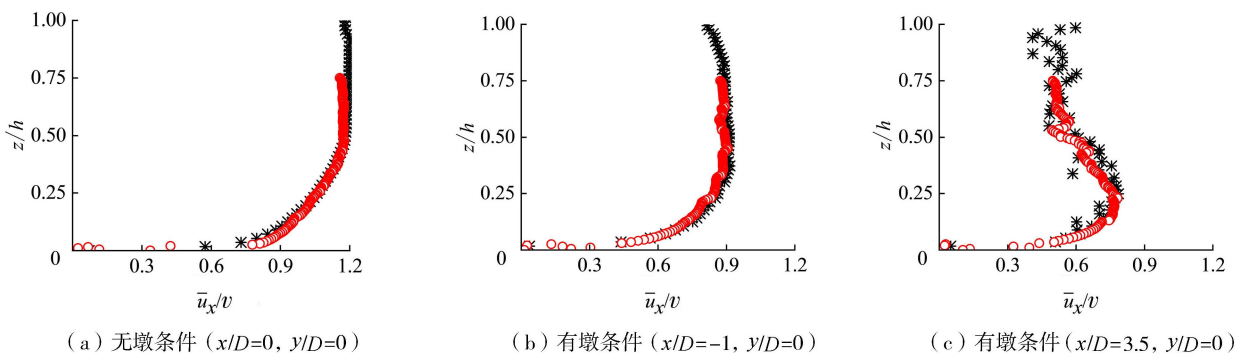


图2 PIV 流场测量准确性验证 ($Re = 12500$)

$$Re = \frac{vD}{\nu} \quad (1)$$

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{gh}} \quad (2)$$

$$u_* = \sqrt{gRi} \quad (3)$$

$$u'_x = u_x - \bar{u}_x \quad u'_y = u_y - \bar{u}_y \quad u'_z = u_z - \bar{u}_z \quad (4)$$

$$T_x = \sqrt{\overline{u'^2_x}} \quad T_y = \sqrt{\overline{u'^2_y}} \quad T_z = \sqrt{\overline{u'^2_z}} \quad (5)$$

$$K = \frac{\overline{u'^2_x} + \overline{u'^2_y} + \overline{u'^2_z}}{2} \quad (6)$$

$$T_x^* = T_x/u_* \quad T_y^* = T_y/u_* \quad T_z^* = T_z/u_* \quad (7)$$

$$K^* = K/u_*^2 \quad (8)$$

2 试验结果与分析

2.1 方墩附近平面紊动特性

图3为雷诺数 $Re = 15000$ 时方墩附近纵向相对紊动强度 T_x^* 、横向相对紊动强度 T_y^* 和相对紊动能 K^* 的分布云图(平面位置: $z/h = 0.5$), 可以看出, 方墩迎流角点两侧出现较大紊动强度, 并且呈现出包裹方墩的“喇叭”形状向下游逐渐舒展扩大。紊动强度极大值往往发生在方墩背流角点两侧附近, 而方墩两侧及墩后的回流区内紊动并不十分强烈。同时可以看出, 横向紊动强度在墩后一定距离后出现较大值, 这是由于墩后尾流大尺度漩涡运动造成的, 由于墩后尾流可以沿主流方向运动一定距离发生变形、融合以及破碎, 尾流在运动过程中造成了强烈的横向紊动。

为进一步对比分析不同雷诺数下方墩两侧紊动参数的分布规律, 图4给出了不同雷诺数下3个紊动参数沿特征线 T1 和 T2(特征线见图3, T1 线、T2 线分别为方墩左侧 $x/D = 0.5$ 和 $x/D = 1.0$ 的水平线) 的分布, 可以看出, 3个紊动参数沿两条特征线分布的总体趋势一致, 墩侧水流紊动强度沿横向先从桥墩侧壁为零附近增大一定距离后至极大值, 然后迅速减小至零附近, 而在墩侧小范围回流区内紊动并不十分强

式中: v 为试验断面平均流速; ν 为涡黏系数; g 为重力加速度 ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$); h 为试验水深; R 为水力半径; i 为水槽底坡; u_x, u_y, u_z 分别为纵向、横向和垂向瞬时流速; $\bar{u}_x, \bar{u}_y, \bar{u}_z$ 分别为纵向、横向和垂向时均流速; u'_x, u'_y, u'_z 分别为纵向、横向和垂向脉动流速; T_x, T_y, T_z 分别为纵向、横向和垂向紊动强度; $\overline{u'^2_x}, \overline{u'^2_y}, \overline{u'^2_z}$ 分别为纵向、横向和垂向脉动流速均方; K 为紊动能; T_x^*, T_y^*, T_z^* 分别为纵向、横向和垂向相对紊动强度; K^* 为相对紊动能。

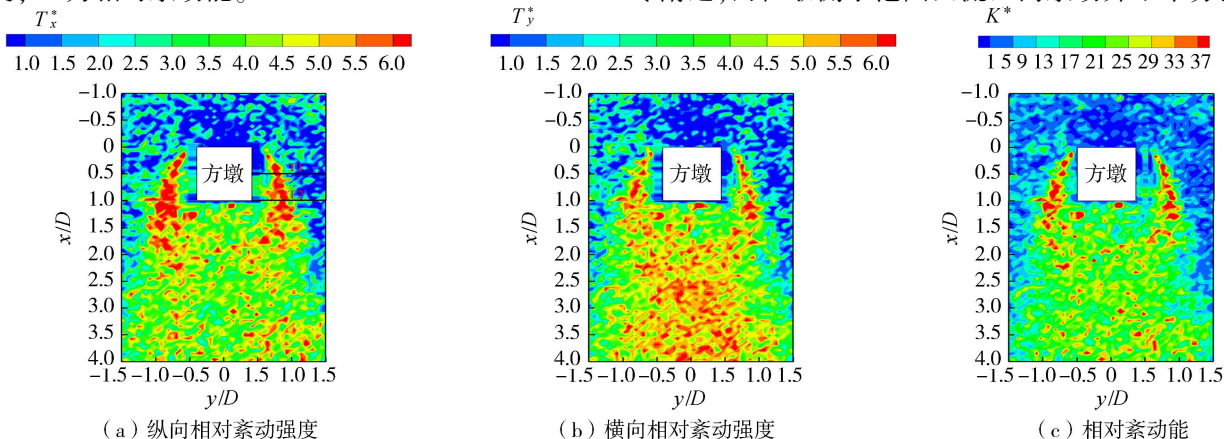


图3 方墩附近紊动参数分布云图 ($Re = 15000, z/h = 0.5$)

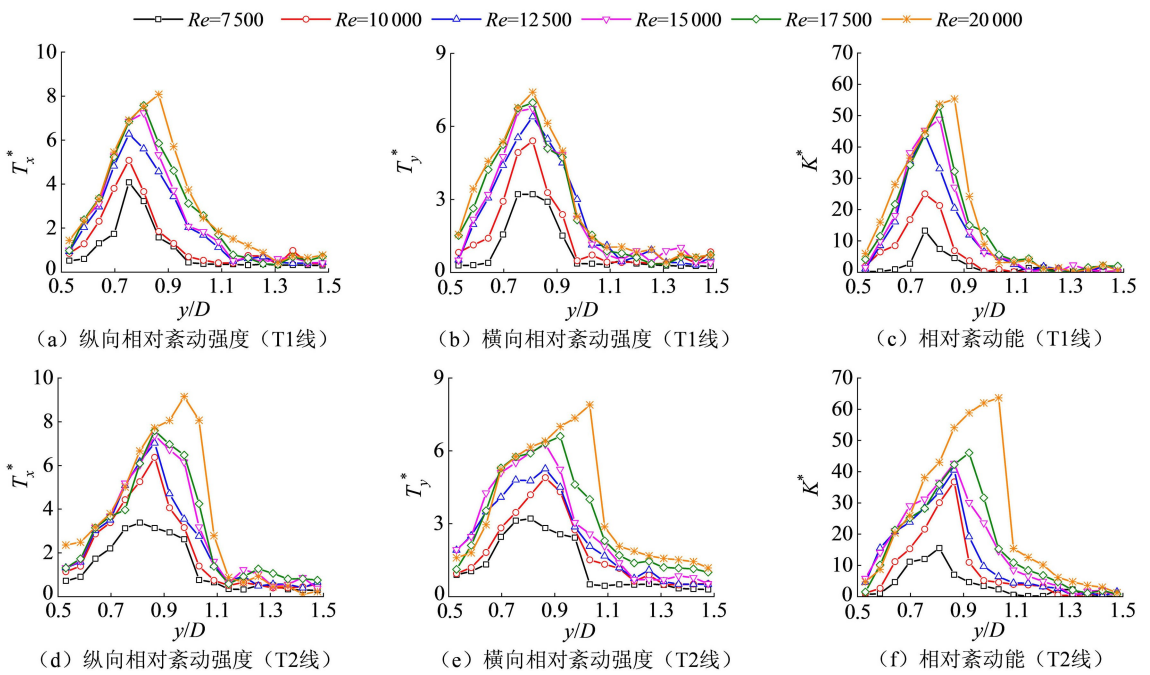


图4 紊动参数沿特征线分布

烈;3个紊动参数沿T2线分布的数值大小总体大于沿T1线的分布,说明在墩侧,紊动强度沿水流方向逐渐增大;随着雷诺数的增大,沿两条特征线分布的紊动参数数值逐渐增大,并且极大值逐渐向远离桥墩侧壁的方向推移,说明随着雷诺数的增大,墩侧水流紊动的影响范围进一步扩大。

2.2 方墩紊流宽度分析

前人对于紊流宽度的定义有所差异,李鹤高等^[16]以横向流速0.3 m/s为界确定圆墩紊流宽度的范围;沈小雄等^[17-18]以横向流速消失点为界确定圆墩的紊流宽度范围,认为桥区水域影响船舶操纵安全和桥梁净宽尺度的水流主要是横向水流;胡旭跃等^[19]从紊动强度的角度出发,以桥墩附近总紊动强度极大值出现位置为界确定圆端形桥墩紊流宽度。本文从紊动能的角度出发,将桥墩附近紊动能从极大值减小至较小值($K^* = 5$)的位置离桥墩纵向中轴线的距离定义为单侧桥墩紊流宽度,两侧桥墩紊流宽度记为 B 。依据紊动特性试验成果,可得出桥墩相对紊流宽度(B/D)。

图5为不同研究得到的桥墩相对紊流宽度随弗劳德数变化的对比图。由图5可知,沈小雄等^[17]和魏彭林等^[18]的研究结果变化趋势相似,但魏彭林等^[18]的研究结果相对偏小。沈小雄等^[17]采用PIV试验测量直槽中圆柱周围近区表层的速度分布,试验时 $Fr = 0.14 \sim 0.38$,并基于此得到了水流表层紊流宽度与 Fr 的相关关系。魏彭林等^[18]采用格子Boltzmann方法模拟直槽中圆墩三维紊流流场,模拟时 $Fr = 0.14 \sim 0.50$,并以 $0.85h$ 水层为研究对象,得

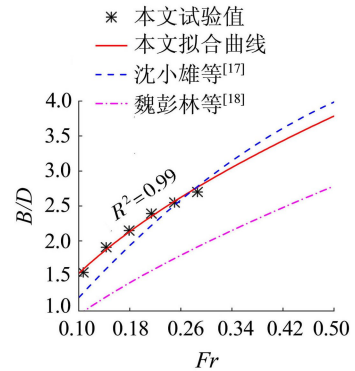


图5 相对紊流宽度随弗劳德数的变化

出紊流宽度与 Fr 的关系。由于采用的研究方法不同,且基于的水层不同,沈小雄等^[17]是基于水流表层,而水流表层紊动宽度相较其他水层或有偏大,这可能是造成两者计算结果差距较大、魏彭林等^[18]计算结果相对偏小的原因。本文方墩的紊流宽度实测值较沈小雄等^[17]和魏彭林等^[18]圆墩的计算值整体偏大,说明方墩紊流宽度相应要大于圆墩紊流宽度。随着弗劳德数的增大,紊流宽度逐渐增大,这是由于随着弗劳德数的增大,导致桥墩两侧及墩尾涡量相应增大,桥墩两侧水流方向变化范围随之扩大而造成的。

由以上分析可知,顺直河道中桥墩紊流宽度主要与桥墩尺度、弗劳德数等参数有关。利用实测数据拟合得到相对紊流宽度与弗劳德数的关系式(式(9)),相关系数达到0.99,相关性良好,说明方墩相对紊流宽度与弗劳德数存在较好的幂函数关系,如图5所示。

$$B/D = 5.58 Fr^{0.56} \quad (9)$$

2.3 墩后尾涡区面积变化规律

桥墩所受绕流阻力是由于动水压强的不对称分布而形成的,阻力大小主要依赖于尾涡区的尺寸,尾涡区尺寸越大,绕流阻力也将越大^[6-8]。因此,尾涡区的尺寸大小是进一步研究桥墩绕流阻力及其形成机理的重要参数。利用PIV数据处理软件得到墩后尾涡区时均流场详细数据后,采用色阶图像识别技术可得到墩后尾涡区平面时均面积,原理详见文献[8]。定义 \bar{S}_{dz}^* 为尾涡区相对时均面积($\bar{S}_{dz}^* = \bar{S}_{dz}/D^2$,其中 \bar{S}_{dz} 为墩后尾涡区时均面积)。

图6为不同弗劳德数下墩后尾涡区相对时均面积沿相对水深(z/h)分布对比图。由图6可知,同一水深位置处的尾涡区相对时均面积随弗劳德数的增大而增大;而同一弗劳德数下,尾涡区相对时均面积沿水深方向(z 轴正向)先增大后减小,这是由于水槽底部边界层和墩后自由液面下降共同作用的结果;同时,随着弗劳德数的增大,墩后尾涡区相对时均面积沿水深方向由增大转为减小的拐点总体上向远离自由液面的方向移动,这是由于随着弗劳德数的增大,墩后自由液面向下波动更为剧烈,对尾涡的形成产生更为强烈的影响造成的。利用不同弗劳德数下墩后尾涡区相对时均面积随相对水深变化的实测数据,拟合得到尾涡区相对时均面积与相对水深和弗劳德数的关系式(式(10)),相关系数达到0.9385,相关性良好,如图7所示。

$$\bar{S}_{dz}^* = 48.01Fr^2 - 2.44\left(\frac{z}{h}\right)^2 + (2.75 - 0.54Fr)\frac{z}{h} - 11.60Fr + 1.14 \quad (10)$$

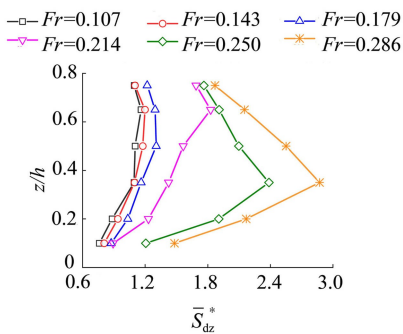


图6 墩后尾涡区相对时均面积沿相对水深的分布

2.4 墩后尾涡区体积变化规律

对墩后尾涡区平面面积的时均尺寸进行沿水深方向上的积分,得到墩后尾涡区体积的时均值,定义 \bar{V}_{dz}^* 为尾涡区相对时均体积($\bar{V}_{dz}^* = \bar{V}_{dz}/D^2h$,其中 \bar{V}_{dz} 为墩后尾涡区时均体积)。图8给出了尾涡区相对时均体积随弗劳德数的变化,可以看出,随着弗劳德数的增大,墩后尾涡区相对时均体积呈现二次函数式增大。利用实测数据拟合得到墩后尾涡区相对时均

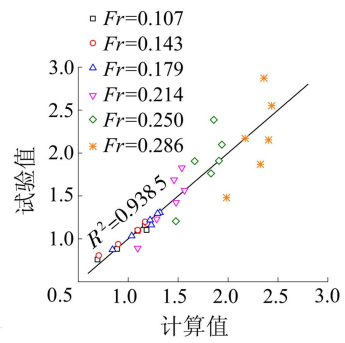


图7 尾涡区相对时均面积与相对水深和弗劳德数的关系

体积与弗劳德数的关系式(式(11)),均方误差为0.034,相关系数达到0.993,相关性良好,说明墩后尾涡区相对时均体积与弗劳德数呈现较好的二次函数关系,如图8所示。

$$\bar{V}_{dz}^* = 31.61Fr^2 - 6.73Fr + 1.20 \quad (11)$$

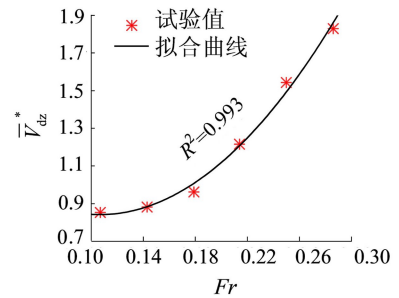


图8 尾涡区相对时均体积随弗劳德数的变化

3 结论

a. 方墩迎流角点两侧出现较大紊动强度分布,并呈现出包裹方墩的“喇叭”形状向下游逐渐舒展扩大;墩侧紊动强度沿横向先增大至极大值,而后迅速减小至零附近,紊动强度极大值往往发生在背流角点两侧附近,而两侧及墩后回流区内紊动并不十分强烈;随着雷诺数的增大,墩侧水流紊动的影响范围逐渐扩大。

b. 从紊动能的角度出发,定义桥墩紊流宽度,并根据实测数据拟合出相对紊流宽度与弗劳德数的关系式,发现相对紊流宽度与弗劳德数存在较好的幂函数关系,相关系数达到0.99,相关性良好。

c. 根据实测数据,拟合出墩后尾涡区相对时均面积与相对水深和弗劳德数的关系式,相关系数达到0.9385,相关性良好;同时,拟合得到墩后尾涡区相对时均体积与弗劳德数的关系式,发现尾涡区相对时均体积与弗劳德数存在较好的二次函数关系,相关系数达到0.993,相关性良好。

参考文献:

[1] 王飞,姚磊华,张彬,等. 桥墩局部冲刷动态模拟及不同

- 截面的冲刷特性[J]. 水利水电科技进展, 2018, 38(3): 81-87. (WANG Fei, YAO Leihua, ZHANG Bin, et al. Dynamic simulation of local scour around bridge piers and scouring characteristics of piers with different cross sections[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2018, 38(3): 81-87. (in Chinese))
- [2] 潘志刚, 林祥峰, 张继生. 基于支持向量机的桥墩局部冲刷深度预测模型[J]. 水利水电科技进展, 2021, 41(6): 78-81. (PAN Zhigang, LIN Xiangfeng, ZHANG Jisheng. Prediction model for bridge pier local scour depth based on support vector machine[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2021, 41(6): 78-81. (in Chinese))
- [3] 钟亮, 廖尚超, 张建梅, 等. 密排粗糙床面明渠水流的紊动特性[J]. 泥沙研究, 2020, 45(3): 8-14. (ZHONG Liang, LIAO Shangchao, ZHANG Jianmei, et al. Turbulence characteristics of open channel flow with dense roughness bed[J]. Journal of Sediment Research, 2020, 45(3): 8-14. (in Chinese))
- [4] 邓斌, 唐瑶, 蒋昌波, 等. 开孔桥墩墩后水动力特性 PIV 试验[J]. 水利水电科技进展, 2018, 38(3): 8-14. (DENG Bin, TANG Yao, JIANG Changbo, et al. PIV Experimental study on hydrodynamic characteristics of flow past a hollow pier [J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2018, 38(3): 8-14. (in Chinese))
- [5] 杨万理, 吴承伟, 朱权龙, 等. 桥梁墩柱三维绕流特性精细化研究[J]. 西南交通大学学报, 2020, 55(1): 134-143. (YANG Wanli, WU Chengwei, ZHU Quanlong, et al. Refined study on 3D flow characteristics around bridge piers[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2020, 55(1): 134-143. (in Chinese))
- [6] YANG S Q. A simple model to extend 1-D hydraulics to 3-D hydraulics [C]//35th IAHR World Congress. Madrid: IAHR, 2013: 1-12.
- [7] YANG S Q, BALACHANDAR R. Determination of velocity distribution and flow resistance in vegetated channel flows [C]// CONSTANTINESCU G, GARCIA M, HANES D. River Flow 2016: Proceedings of the International Conference on Fluvial Hydraulics. Leiden: CRC Press, 2016: 2211-2218.
- [8] 邓斌, 蒋昌波, 刘洋, 等. 类阿基米德原理下方形墩柱绕流阻力与尾涡区之间的关系试验研究[J]. 中国科学: 技术科学, 2018, 48(11): 1167-1178. (DENG Bin, JIANG Changbo, LIU Yang, et al. A close analogy with archimedes' principle: understanding the relationship between flow resistance and tail vortex zone of square pier through experiments [J]. Scientia Sinica Technologica, 2018, 48(11): 1167-1178. (in Chinese))
- [9] 何利. 基于桥墩截面形状的船撞桥墩数值仿真分析及其试验方案研究[D]. 重庆: 重庆交通大学, 2014.
- [10] TSENG M H, YEN C L, SONG C. Computation of three-dimensional flow around square and circular piers [J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2000, 34(3): 207-227.
- [11] DAS S, DAS R, MAZUMDAR A. Comparison of characteristics of horseshoe vortex at circular and square piers [J]. Research Journal of Applied Sciences Engineering & Technology, 2013, 5(5): 4373-4387.
- [12] THANH N V, DANG H C, NGHIEN T D. Prediction of the local scour at the bridge square pier using a 3D numerical model [J]. Open Journal of Applied Sciences, 2013, 4(2): 34-42.
- [13] 梁发云, 王琛, 黄茂松, 等. 沉井基础局部冲刷形态的体型影响效应与动态演化[J]. 中国公路学报, 2016, 29(9): 59-67. (LIANG Fayun, WANG Chen, HUANG Maosong, et al. Scale effects on local scour configurations around caisson foundation and dynamic evolution [J]. China Journal of Highway and Transport, 2016, 29(9): 59-67. (in Chinese))
- [14] 邓绍云, 邱清华. 有限深度均匀水流中方柱阻力测试研究[J]. 红水河, 2009(3): 42-47. (DENG Shaoyun, QIU Qinghua. Test study of square column resistance in uniform flow with finite depth [J]. Hongshui River, 2009(3): 42-47. (in Chinese))
- [15] 邓绍云, 邱清华. 有限深度均匀水流中桩柱阻力测试研究[J]. 人民黄河, 2010, 32(2): 95-96. (DENG Shaoyun, QIU Qinghua. Test study of pile resistance in uniform flow with finite depth [J]. Yellow River, 2010, 32(2): 95-96. (in Chinese))
- [16] 李鹤高, 林钢. 桥墩周围紊流区宽度研究[J]. 水运工程, 2009(8): 102-106. (LI Hegao, LIN Gang. Study on width of turbulent area around bridge piers [J]. Port & Waterway Engineering, 2009(8): 102-106. (in Chinese))
- [17] 沈小雄, 程永舟, 胡旭跃, 等. 航道边线与桥墩之间安全距离的研究[J]. 水运工程, 2004(11): 85-87. (SHEN Xiaoxiong, CHNEG Yongzhou, HU Xuyue, et al. Safe distance between channel sideline and bridge pier [J]. Port & Waterway Engineering, 2004(11): 85-87. (in Chinese))
- [18] 魏彭林, 陈明栋, 陈明. 超临界雷诺数下桥墩紊流宽度的计算方法[J]. 水运工程, 2017(4): 131-138. (WEI Penglin, CHNE Mingdong, CHNE Ming. Calculation method of turbulent width around bridge pier with supercritical Reynolds number [J]. Port & Waterway Engineering, 2017(4): 131-138. (in Chinese))
- [19] 胡旭跃, 祖小勇, 程永舟, 等. 圆端形桥墩侧向紊流宽度的试验研究[J]. 水利水运工程学报, 2009(3): 8-13. (HU Xuyue, ZHU Xiaoyong, CHNEG Yongzhou, et al. Experimental study of lateral turbulent flow width at round-ended pier [J]. Hydro-Science and Engineering, 2009(3): 8-13. (in Chinese))

(收稿日期: 2021-08-20 编辑: 熊水斌)