

琴键堰增设护墙对泄流能力影响的模型试验研究

李子祥^{1,2}, 李艳富¹, 韩昌海¹, 余凯文¹, 韩康¹, 石俊峰¹

(1. 南京水利科学研究院水文水资源与水利工程科学国家重点实验室, 江苏 南京 210029;
2. 河海大学水利水电学院, 江苏 南京 210098)

摘要:为探究在堰顶增设护墙以及护墙高度对琴键堰泄流能力的影响,通过模型试验对比分析了8种不同高度护墙琴键堰的泄流能力,并通过数值模拟对5种不同高度护墙琴键堰各溢流前缘的泄流量、水面形态以及流速分布等特征进行了分析。结果表明:相较于基础体型,增设护墙提高了进口和出口官室的泄流效率和泄流量占比,提高了侧堰泄流量,减少了侧堰溢流碰撞,提高了水流下泄流速,从而提升了琴键堰的泄流能力;增设护墙高度为堰高的13%时,泄流能力提升最大,当相对水头 $H/P<0.20$ 、 $0.20<H/P<0.40$ 时泄流能力可分别提升8%~15%和10%~12%。

关键词:琴键堰;护墙;溢流前缘;流速;流态;泄流能力

中图分类号:TV651.2 **文献标志码:**A **文章编号:**1006-7647(2023)03-0062-06

Experimental study on influence of parapet walls on discharge capacity of piano key weir//LI Zixiang^{1,2}, LI Yanfu¹, HAN Changhai¹, YU Kaiwen¹, HAN Kang¹, SHI Junfeng¹ (1. State Key Laboratory of Hydrology-Water Resources and Hydraulic Engineering, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210029, China; 2. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: To investigate the impact of adding parapet walls at the top of the weir and the height of the parapet walls on the discharge capacity of the piano key weir, physical model tests were conducted to compare and analyze the discharge capacity of the piano key weirs with 8 different heights of parapet walls and numerical simulations were conducted to analyze the discharge of each overflow crest, flow pattern and flow velocity of the piano key weirs with 5 different heights of parapet walls. The results show that, compared with the foundation shape, the addition of parapet walls can improve the discharge efficiency and discharge ratio of the inlet and outlet, increase the discharge capacity of the side weir, reduce the overflow collision of the side weir, increase the discharge flow velocity, and as a result, improve the discharge capacity of the piano key weir. When the height of parapet wall is 13% of the weir height, the discharge capacity increases most. When the relative hydraulic head $H/P<0.2$, the discharge capacity can increase by 8% to 15%. When $0.2<H/P<0.4$, the discharge capacity can increase by 10% to 12%.

Key words: piano key weir; parapet wall; overflow crest; flow velocity; flow pattern; discharge capacity

琴键堰是迷宫堰的一种特殊形式,其堰轴线沿纵向拉长,形成多个相互连接的侧堰,溢流前沿长度也相应增加,它能显著提升泄流能力和泄洪效率,在水库防洪和水资源利用方面有着广阔的应用前景^[1]。

琴键堰的几何参数较多,各参数对其泄流能力有不同程度的影响。Lempérière等^[2-3]研究表明,琴键堰展宽比和相对水头是影响琴键堰泄流能力的主要参数。Machiels等^[4]发现,琴键堰堰高、上下游倒悬比和进出口宽度比是影响其泄流能力的主要几何参数。现有研究大多集中在泄流能力与主要结构参

数的关系上,关于使用护墙对琴键堰泄流能力的影响方面的研究较少。护墙是增设在琴键堰顶部的垂直向上延伸的辅助结构。2009年,Ribeiro等^[5]研究了在Etroit大坝的琴键堰上增设护墙对泄流效率的影响,结果表明,在保持上下游倒悬长度不变时使用护墙可以提高琴键堰的泄流效率。Machiels等^[6]指出,使用护墙提升琴键堰泄流能力是一个很好的研究方向,可以开展进一步研究。

为研究增设护墙对琴键堰泄流能力的影响,本文在确定合理琴键堰体型的前提下,采用物理模型

探究增设护墙对泄流能力提升的影响规律,并结合数值模拟分析增设护墙时琴键堰的泄流特性,以期 为琴键堰的设计和工程应用提供可靠理论依据。

1 物理模型试验

1.1 模型设计

试验在总长 25 m 的矩形水槽中进行,试验系统 包括地下水库、水槽、供回水设备及尾门控制系统 等^[7]。试验时将地下水库水通过水泵输送至上游 长 7 m、宽 1.10 m、高 1.80 m 的矩形量水堰,由量水 堰自由溢流至长 2 m、宽 3.04 m、高 1.08 m 的静水 池,通过高 2 m 的消流墙稳定水流溢流至水槽,琴键 堰模型放置在 16 m 水槽的中间,水流通过琴键堰溢 流最终流进地下水库,全程形成一个循环系统,试验 布置如图 1 所示。

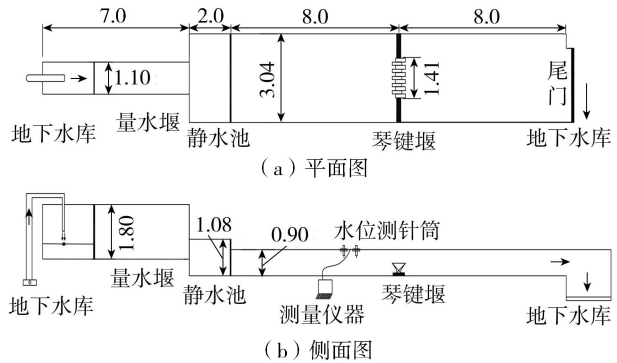


图 1 物理模型试验布置(单位:m)

试验琴键堰基础体型的宫数为 5,上下游均有 倒悬的 A 型琴键堰,图 2 为琴键堰几何示意图。试 验琴键堰体型由 5 个单元组成,琴键堰单元由一个 进口宫室和两个半出口宫室组成。琴键堰的几何参 数及尺寸包括溢流前缘总长 L 为 7.53 m、堰宽 W 为 1.41 m、堰进口宽度 W_i 为 0.135 m、堰出口宽度 W_o 为 0.110 m、侧堰长度 B 为 0.63 m、进宫下游倒悬长 度 B_i 为 0.16 m、出宫上游倒悬长度 B_o 为 0.17 m、基 座长度 B_b 为 0.30 m、堰高 P 为 0.23 m、基座高度 P_d 为 0.10 m、侧墙厚度 T_s 为 0.003 m。目前试验研究表 明琴键堰宫数 n 取 5 和 6 最佳^[8],各结构参数比合理

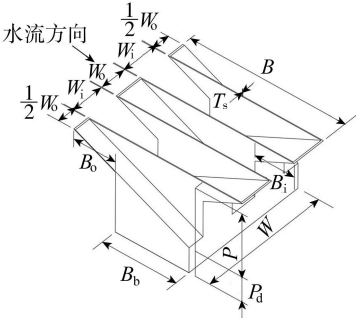


图 2 琴键堰几何示意图

范围^[9]为: $2.5 < L/W < 8.5$, $1 < B_o/B_i < 3$, $0 < W_i/W_o < 2.45$ 。本模型的体型参数比,如 $L/W = 5.34$ 、 $B_o/B_i = 1.06$ 、 $W_i/W_o = 1.23$ 等,都在合理范围内。

本试验为研究在堰高、堰宽等参数不变的情况 下增设不同高度护墙之后琴键堰的泄流能力变化, 护墙高度 h 是影响琴键堰泄流能力的一个辅助体型 参数,增设护墙的琴键堰示意图如图 3 所示。护墙 高度 h 的设计,参考了 Machiels 等^[10]的研究成果 (堰高与堰单元宽度比 $P/W_u = 1.3$ 时,琴键堰泄流 效率最高)。

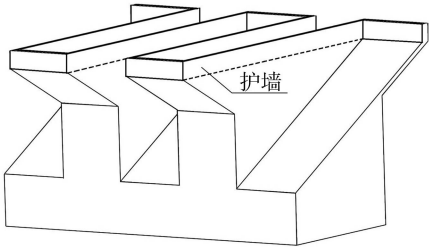


图 3 琴键堰增设护墙示意图

首先制作了 30 余组琴键堰体型,体型的堰高与 堰单元宽度比 P/W_u 在 0 ~ 1.3 范围内。根据对琴 键堰泄流能力的影响程度及试验条件,最终确立了 8 组增设护墙的琴键堰物理体型,其中有一组试验 模型是基础琴键堰体型(M0),为没有添加护墙的琴 键堰,另外 7 组都是在体型 M0 的基础上增设了不 同高度的护墙,护墙高度 h 根据 M0 的堰高 P 而定, 相对护墙高度 h/P 分别为 5%、10%、13%、15%、 20%、30%、40%,7 组体型命名为 M5、M10、M13、 M15、M20、M30、M40(此时 $P/W_u = 1.31$)。试验过 程中,除护墙高度 h 外,8 组琴键堰体型的其余几 何参数保持不变。

琴键堰的泄流公式^[11]为

$$Q = C_d W \sqrt{2g} H^{3/2} \tag{1}$$

式中: C_d 为琴键堰流量系数; g 为重力加速度; H 为 堰上总水头, $H = h_0 + \frac{v^2}{2g}$,其中 h_0 为堰上水头, v 为行 进流速。

1.2 试验结果与分析

通过对 8 组琴键堰体型各进行 12 组过流试验, 测量并计算每组体型的相对水头 H/P 与流量系数 C_d ,分析增设不同高度护墙对琴键堰泄流能力的影 响。图 4 为各琴键堰流量系数与相对水头的关系 图。由图 4 可知,在所有试验相对水头下,增设护墙 的琴键堰的流量系数均大于基础琴键堰的流量系 数,表明在琴键堰堰顶增设护墙可以提升泄流能力。 对比护墙高度与流量系数关系可知,相同水头下,体 型 M0、M5、M10、M13 的流量系数依次增大,体型

M15、M20、M30、M40 的流量系数相对体型 M13 减小,即所有试验相对水头下相对护墙高度 $h/P=13\%$ 时,琴键堰流量系数最大,泄流能力提升效果最好,且 $h/P\leq 13\%$ 时,随着护墙高度的增加,琴键堰流量系数逐渐增大。不同高度护墙的琴键堰流量系数相差较大,故采用琴键堰的相对流量 Q/Q_{M0} 量化护墙高度对泄流能力的影响。

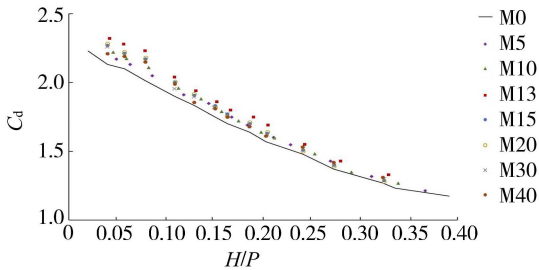


图4 琴键堰流量系数与相对水头关系

图5 为各琴键堰相对流量 Q/Q_{M0} 与相对水头 H/P 关系图。由图5可知,增设护墙的琴键堰的泄流能力受相对水头和相对护墙高度共同影响。在一定的相对护墙高度下,当 $H/P<0.15$ 时,相对流量随相对水头的增加而减小;当 $H/P>0.15$ 时,相对流量随相对水头的增加先增大后减小;当 $H/P=0.20$ 左右,相对流量达到最大值。当相对水头一定时,体型 M5、M10、M13 的相对流量依次增大,体型 M15、M20、M30、M40 的相对流量较 M13 减小。与体型 M0 相比,体型 M5 在 $0<H/P<0.40$ 时流量可增加 $2\%\sim 5\%$,体型 M13 在 $H/P<0.20$ 时流量可增加 $8\%\sim 15\%$,在 $0.20<H/P<0.40$ 时流量可增加 $10\%\sim 12\%$ 。因此,在试验护墙高度范围内 ($0\sim 40\%P$),当 $h/P=13\%$ 时琴键堰泄流能力提升效果最好,且在相同水头下,当 $h/P\leq 13\%$ 时,随着护墙高度的增加,琴键堰相对流量逐渐增加。

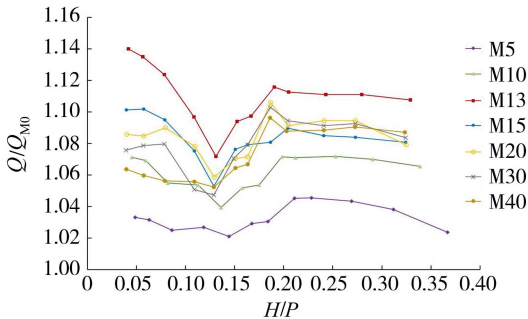


图5 琴键堰相对流量与相对水头关系

总的来说,在保持原有体型不变时增设护墙可以提升琴键堰的泄流能力,但增设护墙的琴键堰的泄流能力变化需综合考虑堰上水头和护墙高度的影响。 h/P 在 $0\sim 13\%$ 范围内,琴键堰泄流能力在同一相对水头下随护墙高度增加而逐渐提升, h/P 在 $13\%\sim 40\%$ 范围内,琴键堰泄流能力在同一相对水

头下比 $h/P=13\%$ 时小。本试验设计的琴键堰在 $H/P=0.05$ 、 $h/P=13\%$ 时,泄流能力较普通琴键堰可提高约 15% 。

2 数值模拟

2.1 数值模型的构建

在物理模型试验的基础上,为更细致地研究琴键堰的泄流水力特性,使用 CFD 商用软件进行模拟分析。模拟区域分为上游渠道区域、琴键堰区域和下游渠道区域,上游渠道区域和下游渠道区域水流流态相对规则,网格划分相对稀疏,琴键堰堰体区域以及堰体后区域是研究的关键部位,生成较密的网格^[12],图6 为琴键堰数学模型设置图。模拟计算中采用六面体结构化网格进行划分,与实际模型更加接近,也更好地保证边界拟合,保证模拟结果的准确性^[13]。

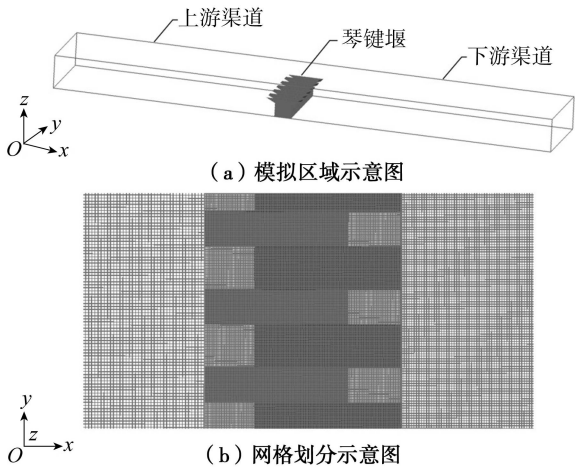


图6 琴键堰数学模型设置

数值模拟选择 RNG $k-\varepsilon$ 模型^[14],RNG $k-\varepsilon$ 方程是对瞬时 N-S 方程使用重整化群理论的统计方法推导出来的数学模型,在模拟射流扩散等方面精度更高。琴键堰泄流时流态复杂,在对自由液面的捕捉上采用 VOF 法^[15]。

在模拟前设置模型的边界条件,上游进口设置压力进口,同时设置控制水位;出口处设置自由出流;两边壁面和底部设置为无滑动的墙体;顶部设置为大气压进口边界条件。

网格质量、数量及划分方法对模拟计算结果的精度有着重要影响,在琴键堰数值模拟中,总区域网格数为 387.7946 万,计算文件大小为 12 GB,计算步长为 0.001 s ,计算时长约为 60 h ,其中琴键堰区域的网格数为 107.2537 万,网格大小为 0.005 m 。

2.2 模拟结果与分析

2.2.1 泄流能力分析与模型验证

为验证数值模型的可靠性^[16],选取不同堰上水

头下体型 M5 泄流量的实测值和模拟值进行对比,图 7 为对比关系图。对比发现,相同水头下模拟值与实测值基本呈线性分布且两条曲线数值很接近,数值模拟的结果可靠。

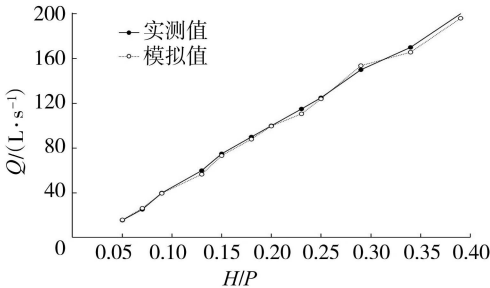


图 7 琴键堰流量实测值和模拟值与相对水头的关系

2.2.2 溢流前缘泄流能力分析

琴键堰溢流前缘由进口、出口和侧面 3 部分组成^[17],为探究增设护墙后各溢流前缘的溢流量对琴键堰泄流能力提升的影响,对体型 M0、M5、M10、M13、M15 选取部分堰体单元,在各溢流前缘设置流量监测面,通过面积分的方法计算得出 3 部分相应的泄流量以及 3 部分泄流量在总泄流量中的占比。各溢流前缘泄流量除以各溢流前缘长度可以得到各溢流前缘的单宽流量,各溢流前缘的单宽流量除以薄壁堰的单宽流量就是各溢流前缘的泄流效率。

图 8 为 5 组体型各部分泄流量占比与相对水头关系图,可以看出,在相同水头下,每组体型泄流量占比的大小为侧面>进口>出口,进口和出口泄流量占比随护墙高度增加而增加,进口和出口泄流量占

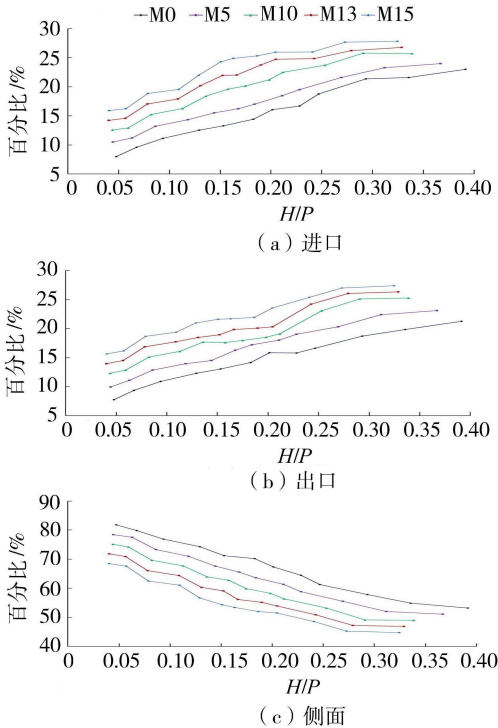


图 8 溢流前缘泄流量占总流量的百分比

比大小为 M15>M13>M10>M5>M0;侧面泄流量占比随护墙高度增加而下降,侧面泄流量占比大小为 M0>M5>M10>M13>M15。5 种体型的进口和出口流量占比均随水头增加而增加,在所有试验工况中增加幅度在 20% 左右,侧面泄流量占比均随水头增加而减小,在所有试验工况中下降幅度在 30% 左右。

图 9 为 5 组体型各部分单宽流量 q 与相对水头关系图,可以看出,相同水头下,进口和出口单宽流量随着护墙高度增加而增加,体型 M0 进口单宽流量最高可达 170.57 L/(m·s),出口单宽流量最高可达 193.15 L/(m·s),体型 M15 进口单宽流量最高可达 206.15 L/(m·s),出口单宽流量最高可达 249.00 L/(m·s);侧面单宽流量随着护墙高度增加而减小,体型 M0 侧面单宽流量在 $H/P=0.38$ 时最大,为 42.24 L/(m·s),体型 M15 的侧面单宽流量在 $H/P=0.33$ 时最大,为 31.54 L/(m·s)。随着相对水头增加,5 组体型的进口和出口单宽流量迅速增加,侧面单宽流量缓慢增加。

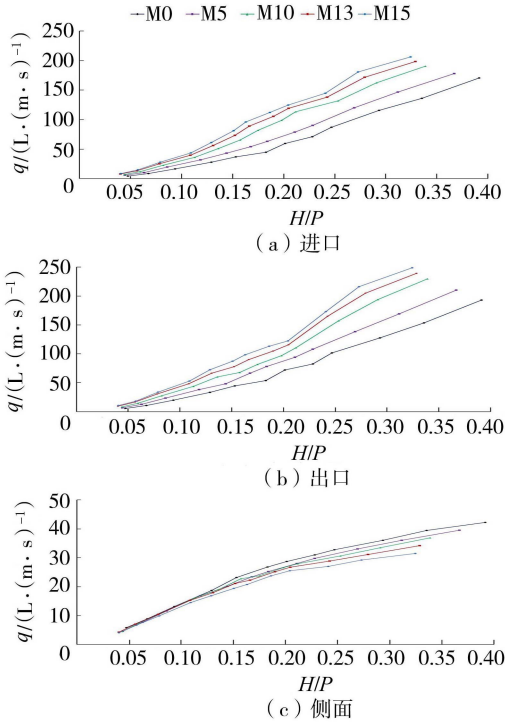


图 9 溢流前缘单宽泄流量

图 10 为 5 组体型各溢流前缘的泄流效率 r 与相对水头关系图,可以看出,进口溢流前缘泄流效率随相对水头的增加先增加再降低,出口溢流前缘的泄流效率在所有相对水头下最高,侧面溢流前缘的泄流效率随堰上水头增加而降低。在相同水头下,进口泄流效率随护墙高度的增加而增加,5 组体型的进口泄流效率在 $H/P=0.18$ 时达到最大,此时体型 M0 进口泄流效率为 1.4,体型 M15 侧面泄流效率为 2.7;出口泄流效率与进口泄流效率规律相似,

相同水头下,出口泄流效率随护墙高度的增加而增加;5 组体型的侧面泄流效率在 $H/P=0.04$ 时达到最大,此时体型 M0 侧面泄流效率最大值为 0.58,体型 M15 侧面泄流效率最大值为 0.49,在相同水头下,侧面泄流效率随护墙高度的增加而减小。

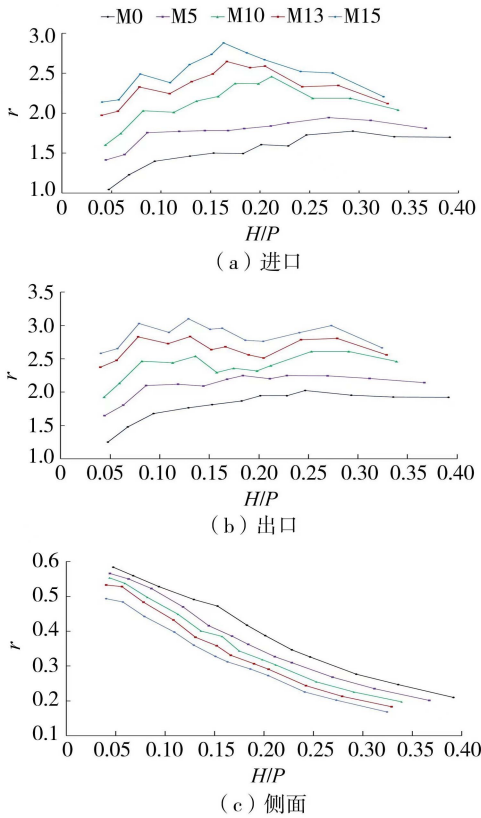


图 10 溢流前缘泄流效率

综上所述,琴键堰堰顶增设护墙提高了进口宫室和出口宫室的泄流效率,虽然降低了侧堰的泄流效率,但随着堰上水头的增加,侧堰泄流量占比下降,而进口宫室和出口宫室泄流量占比上升,因此总体上增设护墙对琴键堰的泄流能力起到提升作用。

2.2.3 流态分析

图 11 为体型 M0 和体型 M10 在相对水头 $H/P=0.15$ 时,琴键堰进口宫室、出口宫室的剖面图和顺水流方向的泄流流态图。

由图 11 可以看出,两组体型上游的水面线与水槽水面线基本一致,水流平稳经过琴键堰,只在进宫口和出宫口产生较小的水位下降,相邻侧堰溢流水流自由出流进入出口宫室,出口宫室水流在出口处射流的同时还会向下和向左右扩散,并且与进宫溢流下来的水流再次碰撞掺混,流态紊乱。

由图 11(a) ~ (d) 可以看出,垂直的护墙引导水流向上,相同水头下,与体型 M0 相比,体型 M10 的水面线上升且进出口宫室壅水量增多。由于护墙的存在,体型 M10 相溢流水舌的挑角和挑距比体型 M0 小,过堰水流流态得到改善。由图 11(e) (f) 对

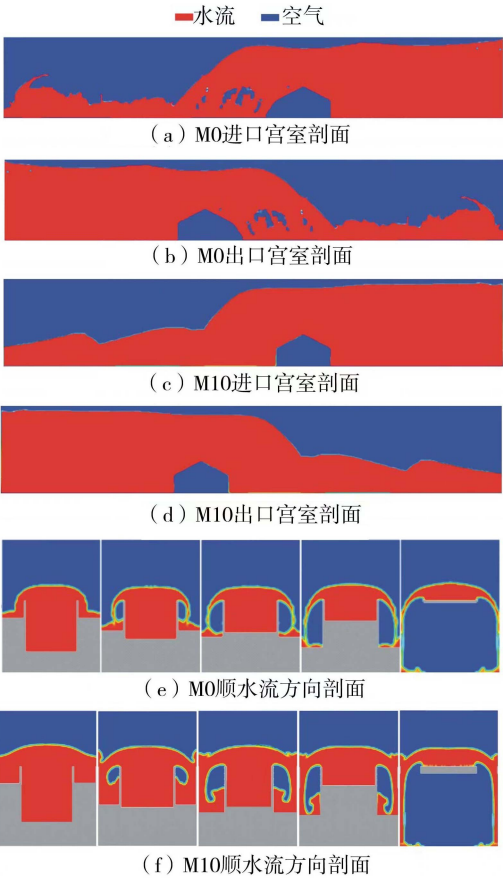


图 11 琴键堰过堰水流流态

比得出,增设护墙间接增加了堰高,相同水头下,与体型 M0 相比,体型 M10 进口宫室由侧墙溢流进出口宫室的水流相交区域变小,侧堰水流得到更好排放,而侧堰的泄流量在整体泄流总量占比较大,从而提升了琴键堰的泄流能力。

2.2.4 流速分析

图 12 为 M0、M13、M15 体型在相对水头 $H/P=0.20$ 时进口宫室和出口宫室的流速等值线图。从模拟结果可以看出,琴键堰上游水流平稳,速度较小,水流先流入进口宫室,速度开始增大,之后在进口宫室末端以水舌状挑出;在出口宫室,水流平稳流入之后速度增大,由于出口宫室向下倾斜,水流在重力作用下速度增大直至从堰体流出。

由图 12 可以看出,在 $H/P=0.20$ 时体型 M0 上游整体流速较小,进口宫室进口端流速为 0.75 m/s ,而后在出口端增大到 1.03 m/s ,出口宫室进口处流速为 0.70 m/s ,出口处流速为 1.48 m/s ;体型 M13 进口宫室流速为 0.84 m/s ,出口端流速为 1.11 m/s ,出口宫室进口端流速为 0.83 m/s ,出口端流速为 1.57 m/s ;体型 M15 进口宫室进口端流速为 0.87 m/s ,出口端流速为 1.15 m/s ,出口宫室进口端流速为 0.96 m/s ,出口端流速为 2.09 m/s 。由此可见,过堰前的水流整体流速较低,增设护墙可以提高水位,进而增大流速。体型 M13

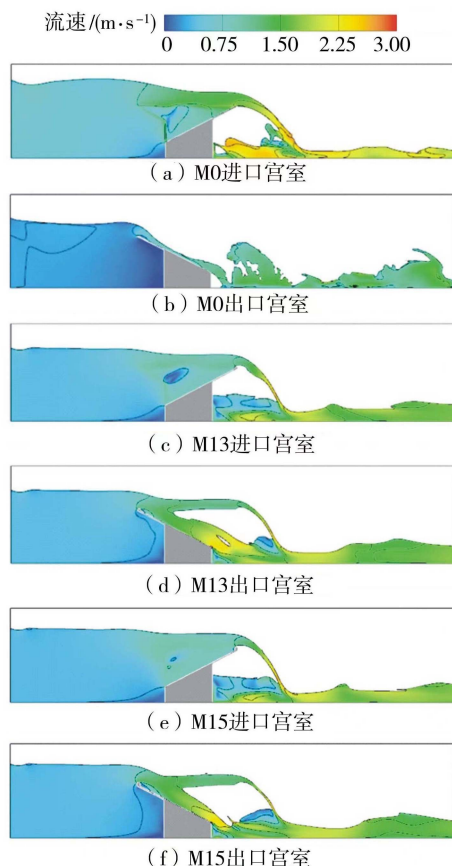


图 12 进口和出口宫室流速

流速增大趋势最大,体型 M15 流速增大趋势相对减小,原因是琴键堰增设护墙,上游水流在过堰前受护墙的干扰,水流受护墙引导向上,增加了垂向流速,而后增加护墙过高时,水流在经过护墙时水头损失变大,流速相对减小。

3 结 论

a. 琴键堰堰顶增设护墙,改善了过堰水流流态,提高了进口宫室和出口宫室的泄流效率,提高了进口宫室和出口宫室泄流量占比以及侧堰的泄流量,减少了相邻宫室侧堰泄流的碰撞,增大了下泄水流流速,总体上提升了泄流能力。

b. 增设护墙的琴键堰与基础琴键堰的过流规律类似,在低水头 ($H/P=0.05$) 时泄流能力最大,随水头增加泄流能力降低,而后趋于平稳。

c. 在同等水头条件下,相对护墙高度在 $0 \sim 13\%$ 范围内,琴键堰的泄流能力与护墙高度呈正相关关系,相对护墙高度高于 13% 后,琴键堰的泄流能力降低,过高的护墙会增大水流过堰水头损失,降低过流效率。综合各种因素下,增设护墙高度为堰高的 13% 时琴键堰泄流能力提升效果最好,当相对水头 $H/P < 0.20$ 时,泄流能力可提升 $8\% \sim 15\%$,当相对水头 $0.20 < H/P < 0.40$ 时,泄流能力可提升 $10\% \sim 12\%$ 。

参考文献:

- [1] 胡亚卓,拾兵. 琴键堰在水利界的研究与应用现状[J]. 灌溉排水学报, 2020, 39 (增刊 1): 143-148. (HU Yazhuo, SHI Bing. Status of research and application for piano key weir in hydraulic engineering [J]. Journal of Irrigation and Drainage, 2020, 39 (Supl): 143-148. (in Chinese))
- [2] LEMPÉRIÈRE F, OUAMAN A. The piano keys weir; a new cost-effective solution for spillways [J]. Hydropower & Dams, 2003, 10(5): 144-149.
- [3] RIBEIRO M L, PFISTER M, SCHLEISS A J, et al. Hydraulic design of A-type piano key weirs [J]. Journal of Hydraulic Research, 2012, 50(4): 400-408.
- [4] MACHIELS O, ERPICUM S, ARCHAMBEAU P, et al. Large scale experimental study of piano key weirs [C]// Proceedings of the 33rd IAHR Congress: Water Engineering for a Sustainable Environment. Vancouver: IAHR, 2009: 1030-1037.
- [5] RIBEIRO M L, BIERIM, BOILLAT J-L, et al. Hydraulic capacity improvement of existing spillways: design of piano key weirs [C]. Proceedings of the Vingt Troisième Congrès des Grands Barrages Brasília, F, 2009.
- [6] MACHIELS O, ERPICUM S, ARCHAMBEAU P, et al. Parapet wall effect on piano key weir efficiency [J]. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 2013, 139 (6): 506-511.
- [7] 张靖,常倩,张庆华,等. Z形薄壁堰过流能力试验[J]. 水利水电科技进展, 2017, 37(6): 38-43. (ZHANG Jing, CHANG Qian, ZHANG Qinghua, et al. Experiments on discharge coefficient of Z-shape weirs [J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2017, 37 (6): 38-43. (in Chinese))
- [8] OUAMANE A, LEMPÉRIÈRE F. Design of a new economic shape of weir [C]// Proceedings of Dams and Reservoirs, Societies and Environment in the 21st Century. Barcelona: Taylor & Francis Group, 2006.
- [9] ANDERSON R M. Piano key weir head discharge relationships [D]. Logan: Utah State University, 2011.
- [10] MACHIELS O, PIROTON M, PIERRE A, et al. Experimental parametric study and design of piano key weirs [J]. Journal of Hydraulic Research, 2014, 52(3): 326-335.
- [11] 郭新蕾,杨开林,夏庆福,等. 琴键堰泄流能力特性分析 [J]. 水利学报, 2014, 45(7): 867-882. (GUO Xinlei, YANG Kailin, XIA Qingfu, et al. Discharge capacity characteristics of piano key weir [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2014, 45(7): 867-882. (in Chinese))

(下转第 116 页)

e2019WR025551.

[69] ZHANG Yinghao, NEPF H. Wave-driven sediment resuspension within a model eelgrass meadow[J]. Journal of Geophysical Research: Earth Surface, 2019, 124 (4) : 1035-1053.

[70] QU Geng, PAN Shunqi, HU Chengwei, et al. Experimental study on the mechanisms of flow and sediment transport in a vegetated channel[J]. Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Water Management, 2020, 173 (5) : 249-264.

[71] ZHANG Yinghao, LAI Xijun, ZHANG Lin, et al. The influence of aquatic vegetation on flow structure and sediment deposition: a field study in Dongting Lake, China [J]. Journal of Hydrology, 2020, 584 : 124644.

[72] NEPF H M, SULLIVAN J A, ZAVISTOSKI R A. A model for diffusion within emergent vegetation [J]. Limnology and Oceanography, 1997, 42 (8) : 1735-1745.

[73] NEPF H M. Drag, turbulence, and diffusion in flow through emergent vegetation [J]. Water Resources Research, 1999, 35 (2) : 479-489.

[74] WADZUK B M, BURKE E. A diffusion model for low reynolds number flows through a constructed stormwater wetland [C]//Proceedings of the 7th International Conference on HydroScience and Engineering. Philadelphia: Drexel University, 2006.

[75] SERRA T, FERNANDO H F J, RODRÍGUEZ R V. Effects of emergent vegetation on lateral diffusion in wetlands[J]. Water Research, 2004, 38 (1) : 139-147.

[76] 惠二青. 植被之间水流特性及污染物扩散试验研究 [D]. 北京: 清华大学, 2009.

[77] 滕素芬, 冯民权, 黄明海, 等. 柔性植被作用下横向射流污染物扩散特性研究 [C]//汤鑫华. 中国水利学会 2019 学术年会论文集第一分册. 北京: 中国水利水电出版社, 2019: 6.

[78] JAMALI M, DAVARI H, SHOAEE F. Lateral dispersion in deflected emergent aquatic canopies [J]. Environmental Fluid Mechanics, 2019, 19 (4) : 833-850.

[79] LOU Sha, WANG Hao, LIU Hongzhe, et al. Laboratory study of the effects of flexible vegetation on solute diffusion in unidirectional flow [J]. Environmental Sciences Europe, 2021, 33 (1) : 80.

[80] NEPF H M. Vegetated flow dynamics [M]//FAGHERAZZI S, MARANI M, BLUM L K. The Ecogeomorphology of Tidal Marshes. Washington: American Geophysical Union, 2004: 137-163.

[81] HUANG Y H, SAIERS J E, HARVEY J W, et al. Advection, dispersion, and filtration of fine particles within emergent vegetation of the Florida Everglades [J]. Water Resources Research, 2008, 44 (4) : W04408.

[82] 任珊, 冯民权. 含柔性植被明渠污染物浓度场分布规律试验研究 [J]. 环境科学学报, 2021, 41 (3) : 1011-1021. (REN Shan, FENG Minquan. Experimental study on the distribution of pollutant concentration field in open channel with flexible vegetation [J]. Acta Scientiae Circumstantiae, 2021, 41 (3) : 1011-1021. (in Chinese))

[83] XU Yuan, NEPF H. Suspended sediment concentration profile in a *Typha latifolia* canopy [J]. Water Resources Research, 2021, 57 (9) : e2021WR029902.

[84] SONNENWALD F, HART J R, WEST P, et al. Transverse and longitudinal mixing in real emergent vegetation at low velocities [J]. Water Resources Research, 2017, 53 (1) : 961-978.

[85] WHITE B L, NEPF H M. Scalar transport in random cylinder arrays at moderate Reynolds number [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2003, 487 : 43-79. (收稿日期: 2022 - 08 - 12 编辑: 俞云利)

+++++

(上接第 67 页)

[12] 祁媛媛, 李国栋, 李珊珊, 等. 琴键堰过流水力特性数值模拟 [J]. 南水北调与水利科技, 2018, 16 (1) : 164-169, 175. (QI Yuanyuan, LI Guodong, LI Shanshan, et al. Numerical simulation of hydraulic characteristics of piano-key weir [J]. South-to-North Water Transfers and Water Science & Technology, 2018, 16 (1) : 164-169, 175. (in Chinese))

[13] 李珊珊. 琴键堰泄流水力特性与体型参数研究 [D]. 西安: 西安理工大学, 2021.

[14] 姜铎. 琴键堰倒悬比参数优化及下游冲刷形态数值模拟研究 [D]. 西安: 西安理工大学, 2020.

[15] 章艳, 卞彬, 徐辉, 等. 配水井单侧过流下连续侧堰的过流特性 [J]. 水利水电科技进展, 2021, 41 (2) : 23-27. (ZHANG Yan, BIAN Bin, XU Hui, et al. Flow characteristics of serial side weirs with unilateral flow in a water distribution well [J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2021, 41 (2) : 23-27. (in Chinese))

[16] KWASNIEWSKI L. Application of grid convergence index in FE computation [J]. Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences, 2013, 61 (1) : 123-128.

[17] 李国栋, 苗洲, 高蓓, 等. 琴键堰不同溢流前缘泄流特性的数值模拟研究 [J]. 水力发电学报, 2015, 34 (8) : 77-84. (LI Guodong, MIAO Zhou, GAO Bei, et al. Numerical study on discharge capacity of piano-key weir at its different overflow edges [J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2015, 34 (8) : 77-84. (in Chinese)) (收稿日期: 2022 - 10 - 11 编辑: 俞云利)