

河流水质变分数据同化研究

徐健¹, 赖锡军²

(1. 上海市水务规划设计研究院(上海市海洋规划设计研究院);

2. 中国科学院南京地理与湖泊研究所湖泊与流域水安全全国重点实验室)

摘要:在水质监测数据日益丰富的背景下,为提高河流水质模拟与预测的精度,基于偏微分方程最优控制理论,建立了一维非恒定河流水质模拟的变分数据同化模型,并采用孪生数值试验方法开展了以水质衰减系数、初始条件、上游边界条件和入河负荷过程为控制变量的数值试验。结果表明,模型可提取观测资料中的有用信息,快速校正模型控制变量,识别空间分布式的水质衰减系数、初始条件、上游边界条件以及入河负荷过程等,使预测结果逼近河流的真实水质过程。

关键词:水质模拟;河网;变分法;数据同化;数学模型

Research on variational data assimilation for river water quality modelling//Xu Jian¹, Lai Xijun²(1. Shanghai Water Planning and Design Research Institute (Shanghai Ocean Planning and Design Research Institute); 2. State Key Laboratory of Lake and Watershed Science for Water Security, Nanjing Institute of Geography & Limnology, Chinese Academy of Sciences)

Abstract: Given the increasing abundance of water quality monitoring data, this study develops a variational data assimilation model for one-dimensional unsteady river water quality simulation based on the optimal control theory of partial differential equations, with the goal of improving the accuracy of river water quality simulation and prediction. Twin numerical experiments are conducted using the water quality decay coefficient, initial conditions, upstream boundary conditions, and river pollutant load processes as control variables. The results indicate that the model can extract useful information from observations, rapidly correct the control variables, and identify spatially distributed water quality decay coefficients, initial conditions, upstream boundary conditions, and river pollutant load processes, thereby enabling model predictions to approach the actual water quality dynamics of the river.

Key words: water quality modelling; river network; variational method; data assimilation; mathematical model

当前,河流水质模型已被广泛应用于河湖水环境问题的诊断分析、水质风险预测预警、水生态环境规划与管理等,是流域或区域水资源、水环境和水生态管理的重要工具^[1]。河流水质模型经过长期的发展日臻成熟,模拟预测河流水环境过程的能力显著提升^[2]。然而,鉴于流域河湖水环境问题的复杂性,尽管模型理论方法逐步完善,但在实际应用中,水质模型模拟预测仍受难以确知的模型参数、不准确的初始条件、不完整的边界条件以及模型数值误差等制约,区域河网的水质模拟预测精度一直处于相对较低的水平,难以满足水环境精细化管理的要求^[3-4]。为提高河流水质模型在实用中的可靠性和精度,采用起源并发展于大气科学领域的同化方法是一个重要途径^[5]。

数据同化是指将观测资料有机融合到数学模型动态运行过程中的一种方法^[6]。该方法自从在大气科学领域被提出以来,已逐步在海洋科学、地球系统科学、水文学和水力学等学科领域得到发展和应用^[7-9]。河湖水质模拟预测涉及参数多,初始条件和边界条件不确定性大,数据同化是改善水质模型性能的重要方法。近年来,随着水环境监测技术的飞速发展,水质数据同化研究取得了显著进展。一方面,同化算法从早期的最优插值、三维变分向集合卡尔曼滤波、粒子滤波及四维变分等先进方法演进,有效解决了水质模型非线性强、维数高带来的计算难题^[10-13];另一方面,研究重点从单纯的状态更新(如浓度场校正)向“状态-参数”联合估计拓展,实现了模型关键参数的在线识别与修正^[14]。尽管如此,相

基金项目:国家重点研发计划项目(2024YFC3211700)

作者简介:徐健(1984—),男,高级工程师,硕士,主要从事水务海洋规划研究。E-mail:jayxujian@163.com

通信作者:赖锡军(1977—),男,研究员,博士,主要从事湖泊流域过程与水安全调控研究。E-mail:xjlai@niglas.ac.cn

比于数据同化在数值天气预报等领域的成熟应用,针对复杂河网水质模拟预测的数据同化研究仍相对薄弱。当前,水质监测资料主要用于监测预警和水环境态势的把握,其在模拟预测中的深度挖掘与融合应用潜力尚未充分释放^[15]。

本文基于偏微分方程最优控制理论,建立了一维河流水质变分数据同化模型,并利用数值试验验证了其可靠性和精度。该模型通过同化观测浓度数据,可有效反演分布式参数及初始条件和边界条件,显著提升预测可靠性并抑制不确定性,从而拓展水质模型的应用范畴,为物联网背景下的水环境模拟提供技术支撑。

1 河流水质变分数据同化模型

1.1 河流水质控制方程

对于长河道的水质模拟预测,通常关注水质沿程分布情况,一般仅考虑水体中污染物沿河道纵向的随流输移运动以及沿程的生化降解过程。该过程一般可采用带有源项的一维对流扩散方程来描述:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(UC - D \frac{\partial C}{\partial x} \right) = -K_{\theta} C + S \quad (1)$$

式中: C 为水质指标的浓度; t 为时间; x 为空间坐标; U 为断面平均流速; D 为纵向分散系数; K_{θ} 为水质指标在水温 θ 时的一阶衰减系数,其与 20°C 时的衰减系数 K 的关系为 $K_{\theta} = K\beta^{\theta-20}$,其中 β 为温度修正系数; S 为水质指标的外部源汇项。

1.2 水质数据同化

水质数据同化的目标是通过实际观测水质指标浓度等数据和水质动态模型相互融合,以提高模型模拟和预测真实物理过程的精度^[10]。为此,引进代价函数 J 来描述模型水质指标模拟浓度与观测浓度之间的差,若观测资料为连续的,则可表示成二次泛函的形式:

$$J(P) = \frac{1}{2} \int_0^T \|HC - C_{\text{obs}}\|^2 dt \quad (2)$$

式中: P 为控制变量,如模型参数、初始条件和边界条件等; T 为总时长; $\|\cdot\|$ 为范数,通过范数的定义,可引入观测资料的统计信息; H 为观测算子; C_{obs} 为水质指标的观测浓度。

数据同化的过程是使水质模拟结果与观测数据尽可能一致,即代价函数(式(2))最小化。当代价函数取最小值时,模拟结果与实际观测数据最为接近,模拟的水质过程与真实水环境变化最相符。水质模拟变分数据同化是在水质控制方程约束下,寻找最优的控制变量 P (模型初始条件、边界条件和过程参数),使表征模拟结果与观测数据差异的代价

函数为最小,即:

$$\min J(P) = \frac{1}{2} \int_0^T \|HC - C_{\text{obs}}\|^2 dt \quad (3)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} F(C, P) \equiv \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(UC - D \frac{\partial C}{\partial x} \right) - S = 0 \\ C(x, 0) = C_0 \\ C|_{\partial\Omega} = C_1(t) \\ \left. \frac{\partial C}{\partial x} \right|_{\partial\Omega} = 0 \end{cases}$$

式中: F 为质量守恒约束函数; C_0 为初始时刻的浓度值; $C_1(t)$ 为狄利克雷边界位置的随时间变化的浓度值; $\partial\Omega$ 表示研究区域 Ω 的边界。

如果计算出代价函数关于控制变量的梯度,则可采用梯度下降类方法优化求解代价函数的极小值。由于约束条件的方程为偏微分方程,代价函数关于控制变量的梯度不存在显式的表达式。直接计算梯度需要确定每一个参数的扰动并计算相应的输出,计算量极其巨大。根据偏微分方程最优控制理论,代价函数的梯度计算可通过变分原理采用伴随方程来高效求解。

伴随方程采用Lagrange乘子方法来推导。引入伴随变量(Lagrange乘子),将上述等式约束问题转换为最小化Lagrange函数 L 的无约束优化问题:

$$L(C, \Lambda) = J + \int_0^T \langle \Lambda, F \rangle dt = \int_0^T \int_{\Omega} \left\{ \frac{1}{2} \|HC - C_{\text{obs}}\|^2 + \Lambda \left[\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(UC - D \frac{\partial C}{\partial x} \right) - S \right] \right\} d\Omega dt \quad (4)$$

式中: $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 为内积; Λ 为Lagrange乘子,即 C 的伴随变量。

若 C 和 Λ 满足Euler-Lagrange条件: $\partial L / \partial \Lambda = 0$ 和 $\partial L / \partial C = 0$,则代价函数关于控制变量的导数就等于Lagrange函数关于控制变量的导数。

首先取泛函 L 的一阶变分,通过分部积分,可得:

$$\delta L(C, \Lambda) = \int_0^T \int_{\Omega} \left[-\frac{\partial \Lambda}{\partial t} - \frac{\partial U \Lambda}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial \Lambda}{\partial x} \right) + HC - C_{\text{obs}} - \frac{\partial S}{\partial C} \right] \delta C d\Omega dt + \int_0^T \int_{\Omega} \delta \Lambda \left[\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial UC}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial C}{\partial x} \right) - S \right] d\Omega dt + \int_{\Omega} \Lambda \delta C|_{t=0} d\Omega + \int_0^T \int_{\partial\Omega} \left(\Lambda \delta C U + D \delta C \frac{\partial \Lambda}{\partial x} - D \Lambda \frac{\partial \delta C}{\partial x} \right) d\partial\Omega dt \quad (5)$$

得伴随方程:

$$-\frac{\partial \Lambda}{\partial t} - \frac{\partial U \Lambda}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial \Lambda}{\partial x} \right) + HC - C_{\text{obs}} - \frac{\partial S}{\partial C} = 0 \quad (6)$$

且满足定解条件 $\Lambda(T) = 0, \frac{\partial \Lambda}{\partial x} \Big|_{a\Omega} = 0, \Lambda \Big|_{a\Omega} = 0$ 。

基于 Lagrange 函数表达式中与控制变量 P 有关各项,可导出代价函数关于控制变量 P 的导数 $\partial J / \partial P$ 。由于初始条件仅是起始时刻的空间分布式参数,将其从控制变量 P 中提取出来单独表达,其余控制变量仍统一用 P 表示。代价函数关于初始条件及其他控制变量的导数分别为:

$$\frac{\partial J}{\partial C_0} = -\Lambda(0) \quad (7)$$

$$\frac{\partial J}{\partial P} = -\Lambda \frac{\partial F(C, P)}{\partial P} \quad (8)$$

1.3 模型构建

水质输运方程、伴随方程和相应的初始条件、边界条件构成了双向的积分系统,得到控制变量 P 的最优控制系统。基于该系统建立河流水质变分数据同化模型,在模型模拟过程中融入观测数据修正模型不可靠的初始条件、边界条件和过程参数等,达到提高模型模拟和预测精度的目标^[16]。求解最优控制系统中非线性偏微分方程的方法有多种,但由于实际河网水质变化过程难以获取解析解,故常采用基于时空离散的数值计算方法。

一维水质输运方程采用有限体积法离散,空间离散采用一阶迎风格式,时间离散采用显格式。伴随模型基于原水质模型代码,通过自动微分工具 Tapenade^[17]生成原始伴随代码,经人工优化以兼顾计算效率与内存开销,满足大规模运算需求。优化算法选用有限内存 BFGS 算法迭代校正控制变量^[18]。控制变量的选取遵循观测信息与控制自由度相协调的原则,以改善反演问题的适定性。水动力条件通过一维非恒定流模型预计算获取,作为水质模型的输入参数。具体同化流程见文献^[16]。

2 实例验证

2.1 计算案例

以具有环状河网结构的某平原区河网水系(河道平均坡降约 0.1‰)为例(图 1),检验河流水质变分数据同化模型的可靠性和合理性。将水系分成 11 个节点 11 条河段:主干段河段编号为①~⑨,长约 50 km,河道底宽 75 m,边坡为 1:3;侧支河段编号为⑩和⑪,长约 12 km,底宽 10 m,边坡为 1:3。模拟时段内平均流量约 100 m³/s,下游给定水位边界过程。下游河段 O 处有一观测点,可观测河流的水质变化过程。

为不失一般性,选择高锰酸盐指数为水质指标进行计算分析。水质模拟计算的主要输入条件包括

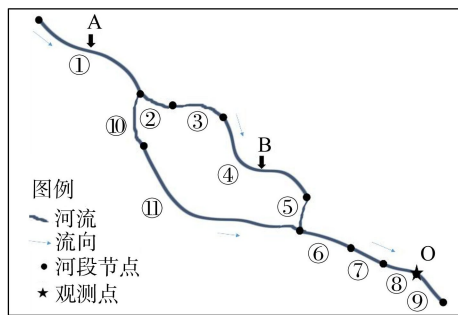


图 1 计算案例河流水系概化

模型的初始条件、边界条件和降解参数,采用标准的孪生数值试验^[19]进行验证。在孪生数值试验中,观测数据并非来自含有未知误差来源的实际观测资料,而是基于给定的模型初始条件、边界条件和模型参数,并采用水质模型模拟河流水质过程所生成的数据,即采用人工合成数据替代实际观测数据开展数据同化数值试验,以排除观测和数值误差等因素的干扰,科学检验数据同化方法的可靠性和准确性。

水质模拟所需的水量参数由水动力模型预计算得出,其中,曼宁糙率系数取值为 0.02。初始高锰酸盐指数给定统一的均值 6 mg/L。各河段的模型参数分别给定,一阶衰减系数 K 统一取 0.02 d⁻¹。

上游河段①的入流边界质量浓度过程表达式为:

$$C(t) = \begin{cases} 6 & t \leq 1, t > 16 \\ 6 \times \left[1 + \sin\left(\frac{t-1}{15}\pi\right) \right] & 1 < t \leq 16 \end{cases} \quad (9)$$

式中,时间 t 的单位为 d。下游河段⑨的出流给定自由输出的纽曼边界条件。

河段①和④有非恒定的污染负荷 L' 汇入,其变化假设为单峰正弦波形波动,河段④的负荷过程滞后河段①的时间为 4 d,其表达式为:

$$L'(t) = 5 \times \left[1 + \sin\left(\frac{t-1}{15}\pi\right) \right] \quad (10)$$

基于以上条件计算出河网的水质动态,并以观测点 O 的水质过程作为变分数据同化模型的观测数据。该模型涉及优化过程,其收敛判别标准采用代价函数关于控制变量的相对梯度足够小作为准则,在本文孪生数值试验中该阈值均取为 10⁻⁶。

2.2 降解参数识别

模型中降解参数为一阶衰减系数 K ,以其为控制变量开展数值试验。为更好地考查变分方法的性能,衰减系数采用空间分布式设置,即河网中每段河道的衰减系数值都具有独立的自由度(共 11 个变量)。文中列出 7 种工况,即各河段的初始衰减系数 K_0 的值分别取同样的 0、0.010、0.015、0.020、0.025、0.030、0.040 d⁻¹。针对衰减系数的不同初始

估计值,基于下游观测点 O 的水质过程资料,运用建立的模型进行水质同化计算,代价函数经过 10 余次迭代即可收敛到 10^{-9} 量级(表 1)。从同化计算得到的衰减系数误差热力图(图 2)可以看出,对于衰减系数的不同初始估计值,模型可快速校正多数河段的衰减系数,使其接近真实值。其中,河段①的识别效果最佳,各工况最大误差为 3.5%;河段③、④、⑥等次之,其衰减系数值也得到了有效识别,误差较初始估计值有明显改进,最高为 26.5%;河段⑨由于处于观测点下游,观测数据不含该河段的相关信息,因此该河段衰减系数值未得到校正,与初始估计值一致,模型无法识别。

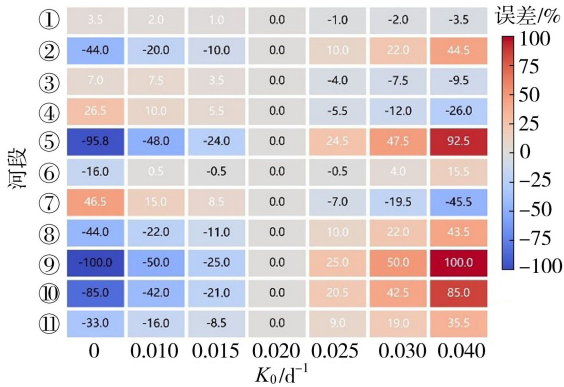


图 2 识别的衰减系数误差热力图

2.3 初始条件识别

初始条件对模拟开始时段的水质过程计算精度有较大影响,其影响程度与河流大小有关。在较短时段的河流水质模拟以及短期水质预测中,初始条件的设置影响很大,但是初始条件往往难以准确设定。利用数据同化识别初始条件,使预测更符合真实变化过程是数据同化理论方法的本质。本文通过同化观测点 O 的水质过程数据开展了各河段初始质量浓度识别的数值试验。各工况计算时,全河网初始质量浓度的估计值设为同一数值,分别为 0、4、5、6、7、8、15 mg/L。结果表明,经过 10 步左右迭代即可达到收敛条件,收敛代价函数相对值量级为 10^{-8} (表 1)。从误差热力图(图 3)可以看出,模型可以快速校正各河段的初始质量浓度,使各河段初始条件接近真实值 6 mg/L。对给定的不同初始

条件估计值 C_0 ,各河段的初始质量浓度均可得到不同程度的校正。总的来看,除个别河段外,相对误差均较同化前有明显下降。当初始质量浓度估计值为 5、7 mg/L 时,各河段平均值的相对误差分别从 16.7% 下降至 1.0%。当初始质量浓度估计值为 4、8 mg/L 时,各河段平均值的相对误差分别从 33% 下降至 2.0%。当初始估计值较真实值偏离较大时,河段⑥、⑨、⑩等河段误差相对较大,但是与初始估计值相比,经过同化后,初始质量浓度也有大幅改进。如对初始估计值为 15 mg/L 的工况,同化后河段⑥的初始质量浓度值误差为 87.8%,较原估计值误差(150%)有明显改进。

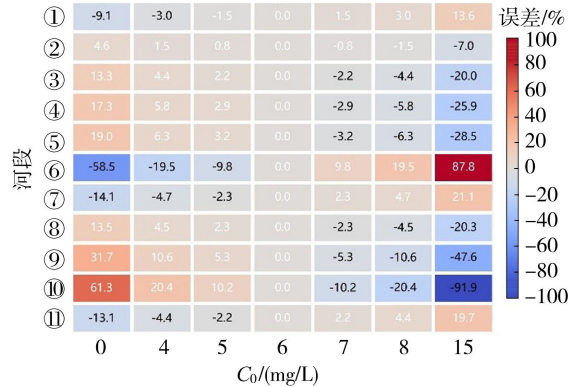


图 3 识别的初始质量浓度误差热力图

2.4 边界过程识别

上游非恒定边界是驱动河流水质动态演化的主导因素。然而实际应用中,边界条件常面临完全未知、部分缺失或含显著误差等情形,传统正向模拟方法难以应对此类不确定性。变分数据同化通过将边界过程作为控制变量,可有效解决该问题。本文假设上游水质边界条件不能准确获取,通过赋予其初始估计值开展数据同化的孪生数值试验。上游水质边界的初始估计值分 6 种工况设定,分别为给定 6 mg/L 的常数过程以及在此基础上添加 10%、20%、30%、40% 和 50% 不同等级的随机白噪声,计算工况分别对应初值 1~6(图 4)。无论哪种工况,通过同化观测点 O 的质量浓度变化过程,均可准确识别上游真实的水质变化过程,计算结果与真实值吻合,相对误差小于 0.2%。不同初始条件下算法

表 1 不同工况条件下同化数值试验迭代收敛结果

工况	衰减系数			初始质量浓度			上游边界过程			入河负荷		
	初值/ d^{-1}	N	J	初值/(mg/L)	N	J	初值	N	J	初值/(g/s)	N	J
1	0	16	3.27×10^{-9}	0	10	1.19×10^{-8}	真值	0	0	0	48	2.31×10^{-11}
2	0.010	14	1.39×10^{-8}	4	10	1.23×10^{-8}	初值 1	36	1.31×10^{-10}	3	54	3.69×10^{-10}
3	0.015	14	2.66×10^{-9}	5	10	1.31×10^{-8}	初值 2	47	2.43×10^{-12}	4	44	5.94×10^{-10}
4	0.020	0	0	6	0	0	初值 3	48	5.82×10^{-13}	5	0	0
5	0.025	11	3.31×10^{-9}	7	10	1.06×10^{-8}	初值 4	44	2.11×10^{-12}	6	49	2.30×10^{-9}
6	0.030	13	2.45×10^{-9}	8	10	1.11×10^{-8}	初值 5	47	1.78×10^{-12}	7	56	6.11×10^{-10}
7	0.040	15	3.49×10^{-9}	15	10	1.15×10^{-8}	初值 6	43	5.47×10^{-12}	15	55	3.15×10^{-10}

注: N 为迭代次数。

收敛需 36~48 次迭代,收敛时的代价函数降至 $10^{-10} \sim 10^{-13}$ 量级。

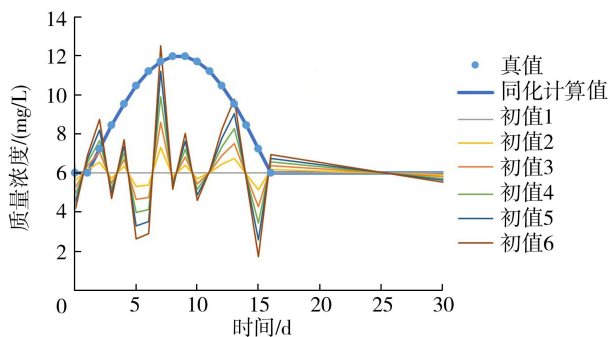
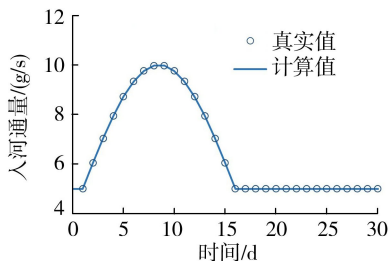


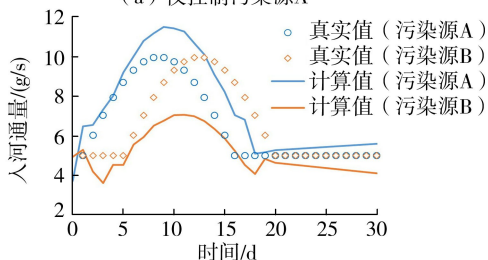
图 4 同化前后上游边界水质质量浓度变化

2.5 入河负荷过程识别

污染沿河输入是影响河流水质变化的重要原因,但实际河流污染输入很难估算,这也是河流水质模拟预测中主要的不确定源。本文以入河污染负荷作为控制变量,通过同化观测点 O 的水质数据进行入河污染动态变化过程识别的数值试验,检验模型的可靠性。首先考虑进入河段①中的污染源 A 的识别,而将河段④中的污染源 B 认为已知(污染源 A 和 B 位置见图 1)。从污染负荷过程识别结果(图 5)可以看出,通过同化下游观测点 O 的水质资料,可准确识别污染源 A 的入河负荷过程,平均相对误差为 0.02%。同样,单独的污染源 B 的入河负荷过程也可精准识别。若污染源 A 和 B 均未知,通过同化下游观测点 O 的水质资料,可实现部分过程识别。从平均入河通量来看,两点累加的计算值为 13.6 g/s,与真实值 14.3 g/s 接近,相对误差为 4.9%。但由于仅有单点的观测资料,同化模型没有精确地捕捉到污染源 A 和 B 的入河污染负荷两个负荷峰过程,相位存在一定偏差。上游污染源 A 的



(a) 仅控制污染源 A



(b) 同时控制污染源 A 和 B

图 5 污染负荷过程识别结果

波形更宽,而污染源 B 的波形缩窄。从其代价函数的收敛过程(图 6)来看,模型收敛较快,即使没有精准捕捉污染源 A 和 B 的入河负荷过程,模型在观测断面的模拟结果与实测值完全吻合,体现了异参同效效应,即对于不同的参数组合,模型的计算结果可保持一致。对于自由度大的变分数数据同化问题,可考虑丰富观测资料以改善数据同化效果。

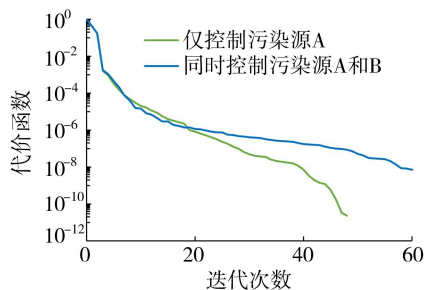


图 6 以入河污染负荷为控制变量的同化数值试验收敛过程

3 结语

本文基于偏微分方程最优控制理论,建立了一维非恒定水质模型的河流水质变分数数据同化模型,并通过孪生数值试验方法开展了模型的可靠性和精度检验。以某河流为例,选择下游观测断面水质指标浓度过程作为观测数据,控制变量分别考虑空间分布式的水质衰减系数、初始条件、上游边界条件和入河负荷过程等 4 个常见的输入参数。数值同化试验结果表明,模型具有良好的收敛性和数据同化效果。当以衰减系数或初始条件为控制变量时,迭代 10~16 次即可收敛,并使代价函数相对值降至 $10^{-8} \sim 10^{-9}$ 量级。而以上游边界和入河负荷过程作为控制变量时,达到收敛的迭代次数增至 36~56 次。该变分数数据同化模型可基于时间序列观测资料反演空间分布式参数及相应的边界条件与入河负荷过程,但需指出,观测数据信息量不足将导致模型性能下降甚至失效。

参考文献:

- [1] 赖锡军. 流域水环境过程综合模拟研究进展[J]. 地理科学进展, 2019, 38(8): 1123-1135. (Lai Xijun. A review of integrated water quality modeling for a watershed[J]. Progress in Geography, 2019, 38(8): 1123-1135. (in Chinese))
- [2] 杨研, 邵学军, 周刚, 等. 地表水环境质量模型评价体系的建立及应用[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2015, 55(2): 155-163. (Yang Yan, Shao Xuejun, Zhou Gang, et al. Assessment system for surface water environmental quality models[J]. Journal of Tsinghua University (Science & Technology), 2015, 55(2): 155-163. (in Chinese))

(下转第 101 页)

- [18] 李威,刘检生,施增强,等. 基于 XGBoost 算法的堆石料南水模型参数反演及应用[J]. 水利水运工程学报, 2023 (3): 111-120. (Li Wei, Liu Jiansheng, Shi Zengqiang, et al. NHRI model parameter inversion and application of rockfill based on XGBoost [J]. Hydro-Science and Engineering, 2023 (3): 111-120. (in Chinese))
- [19] 邹全程,马刚,郭承乾,等. 基于多源监测数据与多目标优化的高堆石坝参数反演分析[J]. 武汉大学学报(工学版), 2024, 57(11): 1539-1550. (Zou Quancheng, Ma Gang, Guo Chengqian, et al. Parameter inversion analysis of high rockfill dams based on multisource monitoring data and multi-objective optimization [J]. Engineering Journal of Wuhan University, 2024, 57(11): 1539-1550. (in Chinese))
- [20] 熊健,戴宏武,肖兴军,等. 河南洛宁抽水蓄能电站工程蓄水安全鉴定中南院自检报告[R]. 长沙:中国电建集团中南勘测设计研究院有限公司, 2024. (收稿日期:2025-02-27 编辑:熊水斌)

(上接第 41 页)

- [3] 陈炼钢,施勇,钱新,等. 闸控河网水文-水动力-水质耦合数学模型: II. 应用[J]. 水科学进展, 2014, 25(6): 856-863. (Chen Liangang, Shi Yong, Qian Xin, et al. Hydrology, hydrodynamics, water quality model for impounded rivers: II. application [J]. Advances in Water Science, 2014, 25(6): 856-863. (in Chinese))
- [4] 魏祥龙,陆卫安,唐洪武,等. 上海市感潮河网水质劣化机理研究[J]. 水资源保护, 2025, 41(5): 319-328. (Wei Xianglong, Lu Weian, Tang Hongwu, et al. Study on the mechanisms of water quality deterioration in Shanghai City tidal river networks [J]. Water Resources Protection, 2025, 41(5): 319-328. (in Chinese))
- [5] Navon I M. Data assimilation for numerical weather prediction: a review [M]//Park S K, Xu Liang. Data Assimilation for Atmospheric, Oceanic and Hydrologic Applications. Berlin Heidelberg: Springer, 2009: 21-65.
- [6] Nichols N K. Mathematical concepts of data assimilation [M]//Lahoz W, Khatatov B, Menard R. Data Assimilation. Berlin Heidelberg: Springer, 2010: 13-39.
- [7] Reichle R H. Data assimilation methods in the Earth sciences [J]. Advances in Water Resources, 2008, 31(11): 1411-1418.
- [8] Lai X, Liang Q, Yesou H, et al. Variational assimilation of remotely sensed flood extents using a 2-D flood model [J]. Hydrology and Earth System Sciences, 2014, 18(11): 4325-4339.
- [9] Javaheri A, Babbar-Sebens M, Miller R N, et al. An adaptive ensemble Kalman filter for assimilation of multi-sensor, multi-modal water temperature observations into hydrodynamic model of shallow rivers [J]. Journal of Hydrology, 2019, 572: 682-691.
- [10] Cho K H, Pachepsky Y, Ligaray M, et al. Data assimilation in surface water quality modeling: a review [J]. Water Research, 2020, 186: 116307.
- [11] Bertret V, Le Goff Latimier R, Monbet V. Data assimilation for prediction of ammonium in wastewater treatment plant: from physical to data driven models [J]. Water Research, 2025, 282: 123673.
- [12] Chen Cheng, Huang Jiacong, Chen Qiuwen, et al. Assimilating multi-source data into a three-dimensional hydro-ecological dynamics model using Ensemble Kalman Filter [J]. Environmental Modelling & Software, 2019, 117: 188-199.
- [13] 赖锡军,何国建. 基于四维变分同化法的巢湖流域南淝河水质模拟[J]. 湖泊科学, 2021, 33(5): 1458-1466. (Lai Xijun, He Guojian. Water quality modelling based on 4-dimensional variational assimilation method in the Nanfei River, Lake Chaohu Basin [J]. Journal of Lake Sciences, 2021, 33(5): 1458-1466.)
- [14] Sun Mingzhuang, Li Zhili, Fu Guangtao, et al. ADAPT: a novel IoT-driven analytical data assimilation method based on phase-space tuning for long-sequence water quality forecasting [J]. Environmental Modelling & Software, 2026, 198: 106882.
- [15] Lofton M E, Howard D W, Thomas R Q, et al. Progress and opportunities in advancing near-term forecasting of freshwater quality [J]. Global Change Biology, 2023, 29(7): 1691-1714.
- [16] 赖锡军,傅国圣,孙波. 非恒定水流计算的最优控制问题及其变分求解[J]. 水科学进展, 2008, 19(4): 537-545. (Lai Xijun, Fu Guosheng, Sun Bo. Optimal control problems in unsteady flow computation and their variational solutions [J]. Advances in Water Science, 2008, 19(4): 537-545. (in Chinese))
- [17] Hascoët L, Pascual V. The Tapenade automatic differentiation tool: principles, model, and specification [J]. ACM Transactions on Mathematical Software, 2013, 39(3): 20.
- [18] Gilbert J C, Lemaréchal C. Some numerical experiments with variable-storage quasi-Newton algorithms [J]. Mathematical Programming, 1989, 45(1): 407-435.
- [19] Li Zhijin, Wang Jinbo, Fu L L. An observing system simulation experiment for ocean state estimation to assess the performance of the SWOT mission: part 1, a twin experiment [J]. Journal of Geophysical Research: Oceans, 2019, 124(7): 4838-4855. (收稿日期:2025-11-25 编辑:俞云利)