

(10)
47-51

带钢锚杆的文克勒地基梁内力分析

李世达

TU 471.2

(河海大学建筑工程系 南京 210098)

摘要 本文对岩石地下工程中带锚杆的弹性地基梁提出了基于文克勒地基梁理论的内力分析方法及计算公式。文中建议的方法和原理适用于工民建、水工、港工等建筑中带锚杆(或锚桩)的弹性地基梁的内力分析, 仅需考虑其不同的边界条件即可。本文计算公式可供此类结构设计时参考采用。

关键词 弹性地基 文克勒地基 钢锚杆 基础梁 内力分析

1 问题的提出

在岩石地下洞室工程中, 会遇到需在侧向岩基上的钢筋混凝土柱的内侧的不同高度处各伸出一钢筋混凝土悬臂梁以供搁置或存放重物用的情况。在实际工程中, 这类结构的柱顶常做成与上部拱圈不联系的自由端。为了保证柱的稳定性并使柱与岩基更好地协同工作, 常采用钢锚杆将柱与侧向岩基牢牢地拉结在一起, 如图1(a)所示。其悬臂梁传递给柱的力(轴力 N 和弯矩 M)可由平衡条件求得, 如图1(b)所示。对于这类位于侧

向岩基和基底岩基上的带钢锚杆的钢筋混凝土柱的内力分析, 本文将侧向岩基和基底岩基视为文克勒地基, 这样问题就简化为带钢锚杆的文克勒地基上的基础梁计算。

2 内力分析

实际工程在图1(a)侧向岩壁与柱之间密实回填并灌浆, 加之最上面一根钢锚杆至柱顶距离很短(一般为20~30cm), 柱底弹性固结, 故将侧向岩基视为文克勒地基, 主要承受压应力, 但也可承受数值不大的拉应力, 这不会给计算带来很大的误差。

带钢锚杆侧向岩基上的贴壁钢筋混凝土柱是侧向岩基上的弹性地基梁, 该柱柱底支承在基底岩基上, 是基底岩基上的刚性梁。^{①②}

柱发生竖向(x 向)位移时, 柱外表面与岩石接触处要产生摩擦, 因而在弹性抗力作用地段上, 还存在有摩擦力作用, 其数值等于弹性抗力 σ 乘以摩擦系数 μ 。由于这种摩

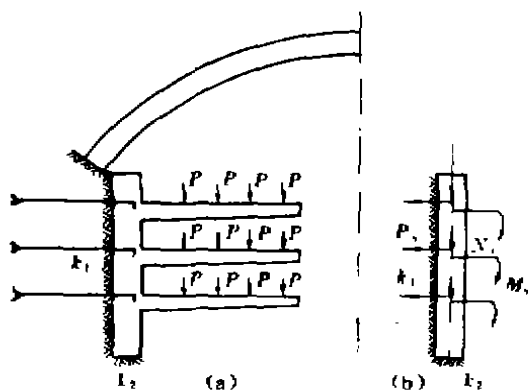


图1

① 华东水利学院港建教研室编, 军港地下工程, 1974, 6

② 中国人民解放军工程兵学校培训部, 地下工程静荷载反复设计, 1974, 10

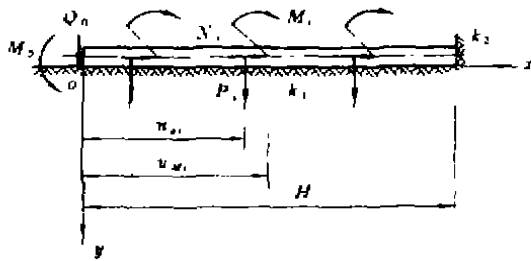


图 2

摩擦力起着减轻柱的受力作用, 另外考虑到柱和侧向岩基之间的摩擦力对计算结果影响不大, 故在计算中忽略摩擦力的影响, 这样处理偏于安全, 且使计算简化。柱在基底岩基上的竖向位移不引起柱的弯矩和剪力。

由于作用在柱上的竖直力(轴向力)比侧向岩石压力、抗力大得多, 因而柱底与基底岩基间产生的摩擦力也很大, 加之有底板的存在, 侧柱底部沿水平方向很难发生移动, 这相当于有一根水平刚性链杆支承于柱基。

设图 1 (b) 侧向岩基、基底岩基的地基系数分别为 k_1 、 k_2 。因为一般岩基的岩石坚硬系数 $f_R \geq 2$, 故不考虑作用在柱上的侧向岩石压力, 但必须考虑岩层对柱的弹性抗力, 即地基反力。内力分析时不计柱与侧向岩基间摩擦力的影响。为习惯起见, 将图 1 (b) 地基梁(柱)逆时针方向旋转 90° 呈水平方向放置如图 2 所示。

设荷载 $q(x)$ 和挠度(沉陷) y 均以向下为正, 地基反力 $p(x)$ 以向上为正, 转角 θ 、弯矩 M 和剪力 Q 的符号如图 3 (a) 所示。从梁上截取一微段、作用在此微段上的外力和内力如图 3 (b) 所示。

文克勒地基上的等截面弹性基础梁的挠度曲线微分方程为

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + k_1 b y = q(x) \quad (1)$$

$$\text{或} \quad \frac{d^4 y}{dx^4} + 4\alpha^4 y = \frac{q(x)}{EI} \quad (2)$$

• 48 •

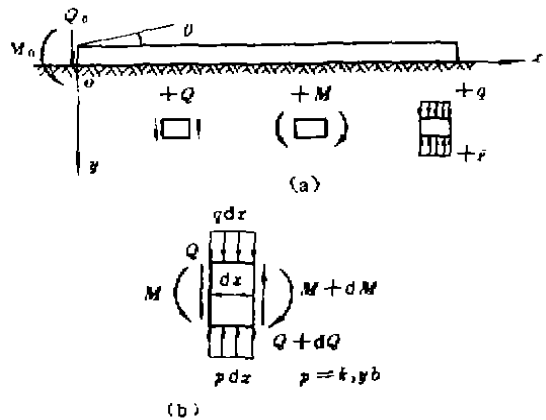


图 3

式中 E 为梁材料的弹性模量; I 为梁截面的惯性矩; b 为梁截面的宽度; α 为系数 ($[\text{长度}]^{-1}$), 按下式计算

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{k_1 b}{4EI}} \quad (3)$$

式 (2) 是一四阶常系数线性非齐次常微分方程。实际工程中, 分布荷载 $q(x)$ 常可用不超过 x 三次方的多项式表示, 在这种情况下, 式 (2) 的通解为

$$y = e^{-\alpha x} (c_1 \cos \alpha x + c_2 \sin \alpha x) + e^{\alpha x} (c_3 \cos \alpha x + c_4 \sin \alpha x) + \frac{q(x)}{k_1 b} \quad (4)$$

此即文克勒假设地基上基础梁的挠度方程, 式中的四个积分常数 $c_1 \sim c_4$ 需根据边界条件或连续条件确定。

在岩石地下工程中带钢锚杆的弹性地基梁一般都属于有限长梁。应用克雷洛夫函数, 并以梁左端 y_0 、 θ_0 、 M_0 、 Q_0 四个初参数代换四个积分常数, 可以得出梁任意截面挠度、转角、弯矩和剪力的公式:

$$y_x = y_0 F_1(\alpha x) - \frac{\theta_0}{\alpha} F_2(\alpha x) + M_0 \frac{4\alpha^2}{k_1 b} F_3(\alpha x) + Q_0 \frac{4\alpha}{k_1 b} F_4(\alpha x)$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{4a}{k_1 b} \sum P_i F_4[a(x - u_{P_i})] \\
& - \frac{4a^2}{k_1 b} \sum M_i F_3[a(x - u_{M_i})] \quad (5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\theta_x &= 4ay_0 F_4(ax) + \theta_0 F_1(ax) \\
& - M_0 \frac{4a^3}{k_1 b} F_2(ax) - Q_0 \frac{4a^2}{k_1 b} F_3(ax) \\
& - \frac{4a^2}{k_1 b} \sum P_i F_3[a(x - u_{P_i})] \\
& + \frac{4a^3}{k_1 b} \sum M_i F_2[a(x - u_{M_i})] \quad (6)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_x &= -y_0 \frac{k_1 b}{a^2} F_3(ax) + \theta_0 \frac{k_1 b}{a^3} F_4(ax) \\
& + M_0 F_1(ax) + Q_0 \frac{1}{a} F_2(ax) \\
& + \frac{1}{a} \sum P_i F_2[a(x - u_{P_i})] \\
& - \sum M_i F_1[a(x - u_{M_i})] \quad (7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_x &= -y_0 \frac{k_1 b}{a} F_2(ax) + \theta_0 \frac{k_1 b}{a^2} F_3(ax) \\
& - 4aM_0 F_4(ax) + Q_0 F_1(ax) \\
& + \sum P_i F_1[a(x - u_{P_i})] \\
& + 4a \sum M_i F_4[a(x - u_{M_i})] \quad (8)
\end{aligned}$$

式中 y_x, θ_x, M_x, Q_x 分别为梁上截面 x 的挠度、转角、弯矩、剪力; y_0, θ_0, M_0, Q_0 分别为梁左端截面的挠度、转角、弯矩、剪力; P_i, M_i 分别为作用于梁上的竖向集中力和弯矩; F_1, F_2, F_3, F_4 为克雷洛夫函数^[1], 其表达式为

$$\begin{aligned}
F_1(ax) &= \text{charcos}ax \\
F_2(ax) &= \frac{1}{2}(\text{charsin}ax + \text{shaxcos}ax) \\
F_3(ax) &= \frac{1}{2}\text{shaxsin}ax \\
F_4(ax) &= \frac{1}{4}(\text{charsin}ax - \text{shaxcos}ax)
\end{aligned}$$

求得式(5)~(8)中的四个初参数及钢锚杆作用于弹性地基梁的作用力 P_i 后, 即可利用上式直接计算梁上各截面的挠度、转角、弯矩及剪力。

四个初参数, 根据梁左端的边界条件, 可以定出其中的两个, 其余的两个及锚杆力 P_i

则需要由梁右端的边界条件及地基梁锚杆作用处的变形协调条件求出, 现推求如下。

考虑到柱顶与拱圈不直接联系, 因此梁左端有

$$M_0 = Q_0 = 0 \quad (9)$$

柱子底部弹性固结, 因此梁右端截面有

$$y_H = 0, \quad \theta_H = \frac{M_H}{k_2 I} \quad (10)$$

将 $x=H$ 分别代入式(5)~(7)并利用式(10)条件, 经整理后得:

$$\begin{aligned}
y_0 &= \frac{1}{F_1(aH)} \left\{ \theta_0 \frac{1}{a} F_2(aH) \right. \\
& - \frac{4a}{k_1 b} \sum P_i F_4[a(H - u_{P_i})] \\
& + \frac{4a^2}{k_1 b} \sum M_i F_3[a(H - u_{M_i})] \} \quad (11)
\end{aligned}$$

$$\theta_0 = \frac{\Delta_1}{S_1} \quad (12)$$

式中 Δ_1, S_1 是为书写方便而引进的记号

$$\begin{aligned}
S_1 &= \frac{F_2(aH)}{aF_1(aH)} [4aF_4(aH) + \frac{k_1 b}{a^2} F_3(aH) \frac{1}{k_2 I}] \\
& + F_1(aH) - \frac{k_1 b}{a^3} F_4(aH) \frac{1}{k_2 I} \\
\Delta_1 &= -\frac{1}{F_1(aH)} \left\{ -\frac{4a}{k_1 b} \sum P_i F_4[a(H - u_{P_i})] \right. \\
& + \frac{4a^2}{k_1 b} \sum M_i F_3[a(H - u_{M_i})] \} \cdot \\
& \cdot [4aF_4(aH) + \frac{k_1 b}{a^2} F_3(aH) \frac{1}{k_2 I}] \\
& + \frac{4a^2}{k_1 b} \sum P_i F_3[a(H - u_{P_i})] \\
& - \frac{4a^3}{k_1 b} \sum M_i F_2[a(H - u_{M_i})] \\
& + \frac{1}{ak_2 I} \sum P_i F_2[a(H - u_{P_i})] \\
& - \frac{1}{k_2 I} \sum M_i F_1[a(H - u_{M_i})]
\end{aligned}$$

不难看出, 式(12)及式(11)中的 θ_0, y_0 均为关于 P_i 的线性函数。

将式(11)和(12)代入式(5)得:

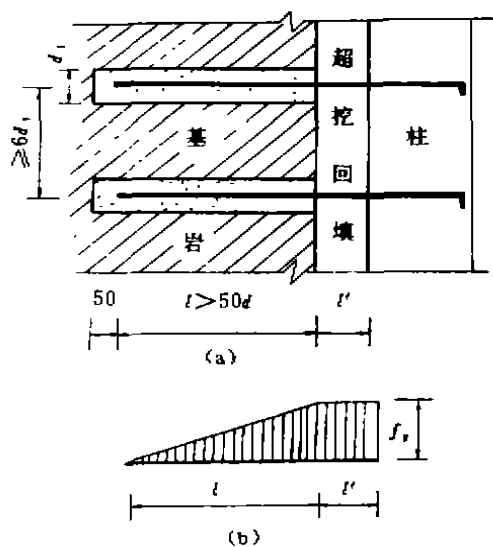


图4 (a) 锚杆岩基; (b) 锚杆内应力

d_1 —锚杆孔直径; l —锚杆的有效锚固长度;
 d —锚杆直径; l' —超挖回填厚度

$$y_x = y_0 F_1(\alpha x) - \frac{\theta_0}{\alpha} F_2(\alpha x) + \frac{4\alpha}{k_1 b} \sum P_i F_4[\alpha(x - u_{P_i})] - \frac{4\alpha^2}{k_1 b} \sum M_i F_3[\alpha(x - u_{M_i})] \quad (13)$$

设计、施工岩基上的锚杆时, 侧向岩基与柱之间超挖部分必须密实回填并灌浆, 应使带锚杆的岩基与基岩连成整体, 并应符合建筑地基基础设计规范^[2]第 8.7.1 条要求。锚杆岩基的构造要求可按图 4(a) 采用。

锚杆的有效锚固长度 l , 有条件时应根据单根锚杆抗拔力现场试验确定; 无条件试验时, 可根据下式计算及构造要求 ($l > 50d$) 确定。

由单根钢锚杆抗拔力公式可得到钢锚杆的有效长度为

$$l \geq \frac{P_i}{0.8\pi d_1 f} \quad (14)$$

式中 P_i 为单根锚杆所承受的拔力设计值; f 为砂浆与岩石间的粘结强度设计值 (MPa), 水泥砂浆可取 M30, f 值可按规范^[2]

• 50 •

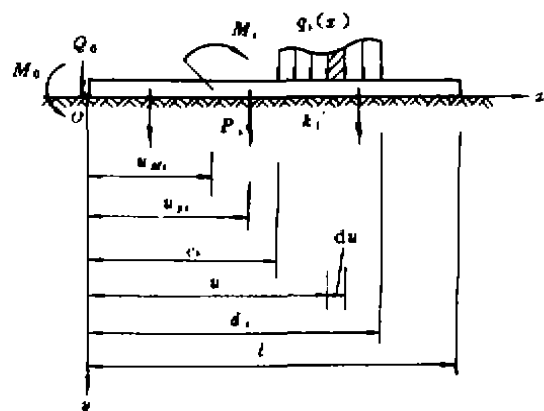


图5

表 8.7.2 选用; d_1 为锚杆孔直径, 对常用锚杆直径 $d = 16 \sim 25 \text{mm}$, 可取 $d_1 = 70 \text{mm}$ 。

为了简化计算, 假设砂浆与钢锚杆之间的粘结力沿钢锚杆有效长度均布, 则钢锚杆内的应力分布如图 4(b) 所示 (钢锚杆的直径 d 取为 $d = 2\sqrt{\frac{P_i}{\pi f_s}}$)。由图可推得钢锚杆处的位移 $y_{u_{P_i}}$ 为

$$y_{u_{P_i}} = -\frac{f_s}{E_s} \left(\frac{l}{2} + l' \right) = -\frac{f_s}{E_s} \left(\frac{P_i}{1.6\pi d_1 f} + l' \right) \quad (\text{mm}) \quad (15)$$

式中 f_s , E_s 分别为钢锚杆抗拉强度设计值 (MPa) 和弹性模量 (MPa); l' 为钢锚杆处侧向岩基超挖回填的厚度, 无实测资料时, 可近似取 $l' = 300 \text{mm}$ 。

由式 (13) 利用锚杆处的位移条件 (式 (15)) 得到以锚杆力 P_i 为未知数的代数方程组, 联立求解即可得出各锚杆力 P_i 。求得 P_i 后, 即可由式 (12) 和 (11) 依次求得 θ_0 和 y_0 , 然后由一般解公式 (7) 和 (8) 即可求得梁 (柱) 各截面的弯矩及剪力, 直接由平衡条件可求得柱各截面的轴力。

本文所述的岩石地下工程中带钢锚杆的弹性地基梁 (柱) 内力分析方法原则上对水工、港工、工民建中弹性地基上带锚杆 (或锚

桩)的弹性地基梁也是适用的。只是水平放置的弹性地基梁右端边界条件一般不是弹性固结,需视具体情况而定。而且梁上可能还作用有几段局部分布荷载。当梁上还作用有几段局部分布荷载 $q_i(x)$ 时,分布荷载 $q_i(x)$ 对其起始作用点以右各梁段的影响,可以看成是无穷多个小集中荷载对以后各梁段的影响。例如对于图5中所示的 x 截面,为了考虑 $q_i(x)$ 的影响,基础梁一般解公式(5)~(8)等号右边须分别增加一项:

$$\begin{aligned} & \frac{4a}{k_1 b} \sum \int_c^x q_i(x) F_4[a(x-u)] du, \\ & - \frac{4a^2}{k_1 b} \sum \int_c^x q_i(x) F_3[a(x-u)] du, \\ & \frac{1}{a} \sum \int_c^x q_i(x) F_2[a(x-u)] du, \\ & \sum \int_c^x q_i(x) F_1[a(x-u)] du. \end{aligned}$$

当 $x > d_i$ 时,则

(上接第46页)

每亩收入约72元。相比之下,种植大金鸡菊的经济收入约为种植黄豆收入的5倍,经济效益相当可观。

3 结 论

a. 紫穗槐适应性强,生长旺盛,枝叶 dense,根系发达,耐寒、耐旱、耐湿、耐瘠薄,三年后可覆盖地面,能较好地保护地埂,防止土壤受侵蚀。枝叶有较强的吸水率,测定为11.36%,树冠截留降雨为0.69mm,林地相对湿度比裸地高5%~7%,并能大幅度提高土壤养分,树叶是很好的饲料,枝条坚韧,是编织果筐的好材料,可以大量发展。

b. 在梯田田埂种植红柳适应性很强,生长较快,二三年以后,冠幅可达1.7~2m,能全部覆盖地面,枝叶的吸水率为20.9%,树

应该将积分号中的上限 x 更换为 d_i 。

3 结 语

笔者曾用本文导出的公式为某地下库房工程进行设计,该库房建成投入使用已若干年,至今使用效果良好。工程实践证明,用本文的方法和公式计算带钢锚杆的侧向岩基上的柱是可行的。

用本文介绍的方法对带钢锚杆的弹性地基梁进行内力分析,不仅概念清楚、计算简便,而且适用性也较强。

参考文献

- 1 武汉水利电力学院建筑力学教研室编,建筑力学(中册),北京:人民教育出版社,1980
- 2 中华人民共和国国家标准,建筑地基基础设计规范(GB17-89),北京:中国建筑工业出版社,1989

(收稿日期:1994-05-12)

冠截留降雨量为0.7mm,林地空气相对湿度比裸地平均高2%~7%,枝条是编织出口产品的优质原料,具有很高的经济价值,可在较高的梯田田埂上大量发展。

c. 大金鸡菊萌发力强,一株一年生实生幼苗一级根系有94个,总长度达1641cm,能有效地防止土壤冲刷,地上部的吸水率为14.29%,截留降雨量为0.5mm,播种当年栽植地的土壤含水量比裸地高2.23%,比花生地高3.91%。种植后第二年植株覆盖下的地面蒸发量比裸地减少了11.5%,具有较明显的保水效益,和种黄豆相比,也有很明显的经济效益,因此,是一种具有很高价值的水土保持植物。

(收稿日期:1994-12-19)