

(2) 12-15

湍流理论若干问题研究进展

刘兆存 金忠青

(河海大学 南京 210098)

TV 131.21

摘要 本文对近年来湍流理论在某些方面的研究进展作了概要介绍,对拟序结构发现后人们对湍流内部结构的新认识和近年来发展很快的从微分方程分析角度出发对湍流机理新的探索进行了评价,说明引入混沌后在时、空演化方面对湍流机理的模拟,最后阐述了流动稳定性和层流向湍流的转换。

关键词 湍流, N-S 方程, 流动结构, 流动机理, 封闭性

近年来,在围绕湍流结构和统计两条主线的工作中出现了新观点和新趋势,虽然从历史的观点来看有些可能是错的——在科学容忍的范围内,但在现阶段却是研究的主流。

1 简要回顾及发展

1.1 半经验理论和模式理论

湍流的控制方程是 N-S 方程,但和层流相比,方程不封闭。为满足工程需要,发展了一系列的以普朗特混合长理论为代表的湍流半经验理论或早期模式理论。这种理论虽然对于增进对湍流机理的了解没有提供更多的贡献,但对解决工程实际问题却起了重大的作用^[1]。半经验理论是一种唯像理论,并不涉及湍流内部机理。以速度分布公式为例,半经验理论的速度分布公式大致有对数型和指数型。对数型速度分布得到的假定是充分发展的剪切湍流中主流区(不含边界层的)的流速梯度和分子粘性无关,指数型(或渐近指数型)则假定分子粘性不能忽略^[2],两种类型的流速分布公式在工程实践中都获得了非常广泛的应用。半经验理论的一个发展方向是吸收统计理论的成果,用统计理论的精细成果丰富半经验理论不足并保留便于应用的

优点,如文 [3] 所作的工作。

近代的模式理论在封闭湍流基本方程组时特别吸收了统计理论的成果,如二方程模型、应力通量代数模型、应力通量方程模型等。关于这方面的详细论述,将另文给出。

1.2 统计理论

湍流的统计理论的目标则是从最基本的物理守恒定律——N-S 方程和连续性方程出发,探讨湍流的机理。理查逊-柯尔莫哥洛夫湍流图像部分被实验所证实。统计理论中湍流的能量传递关系被更符合实际的 U. Frisch 等所提出的 β -模型所代替。湍流统计理论历时半个多世纪的发展,经泰勒、陶森德等人的努力,取得丰硕的成果,但仍不能绕过封闭性的困难,所得成果都还是很不完美的。湍流统计理论的重要性目前已有所下降^[1]。我国周培源等提出了均匀各向同性湍流的准相似性条件以及相应均匀各向同性湍流的涡旋结构统计理论并得到实验的验证^[4],进一步将在均匀各向同性湍流中得到的准相似性条件推广到一般的剪切湍流中,然后对关联方程的耗散项作出假定,利用逐级近似方法发展了湍流的统计理论^[5],所得结果部分经实验证实。文 [6] 采用逐级迭代法对湍流平均运动方程和脉动速度关联方程

进行求解,解决了以往求高阶脉动关联函数时须联立求解一系列不同阶脉动速度关联方程所带来的方程不封闭性。

统计理论由研究均匀各向同性湍流到研究一般的剪切湍流是一个巨大的进步,但这种探索毕竟刚刚起步,有些困难目前还难以克服。虽然用统计理论方法封闭湍流方程组似乎难以登天,但统计学派所得的成果和所用的方法对后来湍流的研究有深远的影响。

2 湍流的描述

2.1 N-S 方程的层次结构^[7~10]

湍流直接数值模拟的一个重要观点是 N-S 方程完整地描述了湍流,它提供了湍流运动的一切信息。然而完整的 N-S 方程的数学分析相当困难,可以从物理分析出发,按流场中长度尺度分布、惯性项和粘性项的相对大小及数量级比较和划分流动区域的原则进行简化。虽然简化结果有十多种层次结构,然而从数学特征而言只有椭圆型、扩散抛物化和抛物化三类,并可给出每型的数学特征,且提出了流场的三层结构的简化的数学模型和力学特征,按不同精度要求,得出一个简化系统。由简单的边界层方程逐渐到完整的 N-S 方程,为从 N-S 方程分析湍流提供了依据。

2.2 湍流机理的模拟

以法国科学家 Témam 为首的里昂学派证明二维的 N-S 方程的解在时间演化过程中会被逐渐吸收到一个有限维的吸收集中,并证明这系统有有限维的整体吸引子。引入惯性流形的概念,奇怪吸引子就是被嵌入到这种光滑的流形中。惯性流形的存在标志着奇怪吸引子的存在。Témam 表示,从物理学观点来看,惯性流形就是把湍流中小涡和大涡联系起来的一种相互作用规律。

三维的 N-S 方程

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \mathbf{f} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (1)$$

对所有的 t ,使方程(1)的解 $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ 都无界的点 $\mathbf{x}$ 的集合,维数最多为 $1 - \frac{1}{2}$ (分数维)。

湍流中的涡输运系数,即布西涅斯克方程中的 ν_t ,可采用非平衡态统计物理方法加以理论确定^[11]。模式理论中的二方程模型中的 k-ε 模型中的系数可用重整化群 RNG 方法加以理论确定。这说明用 RNG 方法研究湍流时,确实揭示了湍流的部分物理实质^[12]。有趣的是用 RNG 方法得到的对柯尔莫哥洛夫的 5/3 定律的偏移,最终值为 7/3,出现这种情况的原因有待查明。

近来人们认识到偏微分方程的解只在有限时间内存在一类奇异性的问题。在物理世界中,如湍流中的猝发现象、涡管的瞬时断裂和重联均在有限的时间内完成。偏微分方程解的规则性和奇异性及其演化过程中空间结构和分布特性与湍流演变机制有某种对应性。从物理上看,偏微分方程对应的动力系统的极限状态代表现实世界的不同的相(状态)。在用微分方程表达的牛顿运动定律中,牛顿定律制约因素关系所满足的偏微分方程中,本身就蕴含了这种性态。为解释湍流的相干结构现象,人们把研究重点转向有序的时空结构上,特别是有关空间结构的图像动力学上(pattern dynamics)。这种空间图像具有时间演化的某种动态过程。湍流本身内部结构可用图像方程模拟^[13]。

分维动力学揭示了无序系统被长期忽略的通性,即在充分无序系统中能量的传播以波粒二重性取代了有序系统在粘弹性网络中的周期波传播。最大的区别在于能量激发的当地性及能量传播的滞后性。

刘式适等人认为,用 B-kdv 方程描述一

出^[14~16], B-kdv 方程

$$u_t + uu_x - \nu u_{xx} + \beta u_{xxx} = 0 \quad (2)$$

含有三种因素:非线性、耗散和色散。非线性可以使能量集中,也是产生混沌的重要因素。耗散对应着熵增,它使过程具有不可逆性。色散使能量可聚可散。非线性、耗散、色散三种因子的互相作用可以解释湍流的许多性状。如能量级串散裂是耗散作用占主导地位,小涡形成大涡的能量逆转现象则是非线性和色散共同作用的结果。采用非线性、耗散和色散相互作用的机制,可以解释湍流的许多现象。至于湍流中是否确实含有这三种因子及其作用规律,有待实验进一步证实。

人们对三维的 N-S 方程的数学特性还不是很清楚。Landau 和 Lifshitz 等认为,湍流的随机性主要是因为 N-S 方程的吸引子的结果。直接从 N-S 方程出发在定解条件下解析地分析湍流目前条件还不成熟。

2.3 湍流和混沌

拟序(或相干)结构对认识湍流的重要性愈来愈受到人们的关注。如剪切湍流的扩散和发展,不仅仅是小尺度随机扩散的结果,更主要是由大尺度拟序结构的相干干涉、卷并造成的。数值模拟发现,对充分发展的湍流仍有涡管状的拟序结构,但还没有被实验证实。湍流并非是一个真正的随机系统。

湍流的数学描述是一个无穷维的动力系统,是无穷维的混沌。混沌理论告诉我们,在确定性的非线性动力系统中可以同时存在规则的有序结构和不规则的混沌状态,而且它们有时往往是相互交织在一起不可分割的,都是受系统本身的同一种非线性规律支配,在没有系统外部任何影响时也会出现。湍流是典型的耗散系统,它通往混沌的道路除倍周期迭加和间隙外,还有其它途径。Frisch 等认为,湍流间隙可用强度变化的一些特定项表示,这些项包含于有分数维的内波集上。

间隙、湍流斑这些拟序结构表现出统计

意义上的自相似性。分形理论指出,简单图形的变换会形成和原始图形性质截然不同的结果并表现出两者之间的自相似性。分形在湍流中有广泛的应用^[17],随机分形的生长能类比于湍流的拟序结构,这要用计算机来模拟,Frisch 等作了大量的工作,但远不能模拟出真实的湍流来。

耗散系统的奇怪吸引子对初始条件有非常敏感的依赖性,且它的功率谱是一个宽谱,表明系统中已被激发出无穷多个特征频率。湍流系统中存在马蹄,马蹄的存在意味着双曲不动点的存在,意即存在不稳定流形。此外耗散系统中的奇怪吸引子有非常奇特的拓扑结构和几何结构——具有无穷多层次的自相似结构的为非整数几何维数的一个集合。简单耗散系统中的逻辑斯梯阶映射显现的混沌呈现出规则有时是无序的倒分叉现象、窗口现象和间隙现象的特征。

采用计算机模拟混沌时首先要构造模型,如 CML 模型^[18],对湍流而言,更有用的是 CCM 模型^①

混沌的理论分析困难较大,在湍流中都是针对一些具体问题作出的。这一方面是由于湍流实验专家还对实验中所观察到的现象是否是真正的混沌意见并未统一,另一方面对认为是混沌现象的实验研究还很困难。重要的是,混沌机理并未完全探明而是刚刚起步。用混沌模拟湍流,或者说,研究湍流中的混沌现象,还处于积累经验的时期。有人乐观估计,混沌理论的重大突破性进展可导致湍流问题的根本性解决。

2.4 流动稳定性

流动稳定性虽然有广泛的应用于工程技术的价值,但仍主要是探索层流向湍流转换的机理。具体作法是在原流动中叠加一扰动,

① 何国威等,模拟流动复杂性的耦合映射,见:第四届全国湍流与流动稳定性学术会议论文集,南京,1994

判别扰动随时空的演化, 据以说明稳定和不安定性。当为不稳定性时找到失稳的临界雷诺数和其它控制参数。对于平行流的稳定性分析主要采用线性理论和非线性理论。在非线性的理论中若设扰动是二维的, 又可分为朗道法、能量法、形状假定理论、弱非线性理论、分叉理论。如果设扰动是三维的, 又可分为二次失稳理论、共振三波理论、一般共振理论、直接共振理论。

具体应用分叉理论时要处理的问题主要有: ①找出对应于分叉点的临界参数值; ②找出该参数值在临界值附近的分叉解; ③判明新分叉解的稳定性。常见的分叉主要有: ①对称鞍结点分叉; ②鞍结点分叉; ③跨临界分叉; ④滞后分叉; ⑤Hopf 分叉; ⑥周期倍分叉; ⑦同宿或异宿分叉。在用计算机计算问题转化为: ①如何实现对解曲线的追踪; ②怎样判断与搜索奇异点; ③计算分叉点处的分叉方向, 实现对分叉后解曲线的追踪。上述表述可以采用矢量场、流形的几何观点, 把非线性代数方程组的解流形与相应矢量场的不变流形联系起来, 叙述可简洁明了。

稳定性理论成功的一个例子是解释湍流边界层底层低速条纹产生的机理。和实验相当吻合。在湍流控制中, 稳定性理论获得了非常广泛的应用。

3 结 语

众多方法都从不同的侧面揭示了湍流的机理, 但距问题真正解决还很遥远。随着新技术在湍流实验方面的广泛应用, 人们对湍流整体的认识必将更为深入——揭示新的实验现象、验证发展已有的理论成果。混沌的出现为解决湍流带来了新的希望, 并有可能导致对湍流认识的根本性解决。

参考文献

- 1 是勋刚等. 湍流. 天津: 天津大学出版社, 1994

- 2 Barenblatt G I. Scaling laws for fully developed turbulent shear flow. J. F. M. 1993, 248: 513~529
- 3 窦国仁. 紊流力学 (下册). 北京: 高等教育出版社, 1987
- 4 魏中磊等. 网格湍流微结构的实验研究. 力学学报, 1988, 20 (3): 200~205
- 5 周培源等. 不可压缩流体的湍流理论. 中国科学 (A), 1987 (4): 369~380
- 6 林建忠等. 求解脉动速度关联函数的新方法及其在平面湍尾流中的应用. 力学学报, 1993, 25 (6): 643~650
- 7 高智. 流体力学基本方程组 (BEFM) 的层次结构理论和简化 Navier-Stokes 方程组. 力学学报, 1988, 20 (2): 107~116
- 8 高智. 简化 N-S 方程的结构及内涵. 中国科学 (A), 1988 (6): 625~640
- 9 陈国谦等. 简化 N-S 方程的一般理论. 中国科学 (A), 1990 (12): 1272~1281
- 10 田纪伟等. 简化 Navier-Stokes (SNS) 方程在二维层流边界层分离点邻域的特性. 中国科学 (A), 1992 (3): 282~292
- 11 钱俭. 确定湍流的涡输运系数的新方法. 中国科学 (A), 1992 (11): 1169~1176
- 12 Zhou Ye, et al. Renormalization-group theory for the eddy viscosity in subgrid modelling. Physical Review A, 1988 37 (7): 2590~2598
- 13 Newell A C, et al. Order parameter equation for patterns. Annu Rev Fluid Mech, 1993, 25: 399~453
- 14 熊树林. Burgers-kdv 方程的一类解析解. 科学通报, 1989 (1): 26~29
- 15 刘式达等. 孤立波和同宿轨道. 力学与实践, 1991, 13 (4): 9~15
- 16 刘式达等. 湍流的 kdv-Burgers 方程模型. 中国科学 (A), 1991 (9): 938~946
- 17 Sreenivasan K R. Fractals and multifractals in fluid turbulence. Annu Rev Fluid Mech, 1991, 23: 539~600
- 18 黄欣等. 时空 Chaos 研究中的 CML 模型. 应用数学和力学, 1993, 14 (10): 919~928

(收稿日期: 1994-06-16)