

⑥

28-33

第15卷第5期

水利水电科技进步

1995年10月

混合单元系统水质模型及其在闽江流域的应用^①

陈毓龄 欧阳禧玲

(东南大学 南京 210096)

Tu pp1.21

摘要 河流水质模型是模拟和预测河流水质状况的科学依据。对于中型河流,我国过去一直沿用一维移流弥散迁移方程。由于河流地理条件和水流特征的复杂性,此模型模拟计算的结果与实测值差异较大。本文选择闽江水系某河段做染色剂示踪试验,通过水流结构的深入分析,应用物质传输的基本原理和严密的数学推理方法,建立起河流混合单元系统水质模型并确定模型参数。此模型在不同地理条件和水流特征情况下能更准确地反映河流水质的实际状况,计算方法简单,可在国内外中小河流和河网地区推广应用。

关键词 环境水利 混合单元系统 水质模型 数学模拟 河网 水质规划

闽江流域

建立先进的动态水质预测模型,可以准确地模拟河流的水质现状,预测河流将来的水质状况,其结果可作为区域性改进水质工程措施的研究基础,并为水质规划与管理方案的确定提供可靠的、有效的科学依据。我国有众多的中小型河流,过去一直引用国外的移流(advection)弥散(dispersion)迁移方程表示一维水质模型,简称AD模型。该模型是美国Streeter和Philps于1925年为研究美国Ohio河的DO和BOD而建立的。原始模型简单,但经数十年不断的修正,国内外仍沿用至今。AD模型中唯一的系数是纵向弥散系数 D_L 。由于可溶解性和悬浮污染物在河流的迁移是沿着河谷底线的移流、趋向河岸的横向混合、回水截流和河岸、河底的不规则性所形成的分流区综合作用的结果^[1,2],由于天然河流的几何形状十分复杂,并且河流中的流速和紊动随空间和时间的变化非常显著,因此只用一个纵向弥散系数 D_L 来概括和分析前面所描述的复杂过程就显得

十分困难,而且也难以准确反映实际情况。随后,Taylor, Elder^[3], Bowder, Fischer^[4], Mcquivey 和 Keefer^[5]等学者各自根据不同的实际条件建立了一些表达 D_L 系数的经验公式,但因地理条件、水流特征和测试条件的不同,所得的结果与实际情况有较大差异。

本文应用与AD模型截然不同的河流混合系统模型(Mixed Cells System Model)来模拟中小河流的水质状况,此模型简称MCS模型。在收集国内外多条中小河流监测数据的基础上,经过比较和大量试算工作,最终确定以模拟河段和监测断面选择合理、监测数据系列较长、检测质量较高的福建闽江水系三明—沙县河段和美国密西西比河圣保罗市下游的I 494 Bridge—Shieley Dock河段的监测数据作为建立MCS模型的依据。研究表明,MCS模型在不同地理条件和水流特征情况下能更准确地反映河流水质的实际状况,比起AD模型具有很大的优越性,可在国内外中小河流和河网地区推广应用。

① 江苏省自然科学基金资助项目

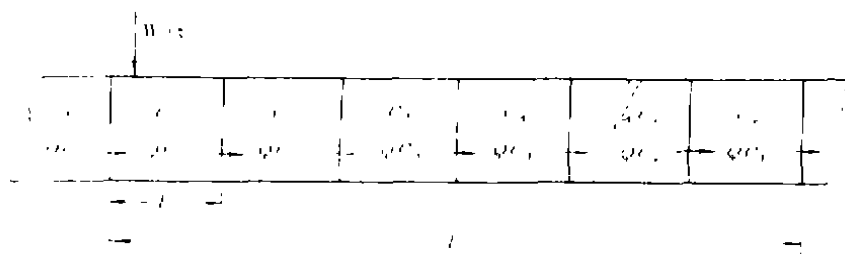


图1 模拟河段的单元系列简图

1 MCS 模型基本方程

为建立 MCS 模型基本方程,在模拟河段上游投入罗丹明 B 染色剂,并做示踪试验。图 1 所示为河流中流量为 Q 的稳定均匀流,河流由一系列等体积单元体组成,单元数为 k 。

在可溶解物质释放之前,即时间 $t < 0$,在 $1, 2, \dots, k$ 的所有单元中,迁移物质的浓度为零。在时间 $t = 0$ 时,单元 1 开始接受污水负荷 $W(t)$ 。经过某一时段,可以认为每个单元的污水是完全混合的,并且流出某一个单元的污水浓度等于在该单元内的污水浓度。这样,任何一个单元的质量迁移方程可写成^[1]

$$V \frac{dC}{dt} = W(t) - QC = KVC \quad (1)$$

式中 V 为一个单元的体积; C 为单元内的污水浓度; t 为时间; $W(t)$ 为进入此单元的外部质量输入率; Q 为河流流量; K 为物质消耗的动力学变化率。令 $\alpha = \frac{Q}{V} + K$, 式(1)可变换成

$$\frac{dC}{dt} + \alpha C = \frac{W(t)}{V}$$

α 称为时间常数。

用初始条件($t < 0$ 时, $C = 0$)积分得

$$C = e^{-\alpha t} \int_0^t \frac{W(t)}{V} e^{\alpha t} dt$$

对一个具有脉冲特性的突然释放,输入为 $W(t) = M\delta(t)$, $\delta(t)$ 为 Dirac Delta 函数。从物理意义说, $\delta(t)$ 函数表示单位质量示踪物以无穷大的浓度集中进入一个无穷小空间

的一种排放方式,而 $M\delta(t)$ 则表示进入很小空间的浓缩质量 M 。例如,有一桶浓缩的染色剂倾倒入一条大河,我们可以用 $\delta(t)$ 函数表示初始浓度的分布。当 $t \neq 0$ 时, $\delta(t) = 0$, 而 $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$; 当 $t = 0$ 时,质量为 M 的第一单元浓度为

$$C_1 = e^{-\alpha t} \int_0^t \frac{M\delta(t)}{V} e^{\alpha t} dt$$

根据 $\delta(t)$ 函数的特性,当 $t = 0$ 时,

$$\int_0^t \delta(t) e^{\alpha t} dt = e^{\alpha \cdot 0} = 1, \text{ 所以}$$

$$C_1 = \frac{M}{V} e^{-\alpha t} \quad (2)$$

可用类似的方法计算第 i 单元的浓度

$$V \frac{dC_i}{dt} = QC_{i-1} - QC_i - KVC_i \quad (3)$$

式(3)可写成

$$\frac{dC_i}{dt} + \alpha C_i = \frac{Q}{V} C_{i-1}$$

用初始条件($t < 0$ 时, $C_i = 0$)积分得

$$C_i = \frac{Q}{V} e^{-\alpha t} \int_0^t C_{i-1} e^{\alpha t} dt \quad (4)$$

第二单元的浓度为

$$C_2 = \frac{M}{V} \cdot \frac{Q}{V} t e^{-\alpha t}$$

以此类推,第 k 单元的浓度为

$$C_k = \frac{M}{V} \left(\frac{Q}{V}\right)^{k-1} \frac{t^{k-1}}{(k-1)!} e^{-\alpha t} \quad (5)$$

式(5)是混合单元系统水质模型的基本方程。

2 河流的迁移系数

河流中污水的迁移过程显示了水质模拟中有关河流的迁移特性。图 2 所示为一个理

想化但很典型的浓度时间记录曲线,虽然没有确定物质浓度的函数 $C(t)$,但是我们引入浓度矩的概念来说明这特性曲线的某些特性。对水质模拟的要求来说,应用浓度 $C(t)$ 的前四个矩已可满足浓度 $C(t)$ 曲线所要求的精确度。

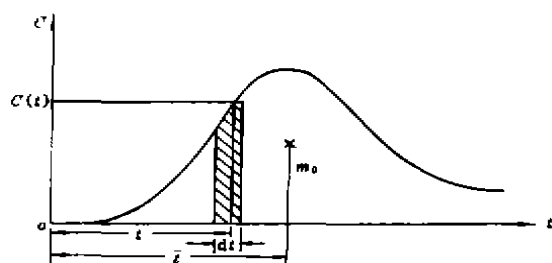


图2 浓度时间关系曲线零次及一次浓度矩

2.1 零次矩

$$m_0 = \int_0^{\infty} C(t) dt \quad (6)$$

式中 参数 $m_0 = M/Q$, 表示单位流量所含的质量(见图2); Q 为河流流量; M 为突然排放物质的总量。

为了计算 m_0 值, 将理论浓度函数式(5)代入式(6)

$$\begin{aligned} m_0 &= \int_0^{\infty} C(t) dt \\ &= \int_0^{\infty} \left[\frac{M}{V} \left(\frac{Q}{V} \right)^{k-1} \frac{t^{k-1}}{(k-1)!} e^{-\alpha t} \right] dt \\ &= \frac{M}{V} \left(\frac{Q}{V} \right)^{k-1} \frac{1}{\alpha^k (k-1)!} \int_0^{\infty} e^{-\tau} \tau^{k-1} d\tau \end{aligned}$$

式中 τ 为虚拟时间变量, $\tau = \alpha t$ 。

Gamma 函数 $\Gamma(k) = \int_0^{\infty} e^{-\tau} \tau^{k-1} d\tau (k \geq 0)$, 而 $\Gamma(k) = (k-1)!$

$$\text{故} \quad m_0 = \frac{M}{Q} \left(\frac{Q}{V} \right)^k / \alpha^k \quad (7)$$

2.2 一次矩

$$m_1 = \frac{\int_0^{\infty} C(t) t dt}{\int_0^{\infty} C(t) dt} \quad (8)$$

式中 参数 $m_1 = \bar{t}$, 可确定释放物质在时间

轴上的中心位置(见图2)。

在式(8)中

$$\begin{aligned} &\int_0^{\infty} C(t) t dt \\ &= \int_0^{\infty} \left[\frac{M}{V} \left(\frac{Q}{V} \right)^{k-1} \frac{t^{k-1}}{(k-1)!} e^{-\alpha t} \right] t dt \\ &= \left[\frac{M}{Q} \left(\frac{Q}{V} \right)^k - \alpha^{k+1} (k-1)! \right] \int_0^{\infty} e^{-\tau} \tau^k d\tau \end{aligned}$$

同样, 利用 Gamma 函数 $\Gamma(k+1)$

$$\begin{aligned} &= \int_0^{\infty} e^{-\tau} \tau^k d\tau (k \geq 0), \Gamma(k+1) = k!, \text{得} \\ m_1 &= \bar{t} = k/\alpha \quad (9) \end{aligned}$$

2.3 二次矩

$$m_2 = \frac{\int_0^{\infty} C(t) (t - \bar{t})^2 dt}{\int_0^{\infty} C(t) dt} \quad (10)$$

式中 参数 m_2 就是方差 σ^2 , 它反映物质沿河流的纵向弥散情况, 并且表示浓度 $C(t)$ 关系曲线沿时间轴的一种宽度的尺度, 但不表示对平均流动时间 $\bar{t}$ 的不对称情况(见图2)。

用类似方法, 由式(10)可求出

$$m_2 = \sigma^2 = k/\alpha^2 \quad (11)$$

2.4 三次矩

$$m_3 = \frac{\int_0^{\infty} C(t) (t - \bar{t})^3 dt}{\int_0^{\infty} C(t) dt} \quad (12)$$

式中 参数 m_3 即偏斜度 S , 它说明浓度 $C(t)$ 曲线的非对称性(见图2)。这种非对称性是由于实际河流中的速度分布, 或者由于分流区和回水区中物质的卷吸又随后释放而引起的, 通常卷吸会产生一个很大的偏斜度。由式(12)求出偏斜度

$$m_3 = S = 2k/\alpha^3 \quad (13)$$

如前所述, 系列中混合单元的公式是用来模拟物质迁移的, 因此建立模型时, 需要知道模拟河段的物质消耗动力变化率 K 、时间常数 α 以及单元数 k 。

3 MCS 模型在闽江流域的应用

图3显示了三明市和沙县之间一个染色

3 MCS 模型在闽江流域的应用

图 3 显示了三明市和沙县之间一个染色剂投放站和四个测站的位置。在三明市下游 15km 处的投放站投放了罗丹明 B 染色剂。在投放站下游的 1 166m, 1 668m, 2 260m 和 2 860m 处, 依次设立了 1 号、2 号、3 号和 4 号测站。

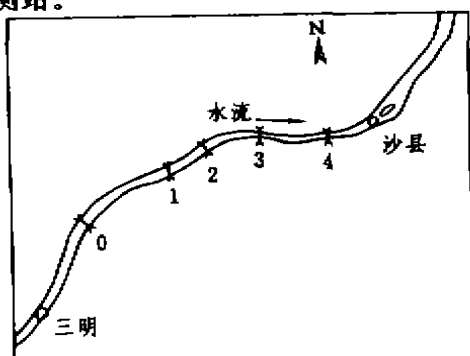


图 3 闽江流域沙溪中游的示踪河段数值计算过程和计算结果如下:

a. 根据浓度 $C(t)$ 量测值、分别计算两个测站浓度的零次矩、一次矩、二次矩和三次矩。图 4 和图 5 所示为 2 号测站和 4 号测站的浓度实测值。

2 号测站:

$$m_{0u} = \sum C \cdot \Delta t = 332.16 \mu\text{g/L} \cdot \text{min}$$

$$m_{1u} = \frac{\sum C \cdot t \cdot \Delta t}{\sum C \cdot \Delta t} = 27.06 \text{ min}$$

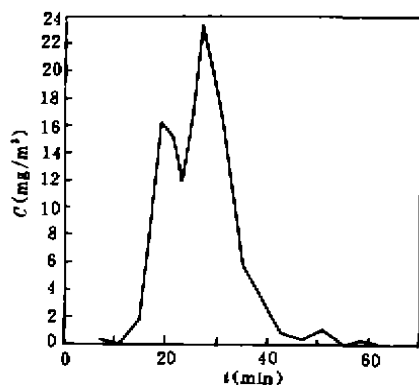


图 4 2 号测站的浓度时间关系曲线图

$$m_{2u} = \frac{\sum C \cdot (t - \bar{t}) \cdot \Delta t}{\sum C \cdot \Delta t}$$

$$= 54.56 \text{ min}^2$$

$$m_{3u} = \frac{\sum C \cdot (t - \bar{t})^3 \cdot \Delta t}{\sum C \cdot \Delta t}$$

$$= 364.12 \text{ min}^3$$

4 号测站:

$$m_{0d} = \sum C \cdot \Delta t = 314.80 \mu\text{g/L} \cdot \text{min}$$

$$m_{1d} = \frac{\sum C \cdot t \cdot \Delta t}{\sum C \cdot \Delta t} = 62.97 \text{ min}$$

$$m_{2d} = \frac{\sum C \cdot (t - \bar{t})^2 \cdot \Delta t}{\sum C \cdot \Delta t}$$

$$= 290.94 \text{ min}^2$$

$$m_{3d} = \frac{\sum C \cdot (t - \bar{t})^3 \cdot \Delta t}{\sum C \cdot \Delta t}$$

$$= 7452.30 \text{ min}^3$$

b. 根据上面算出的各浓度矩可估算 2 号测站和 4 号测站间河段的示踪剂物质消耗动力学变化率 K , 时间常数 α 和系列单元数 k 。

$$K = \frac{\Delta M}{\Delta t} \cdot \frac{2}{M_u + M_d} = 0.0015 \text{ min}^{-1}$$

$$\alpha = \frac{\bar{t}_d - \bar{t}_u}{\sigma_u^2 - \sigma_d^2} = 0.15 \text{ min}^{-1}$$

$$k_{d-u} = \alpha(\bar{t}_d - \bar{t}_u) = 6$$

c. 根据算出的参数 K , α 和 k , 应用 MCS 模型公式(5), 计算出模拟河段各个单元的预测浓度 $C(t)$, 并将它们与实测数据进行比较。

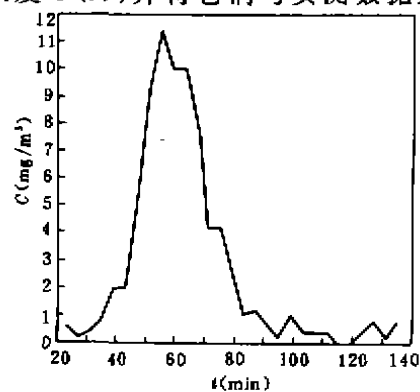


图 5 4 号测站的浓度实测值

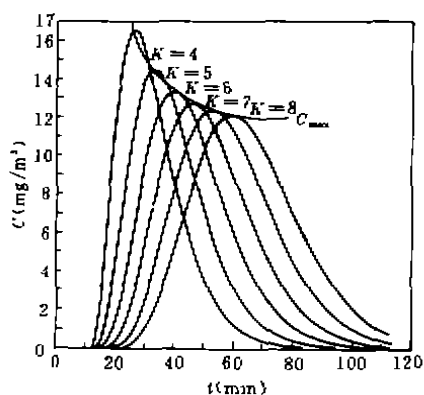


图6 模拟河段各单元的浓度时间关系曲线

设已知河流流量 $Q=245 \text{ m}^3/\text{s}$; 河流平均过水断面面积 $A=460 \text{ m}^2$; 河流长度 $L=1192 \text{ m}$; 单元长度 $L_i=L/k=198.7 \text{ m}$; 单元体积 $V=AL_i=91386.7 \text{ m}^3$; 投放染色剂重量 $M=5.0 \text{ kg}$ 。将诸已知值代入混合单元系统模型公式(5)可算出 $C_i=f(t)$ 的预测值,并可算出各单元扩散云的迁移平均时间 $\bar{t}_d=k_{d-i}/\alpha+\bar{t}_s$ 。图6显示了数值计算的结果,并显示了每个单元的最大浓度值。2号测站和4号测站的预测浓度时间关系曲线与实测值的比较如图7所示。计算结果表明,用MCS模型进行计算的精度较高。

d. 如果2号测站某种物质的浓度 $C_1=15 \mu\text{g/L}$ 、物质消耗动力学变化率 $K=0.0015 \text{ min}^{-1}$ 、静态条件下的河流流量 $Q=250 \text{ m}^3/\text{s}$ 、要求在静态条件下模拟河段各单元的污染物质浓度。

在静态情况下,模型的表达式可以简化。对任何一个单元,质量迁移的一般方程为

$$V \frac{dC}{dt} = QC_{i-1} - QC_i - KVC_i \quad (14)$$

在静态条件下, $\frac{dC}{dt}=0$

故
$$C_i = \frac{Q}{\alpha V} C_{i-1}$$

系列中第 k 单元的物质浓度为 C_k

$$C_k = (Q/\alpha V)^{k-1} C_1 \quad (15)$$

式中 $\alpha=Q/V+K$

• 32 •

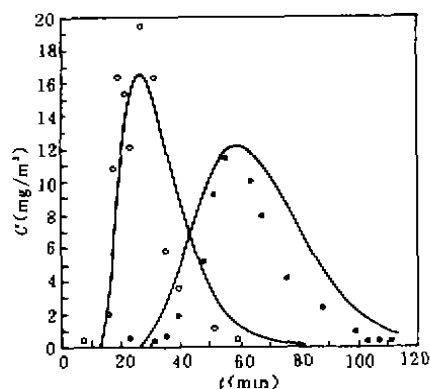


图7 2号与1号测站预测浓度时间关系曲线与实测值的比较

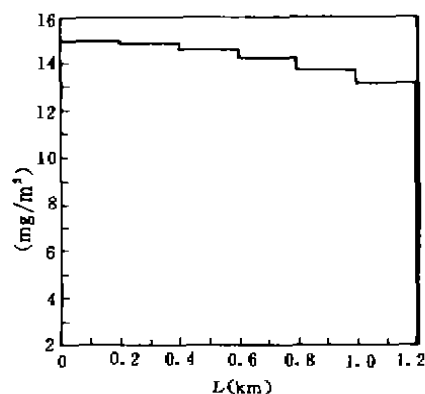


图8 静态情况下模拟河段各单元的浓度变化曲线

图8表示了数值计算的结果。

4 总结和结论

MCS模型是通过对水流结构的深入分析,应用物质传输的基本原理和严密的数学推理建立起来的。模型应用Dirac Delta特殊函数来表征具有脉冲特性排放时污染物质扩散云的特性,用Gamma特殊函数求解MCS模型的河流迁移系数。

MCS水质模型应用混合单元数 k 、时间常数 α 以及物质动力学消耗系数 K 等作为模型的河流迁移系数,比起AD模型的纵向弥散系数 D_L 更能表征天然河流中复杂的地理因素和水流特征,故MCS水质模型的应用不受地形条件的限制,它可用于中小型河流的各种河段。

对于一个具有支流的水系,如浅河集水区、河口网络、运河等的物质迁移的数值分析,MCS模型的应用显得非常重要。本文研究的结果对于河流流域的环境规划有很大的实用意义。

有人建议,当初始对流时间尚未超过,而一维AD模型不能使用于模拟河段时,MCS模型可以用来求得此河段的近似解。在这种情况下,本来应该采用二维模型,但是由于河流几何形态的复杂性或时间和费用对于建立一个二维模型不合算,对于这样的河段,具有现场特定参数的MCS模型可以提供近似的计算结果。

参考文献

- 1 Stefan H G, Demetracopoulos A C. Cell-in-series simulation of river transport. Journal of the Hydraulics Division, ASCE, 1981, 107 (HY6): 676~682
- 2 Banks R B. A mixing-cell model for longitudinal dispersion in open channels. Water Resources Research, 1974, 10 (2): 357~358
- 3 Elder J W. The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow. Journal of Fluid Mechanics, 1951, 5 (4): 544~560
- 4 Fischer H B. The mechanics of dispersion in natural streams. Journal of the Hydraulics Division, ASCE, 1967, 93 (HY6): 187~216
- 5 McQuivey R S, Keefer T N. Convective model of longitudinal dispersion. Journal of the Hydraulics Division, ASCE, 1976 102 (HY10): 1409~1424

(收稿日期:1995-06-15)

《人民珠江》征订启事

《人民珠江》是水利部珠江水利委员会主办的综合性水利水电技术刊物,1992年获全国优秀科技期刊奖。其内容包含治理开发珠江的学术论著、技术总结、调查报告、学术讨论与争鸣、流域介绍、勘测规划、工程设计与运行管理、三角洲整治与研究等方面。本刊以广大水利水电工作者和有关专业人员为主要读者对象,并供关心珠江开发建设和需要了解珠江情况的各界读者阅读。

《人民珠江》为双月刊,每期48页,公开发行,国内统一刊号CN44-1037/TV,国际标准刊号ISSN1001-9235,中国国际图书贸易总公司代办国外发行,国外代号BM4243。本刊1996年继续自办发行,每期定价2.00元,全年定价12.00元。需要订阅的单位及个人可将订刊款直接邮汇至本刊编辑部,并写明收件人姓名、详细地址及邮政编码。联系地址:广州市沙河珠委《人民珠江》编辑部。邮政编码:510611。

《人民黄河》征订启事

《人民黄河》为水利部黄河水利委员会主办的综合性水利水电技术月刊,全国水利工程类核心期刊,是一份全面反映治黄科技成就的权威性杂志。开辟的主要栏目有:“防洪·治河”、“水文泥沙·水资源”、“黄土高原整治·水土保持”、“灌溉·供水”、“工程设计、施工与管理”、“小浪底工程”、“水政法制”等。本刊1996年全年出版12期,每期定价3.00元,全年定价36.00元。该刊自办发行,欲订阅的单位及个人请直接与编辑部联系,订阅款邮汇、信汇均可,发行联系人王路平。联系地址:郑州市顺河路黄委会综合楼12层。邮编:430003。电话:(0371)6302409。开户行:河南省郑州市交行紫办。开户:黄委会宣传出版中心。帐号:6020149028852。