

68

37-41

带锚杆结构分析的界面元法

赵宁

(中国水利电力对外公司 北京 100011)

TV 698.235

10 摘要 本文根据界面元模型的特点,将锚杆视为在相邻单元界面上的一种特殊元件,考虑其与单元的共同工作,提出了加锚单元综合效应模型。理论分析和数值计算表明,该模型具有概念清楚、编程简单的特点,且具备界面元法精度高、未知量少、求解效率高的优点。对于锚固结构系统,采用该模型,可进行较全面的仿真计算。

关键词 界面元法 有限元法 锚杆 加锚效应 边坡稳定性分析

库区、坝肩边坡稳定和高边坡开挖造成的稳定问题,是工程界关心的问题。提高边坡稳定性大都采用锚杆、锚索及锚桩,其中以预应力锚杆的加固效果最为明显。有限元分析中,锚杆的模拟是用图1所示的连接单元节点且置于单元交界线上的杆单元来实现的。这种模型只考虑了杆的轴向变形,未计锚杆的抗剪作用。如果要仿真锚杆的数量、位置,其工作量很大,且对计算网格的剖分带来很大的困难。本文采用界面元法,将介质的变形积累在相邻单元的界面上,通过在单元界面上设置计入弹性、塑性以及粘性的元件,就能够反映介质材料的各种变形特征。单元内部变形积累到界面上后,单元则视为不变形的刚体,从而可用刚体位移函数和单元形心点的六个位置分量描述该单元的运动。这样形成的界面元模型具有界面位移不连续的特点,属非协调单元,它的收敛性可以用放松位移连续性条件,引入界面应力连续性条件的分区不完全变分原理给予说明。本文将锚杆视为穿越单元界面的特殊元件,参与界面相邻的单元协同工作,形成了加锚单元

综合效应模型。该模型不仅能够如实地反映锚杆的数量、位置,而且能够方便地计入锚杆的各种变形。理论推导和算例表明,该模型概念清楚、易于编程,且能够全面仿真锚固系统。

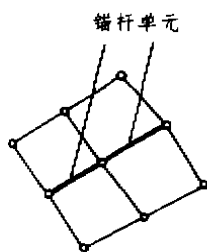


图1 有限元分析中的锚杆单元

1 加锚单元综合效应模型

图2(a)所示模型中,设锚杆 L 通过锚点 m_1, m_2 作用于单元 $c_1, c_2, \dots, c_n$,穿越单元的锚段中点为 $p_i (i=1, 2, \dots, n-1, n$ 为被锚固的单元数),通过外锚点 m_2 施加预拉力 p_0 ,并考虑杆侧粘结作用。锚杆的弹性模量为 E_s ,泊松比为 μ_s 。

锚杆在整体坐标中的方向余弦矩阵为

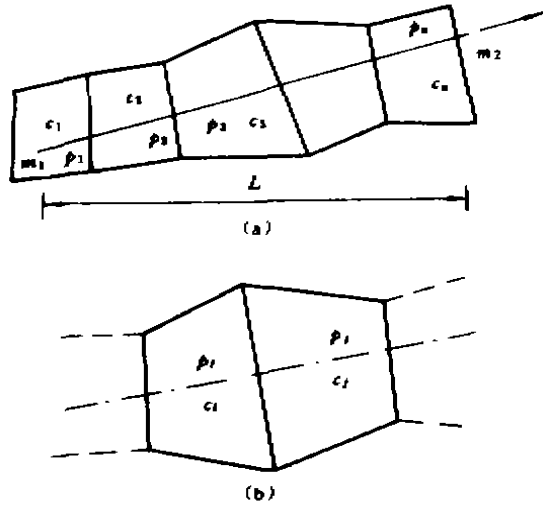


图2 加锚单元综合效应模型

$$\underline{L}_m = \begin{bmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

由于单元 i, j 的位移, 导致 P_i, P_j 在 $\underline{L}_m$ 方向上的相对位移 $\underline{\delta}_m$ 为

$$\underline{\delta}_m = \underline{L}_m (\underline{\delta}_{m_i} - \underline{\delta}_{m_j}) = \underline{L}_m \underline{N}_m^* \underline{u}^* \quad (2)$$

其中 $\underline{N}_m^* = [-\underline{N}_i, \underline{N}_j]$, $\underline{u}^* = \{\underline{u}_i, \underline{u}_j\}^T$, $\underline{N}_k, k = i, j$, 为单元 $k (k = i, j)$ 的位移函数 $\underline{N}_k =$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z_{jk} - z_{ik} & y_{jk} - y_{ik} \\ 0 & 1 & 0 & z_{jk} - z_{ik} & 0 & x_{jk} - x_{ik} \\ 0 & 0 & 1 & y_{jk} - y_{ik} & x_{jk} - x_{ik} & 0 \end{bmatrix}$$

(x_{ik}, y_{ik}, z_{ik}) 和 $(x_{jk}, y_{jk}, z_{jk}) (k = i, j)$, 分别代表单元 i, j 的形心整体坐标和锚段中点坐标;

$\underline{u}_k = \{u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z\}^T, k = i, j$ 代表单元 i, j 的形心位移。

锚杆内 $\underline{F} = \{F_N, F_{S1}, F_{S2}\}^T$, 有

$$\underline{F} = \underline{D}_m \underline{\delta}_m \quad (3)$$

$\underline{D}_m$ 为锚杆的本构关系矩阵(这里暂设锚杆为线弹性), 计算式如下:

$$\underline{D}_m = \frac{\pi}{4} d^2 E_s \times$$

$$\times \begin{bmatrix} \frac{1 - \mu_s}{1 - \mu_s - 2\mu_s^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2(1 + \mu_s)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2(1 + \mu_s)} \end{bmatrix}$$

其中, d 为锚杆直径。

由固体力学虚功原理可以得到图 2(b) 所示子结构的平衡方程:

$$\delta \underline{u}^{*T} \left(\int_{s_j} \underline{N}^{*T} \underline{L}^T \underline{D} \underline{L} \underline{N}^* ds + \underline{N}_m^{*T} \underline{L}_m^T \underline{D}_m \underline{L}_m \underline{N}_m^* \right) \underline{u}^* = \delta \underline{u}^{*T} (\underline{Q}^* + \underline{N}_m^T \underline{L}_m^T \underline{p}_0) \quad (4)$$

即

$$\int_{s_j} \underline{N}^{*T} \underline{L}^T \underline{D} \underline{L} \underline{N}^* ds + \underline{N}_m^{*T} \underline{L}_m^T \underline{D}_m \underline{L}_m \underline{N}_m^* \underline{u}^* = \underline{Q}^* + \underline{N}_m^T \underline{L}_m^T \underline{p}_0 \quad (5)$$

$$\text{或} \quad \underline{k}_m \underline{u}^* = \underline{\theta}_m \quad (6)$$

其中, $\underline{k}_m$ 为加锚单元综合劲度, $\underline{k}_m = \int_{s_j} \underline{N}^{*T} \underline{L}^T \underline{D} \underline{L} \underline{N}^* ds + \underline{N}_m^{*T} \underline{L}_m^T \underline{D}_m \underline{L}_m \underline{N}_m^*$; $\underline{Q}_m$ 为考虑了预应力后的等效荷载列阵, $\underline{Q}_m = \underline{Q}^* + \underline{N}_m^T \underline{L}_m^T \underline{p}_0$ 。

如果两单元之间设置 r 根锚杆, 则具有 r 根锚杆的界面元综合劲度及等效荷载列阵分别为

$$\underline{k}_m = \int_{s_j} \underline{N}^{*T} \underline{L}^T \underline{D} \underline{L} \underline{N}^* ds + \sum_{n=1}^r (\underline{N}_m^{*T} \underline{L}_m^T \underline{D}_m \underline{L}_m \underline{N}_m^*)_n$$

$$\underline{Q}_m = \underline{Q}^* + \sum_{n=1}^r (\underline{N}_m^T \underline{L}_m^T \underline{p}_0)_n$$

从图 2 所示的加锚单元综合效应模型可见, 其锚点 m_1, m_2 的位置可以是任意的, 同时锚杆的数量也是任意的。在程序实现时, 只要给出锚杆的内外锚点坐标即可。上述公式导出中, 将穿过两相邻单元锚杆段中点之间

表 1 悬臂梁 B、C 点竖向位移、界面及锚杆内力

计算成果	工 况 n^*	不加锚		加锚 $F=0$			加锚 $F=0.5N$		
				10^{-2}	10^{-1}	1.0	10^{-2}	10^{-1}	1.0
形心点	w_B	-5.250	-4.691	-5.238	-5.250	-5.250	-4.574	-5.103	-5.114
位移($\times 10^{-3}\text{m}$)	w_C	-5.250	-4.697	-5.238	-5.250	-5.250	-4.579	-5.104	-5.114
界 面 应 力 σ_N τ (Pa)	a	5.115	4.488	5.102	5.115	5.115	4.062	4.656	4.669
		-1.000	-0.946	-0.999	-1.000	-1.000	-0.947	-0.999	-1.000
	e	-5.115	-4.590	-5.104	-5.115	-5.115	-4.660	-5.118	-5.169
		-1.000	-0.949	-0.999	-1.000	-1.000	-0.950	-0.999	-1.000
	b	3.728	3.227	3.718	3.728	3.728	2.805	3.278	3.288
		-1.000	-0.906	-0.998	-1.000	-1.000	-0.909	-0.998	-1.000
	f	-3.728	-3.050	-3.700	-3.718	-3.718	-3.379	-3.780	-3.788
		-1.000	-0.908	-0.998	-1.000	-1.000	-0.910	-0.998	-1.000
	c	2.276	1.951	2.270	2.277	2.277	1.523	1.830	1.836
		-1.000	-0.881	-0.998	-1.000	-1.000	-0.885	-0.998	-1.000
	g	-2.276	-2.000	-2.271	-2.277	-2.277	-2.069	-2.331	-2.336
		-1.000	-0.879	-0.998	-1.000	-1.000	-0.883	-0.908	-1.000
	d	0.905	0.772	0.903	0.905	0.905	0.328	0.452	0.455
		-1.000	-0.856	-0.997	-1.000	-1.000	-0.861	-0.997	-1.000
	h	-0.905	-0.792	-0.903	-0.905	-0.905	-0.845	-0.952	-0.955
		-1.000	-0.879	-0.997	-1.000	-1.000	-0.883	-0.997	-1.000
锚 杆 内 力 F_N F_t (N)	a		0.371	0.042	0.004	0.004	0.836	0.539	0.504
			-0.512	-0.056	-0.006	-0.006	-0.506	-0.055	-0.006
	b		0.267	0.031	0.003	0.003	0.732	0.527	0.503
			-0.781	-0.087	-0.009	-0.009	-0.765	-0.085	-0.009
	c		0.161	0.019	0.002	0.002	0.626	0.515	0.502
			-0.947	-0.107	-0.011	-0.011	-0.921	-0.104	-0.010
	d		0.064	0.007	0.001	0.001	0.527	0.514	0.500
			-1.013	-0.115	-0.011	-0.011	-0.976	-0.111	0.011

的锚段视为对该界面起加固作用,使得整根锚杆形成了位移连续而内力不连续,从而更加接近实际。该模型较有限元、离散元更能较全面地进行锚固系统的仿真计算^[3]。

2 数值算例^[4]

2.1 加锚杆无裂缝梁的分析

图 3 所示悬臂梁,在单元 e_{10}, e_5 的形心点受集中荷载作用,在单元 e_6, e_{10} 的形心点设置锚杆。若不计悬臂梁自重,分不加锚、加锚无预应力和有预应力三种情况,在锚杆弹模 E_r 与梁弹模 E_r 之比 $n^* = E_r/E_r$ 取值不同

时,分析梁上 B、C 点的竖向位移 w ,单元界面应力(σ_N, τ)及锚杆的内力(F_N, F_t)。

从表 1 的计算结果分析:

a. 在悬臂梁未设置锚杆时,其荷载、位移及正应力都反对称于图 3(b)的 x_0-x_0 轴。

b. 设置锚杆后,上述的反对称性不复存在,但无论锚杆是否施加预应力,锚杆都与梁共同受力;加锚杆后竖向位移 w_B 均小于 w_C ;点 a, b, c, d 和同截面的 e, f, g, h 的法向应力;由于锚杆参加受拉,使得 a, b, c, d 处的法向应力一般都小于 e, f, g, h 处的法向应力,由于锚杆的抗剪作用,也使得 $a,$

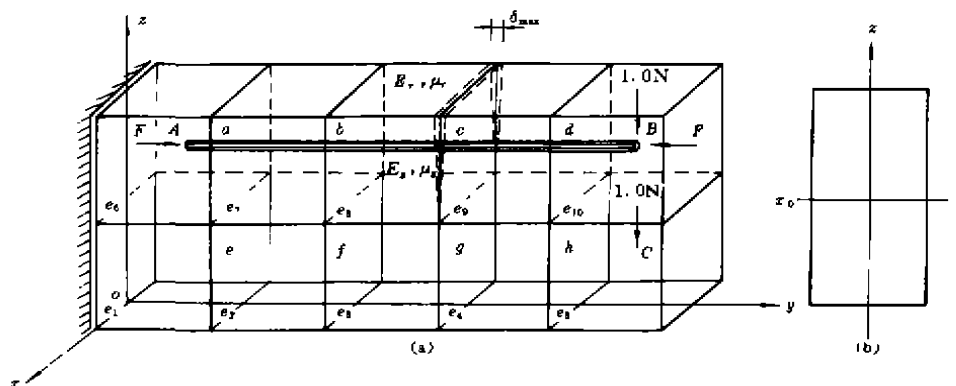


图3 带锚杆悬臂梁

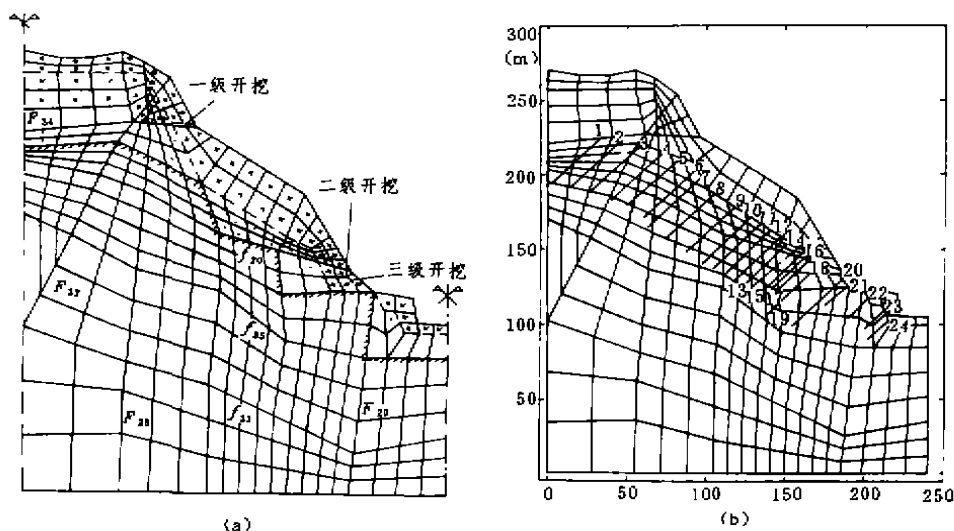


图4 加锚岩质高边坡

(a) 计算模型

(b) 沿 z_0 加锚杆布置

b, c, d 处的剪应力一般小于 e, f, g, h 处的剪应力值; 当 n^* 值从 $10^{-2} \rightarrow 1.0$, 锚杆的作用逐步减小, 这从锚杆的内力变化规律也可以反映出, 当 E_s 接近 E_r 时, 锚杆的作用很小, 而 $E_s \gg E_r$ 时, 锚杆的作用明显。

c. 锚杆预应力的作用。锚杆的拉力从 0.371N (无预拉力) 到 0.836N (预拉力为 0.5N), 相应 w_B 为 -4.691mm 和 -4.576mm, a 点的应力为 4.488Pa 和 4.062Pa, 施加预应力后可大幅度提高结构的承载力, 并改善结构的稳定性。由于锚杆一般为高抗拉材料, 所以加预应力可使锚杆充分发挥作用。

2.2 锚杆有裂缝梁的受力分析

图3所示的悬臂梁, 在单元 e_8, e_9 界面上

设置裂缝, 使其成为带裂缝、加锚杆的结构。在 $E_r/E_s = 10^{-2}$, $E_s = 2.0 \times 10^3 \text{Pa}$, $\mu_r = \mu_s = 0.17$, 荷载和结构的其他参数不变的情况下, 分别考虑加锚、不加锚两方案。计算梁的悬臂端向下挠度 $\Delta_{\max}$, 裂缝张开度 $\delta_{\max}$ 及锚杆内力变化, 见表2。

表2 裂缝张开度、挠度及锚杆内力

方 案	$\delta_{\max}$ (mm)	F_N (N)	F_s (N)	$\Delta_{\max}$ (mm)
不加锚	10.16	—	—	8.97
加锚	$F=0$	2.45	1.85	1.35
	$F=0.5\text{N}$	1.72	1.94	1.27

计算结果表明, 穿越裂缝的预应力锚杆能够有效地控制裂缝的开展, 改善结构的受

力状态。

2.3 加锚岩质高边坡稳定性分析

图 4(a)所示岩质高边坡,其计算参数见表 3,设计沿断层 f_{20}^* 的加锚布置见图 4(b)。采用加锚杆的界面元法计算得该高边坡在天然状态、分级开挖和加锚状态下,沿断层 f_{20}^* 的稳定安全系数,见表 4。

表 3 高边坡稳定计算参数

分类	f	c (MPa)	$E(\times 10^3)$ (MPa)	μ	$\gamma(\times 10^3)$ (kg/m ³)	R_f (MPa)
岩 石	A	1.20	2.0	18.00	0.20	2.85
	B	1.10	1.5	11.50	0.23	2.75
	C	0.85	1.0	6.00	0.28	2.65
	D	0.65	0.5	2.75	0.32	2.55

分类	f	c (MPa)	$E(\times 10^3)$ (MPa)	μ	断层厚度 (cm)	R_f (MPa)
断 层	F_{26}	0.35	0.0	0.60	0.32	65(C)、25(B)
	f_{20}^*	0.40	0.0	1.00	0.32	98(C)、50(B)
	f_{12}	0.40	0.0	1.00	0.32	50(C)、40(B)
	f_{35}	0.40	0.0	1.00	0.32	50(C)、40(B)
	F_{20}	0.35	0.0	0.60	0.32	45
	F_{34}	0.38	0.0	0.50	0.32	30(C)、20(B)
	F_{32}	0.35	0.0	1.00	0.32	0.0

表 4 沿 f_{20}^* 稳定安全系数

	天然状态	一级开挖	二级开挖	三级开挖
不加锚	1.25	1.14	1.20	1.22
加锚	—	1.17	1.32	1.37

根据边坡的地质构造及 f_{20}^* 的产状,经过多方案加锚计算比较后,采用如下的加锚方案:第一级开挖后即施加 5~10 号锚杆,第二级开挖后即施加 11~19 号锚杆,第三级开挖后即施加 20~24 号锚杆。第 5~20 号锚杆为 $\varnothing 5+6\varnothing 10$ 的,预应力 100t;第 21~14 号为 $3\varnothing 36$ 锚杆,其锚杆布置为 $3m \times 3m$,弹模 $E_s = 2.058 \times 10^5 \text{MPa}$, $\mu_s = 0.17$ 。就 f_{20}^* 断层而言,1~4 号锚杆作用很小,故本加锚方案中 1~4 号锚杆拟不采用。

采用上述方案的加锚处理,也可以改善由断层 F_{26} 和 f_{20}^* 及由断层 F_{32} 和 f_{20}^* 构成的两个三角形山体的稳定性,见表 5。

表 5 F_{26}, f_{20}^* 和 F_{32}, f_{20}^* 两山体的稳定性

三角形山体	天然 状态	一级 开挖	二级 开挖	三级 开挖
F_{26}, f_{20}^*	不加锚	1.000	0.900	0.903
	加锚	1.000	0.952	1.146
F_{32}, f_{20}^*	不加锚	1.000	0.916	0.930
	加锚	1.000	0.958	1.099

如果增加 5~10 号锚杆的用量,可使该边坡在第一级开挖后沿 f_{20}^*, F_{21} 和 f_{20}^*, F_{32} 和 f_{20}^* 稳定性进一步提高。

3 结 论

a. 本文提出了基于界面元的加锚单元综合效应模型,较全面地考虑了锚杆的受力机理,从而将精度高、未知量少、求解效率高的界面元的应用范围拓宽了。

b. 加锚单元综合效应模型较有限元更为方便、合理地处理锚杆,且该模型更加符合锚杆的实际受力状态。

c. 带锚杆梁结构和高边坡稳定性分析的数值计算结果证明,所提供的模型和相应方法是合理可行的,所编制的程序是正确可靠的、可用于带锚工程结构系统的仿真计算。

参考文献

- 1 卓家寿,赵宁.不连续介质静、动分析的刚体-弹簧元法.河海大学学报,1993,5:34~43
- 2 赵宁,卓家寿.动力分析的刚体-界面元与有限元耦合法.河海大学学报,1994(6):8~15
- 3 魏群.岩土工程中散体元的基本原理、数值计算方法及实验研究:[学位论文].北京:清华大学,1990
- 4 赵宁.不连续介质的力学模型及其应用:[学位论文].南京:河海大学,1994

(收稿日期:1995-02-24)