

现代控制论在工程流体力学反问题中的应用

王佳鹤

(河海大学环境工程系 南京 210098)

摘要 从对系统实现控制的角度,反问题理论与控制论是一致的,因此,将控制论的基本理论和方法应用于反问题理论的研究,寻求二者的有机结合,具有重要的理论和现实意义,能使反问题的研究上升到一个新的高度。本文以工程流体力学领域中提出的反问题为例,说明如何将反问题纳入控制论的范畴,并指出一大类由偏微分方程构成的反问题可以提为分布参数系统的最优控制问题,用现代控制论的方法求解。

关键词 反问题 控制系统 控制论 流体力学

随着现代科学技术的发展和人类对各类系统的深入了解,人们不再满足于对系统的被动的认识,而是试图对各类系统进行主动的控制,使系统按照指定的方式运行,从而达到预期的目的。于是,反问题理论应运而生,越来越多的科学技术领域正在提出和研究各自领域中的反问题。

反问题的实质是实现了对系统的控制,而控制论以系统为研究对象,是研究系统控制及其应用的科学。因此,从对系统实现控制的角度,反问题理论与控制论是一致的。将控制论的基本理论和方法应用于反问题的研究,寻求二者的有机结合,具有重要的理论和现实意义。

本文以工程流体力学领域中提出的反问题为例,说明如何将反问题纳入控制论的范畴,并指出一大类由偏微分方程构成的反问题可以提为分布参数系统的最优控制问题,用现代控制论的方法求解。

1 工程流体力学反问题简介

由于反问题理论具有重大的实际应用价

值,世界上许多学者都对它进行了研究,并提出了一些行之有效的解法,如尝试法、离散优化法、脉冲谱法、摄动法等^[1]。但是,多数研究者只停留在数学理论推导阶段,而在实际工程方面反问题的研究成果则很少。

近些年,河海大学金忠青教授对工程流体力学领域中存在的反问题作了系统的研究,按照反问题的求解目标在系统控制方程中的关系,将偏微分方程构成的工程流体力学反问题分为参数控制反问题、源项控制反问题、边界条件控制反问题以及形状控制反问题等四大类,取得了不少的研究成果^[1~10],并对反问题的主要研究方法进行了系统性的归纳、总结,为反问题的研究指明了方向。但是,就目前发展状况来看,反问题的求解方法还远未成熟,这在一定程度上限制了反问题的发展,以及在实际中的应用。

为了使反问题理论进一步深化、发展,我们有必要抛开反问题的一个个孤立的研究对象,而是着眼于反问题的本质,从对系统实现控制的角度,寻求一种较为通用的研究方法。控制论以系统为研究对象,以研究系统

控制和应用为目的, 将其引入反问题的研究也就成为必然。

2 控制论简介

控制论是本世纪 40 年代由美国科学家维纳 (Norbert Wiener) 创建的一门学科, 半个世纪以来, 控制理论的发展异常迅速, 40 年代形成的古典控制论到 60 年代就发展成为现代控制论。^[1, 11]

古典控制论主要研究集中参数系统 (系统的控制方程为仅含时间导数的常微分方程) 的反馈控制, 在频域上利用传递函数把系统的输出和给定的目标值相比较, 根据比较结果作出控制动作, 以消除偏差, 使系统被控制在指定值附近。古典控制论的方法对于求解集中参数系统的反问题具有非常重要的指导意义。

现代控制论的研究方法从建立在传递函数基础上的频率域法发展成为建立在状态空间基础上的时间域法, 其研究对象从线性系统发展到非线性系统, 从确定性系统发展到随机系统; 与求解流体力学反问题直接相关的是, 从集中参数系统发展到分布参数系统, 从反馈控制发展到最优控制^[12]。对被控的物理系统根据工程技术和生产实践的要求提出实现准则, 寻求系统在满足一定条件下使实现准则达到最优 (最大或最小) 的控制方案, 就是最优控制研究的课题。最优控制理论已成为现代控制论的一个重要组成部分。

3 最优控制理论在工程流体力学反问题研究中的应用

3.1 分布参数系统最优控制问题的一般提法

设受控系统的控制方程为

$$f_i(x, t, \Phi, \frac{\partial H}{\partial x}, \frac{\partial H}{\partial q}, u, v, w) = 0, \\ i = 1, 2, \dots, m \quad (1)$$

式中 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 是 n 维欧氏空间 E^n

的某一区域 K 中的点; $\Phi(x, t) = H_1(x, t)H_2(x, t) \cdots H_m(x, t)$ 是 x, t 的向量函数, 刻划被控系统的状态; 向量函数 $u(t) = u_1(t)u_2(t) \cdots u_r(t)$, $v(x) = v_1(x)v_2(x) \cdots v_k(x)$, $w(x, t) = w_1(x, t)w_2(x, t) \cdots w_p(x, t)$ 表示控制作用, $u(t)$ 为集中控制, $v(x)$ 是与时间无关的分布控制, $w(x, t)$ 是与时间有关的分布控制。

控制约束可表为

$$\begin{cases} \left| \frac{d^T u_i(t)}{dt} \right| \leq A_{iT}, \left| \frac{d^U v_j(x)}{dx} \right| \leq A_{jU} \\ \left| \frac{\partial^W w_l(x, t)}{\partial x^V \partial t^W} \right| \leq A_{lW}, |H_-(x, t)| \leq A \end{cases} \quad (2)$$

式中 A_{iT}, A_{jU}, A_{lW} 和 A 为固定常数; $i = 1, 2, \dots, r$; $j = 1, 2, \dots, k$; $l = 1, 2, \dots, p$; $_- = 1, 2, \dots, m$; T, U, V, W 为大于等于零的整数。式 (2) 亦可更一般地表为泛函的形式:

$$F_i(u, v, w, H) \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

系统的边值和初始条件由具体情况而定, 其中也可以含有控制作用。

实现准则一般可表为泛函的形式:

$$J = \int_K P_0[x, t, H(x, t)] dK \\ + \int_0^t \int_K P_1[x, t, H(x, t), z(x, t)] dK dt \quad (4)$$

式中 $z(x, t) = (u(t), v(x), w(x, t))$ 。

最优控制问题的一般提法是: 寻求满足式 (2) 或式 (3) 的控制 $z(x, t)$, 在其作用下, 方程组 (1) 连同附加的边值和初始条件所得到的解, 使泛函 J 取最大值或最小值。

3.2 流体力学反问题转化为最优控制问题的应用举例

工程流体力学中研究的系统多为分布参数系统, 与之相应的反问题可转化为分布参数系统的最优控制问题, 用现代控制论的方法求解。

下面以一个源项控制反问题为例, 说明

如何将流体力学反问题转化为分布参数系统最优控制问题。

环境工程中的污染排放控制问题是典型的源项控制反问题，系统的控制方程和定解条件为

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(dc)+\nabla\cdot (d\boldsymbol{u}c)=\nabla\cdot (K_c\nabla c)+S \\ c(x,y,z,t)|_{t=0}=C_0(x,y,z) \\ c(x,y,z,t)|_{\Gamma_1}=h_1(x,y,z,t) \\ \frac{\partial c(x,y,z,t)}{\partial n}|_{\Gamma_2}=h_2(x,y,z,t) \\ [\frac{\partial c(x,y,z,t)}{\partial n}+K_1c(x,y,z,t)]|_{\Gamma_3} \\ =h_3(x,y,z,t) \end{cases} \tag{5}$$

附加条件为: $c(K_0,t)\leq \overset{*}{c}(K_0,t)$ (6)

式中 d 为含污染物质的流体密度; c 为污染物浓度; $\boldsymbol{u}$ 为流速矢量; k_c 为扩散系数; S 为源(汇)项; $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$ 为不相迭合的边界, $\Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3 = \Gamma$, Γ 为总的计算区域的边界; K_0 为给出附加条件的确定区域; $\overset{*}{c}$ 为给定的临界浓度分布

该源项控制反问题为: 为使区域 K_0 内的浓度不超过水质标准规定的临界浓度，污染源 S 应限制为多少?

将反问题的附加条件转化为最优控制的实现准则:

$$J=\int_0^T\int_{K_0}[c(x,y,z,t)-\overset{*}{c}(x,y,z,t)]^2dK_0dt \tag{7}$$

则源项控制反问题可以转化为源项最优控制问题,表述为: 对于系统 (5),寻求可容许控制 S ,使得泛函 (7)达到最小值。

3.3 最优控制的求解方法简介

3.3.1 动态规划法

动态规划法由美国数学家贝尔曼 (R. Bellman)于 50年代中期提出,在分布参数系统的最优控制问题中应用动态规划的“最优原则”,可以建立目标泛函的最优值所满足的一组递推的函数方程(在时间离散的情形)或一个偏微分方程(在时间连续的情形),解这些方程便能得到最优控制的目标泛函的最优值。^[1, 12, 13]

3.3.2 最大值原理

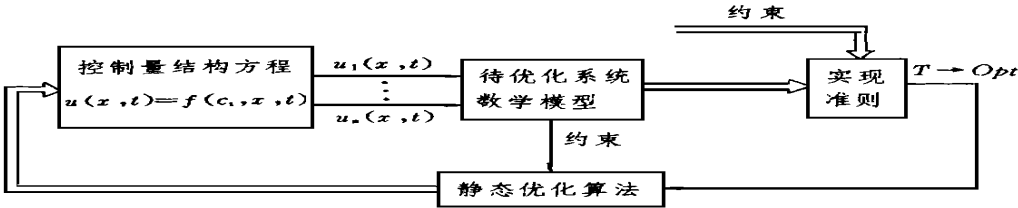
最大值原理由前苏联数学家庞特里雅金 (П.С.ПОНТРИНН)于 50年代末建立,它具有严格的数学理论基础和具体可行的解法,并且将问题归结为常微分方程组,使求解较为方便,因而在有些问题中更便于应用。^[1, 12, 13]

3.3.3 计算机辅助优化法

随着计算机使用的增加，直接最优化方法的应用越来越广泛，计算机辅助优化法是其中的一种^[14]，附图为计算机辅助优化法的程序结构

3.3.4 小 结

前面简要介绍了求解最优控制的三种常用方法，其中，用动态规划法或最大值原理求解最优控制问题时，在问题比较简单的情



附图 计算机辅助优化法程序结构

形可以得到解析解,但在较复杂的问题中,只能得到近似解。

应用动态规划法和最大值原理求最优控制问题时需要大量的数学专业知识,而且,对于复杂的实际问题,首先必须通过很复杂的变换列出最优必要条件方程组,然后与给出的边界条件相匹配,最后必须解析地或数值地求解。工作量很大,还可能受到计算机容量的限制,因此,这两种方法不适用于解决复杂的实际问题。

直接最优化方法不象动态规划法或最大值原理那样必须建立解析形式的最优必要条件,而是应用计算机直接地、系统地、迭代地探寻最优化条件。其中,计算机辅助优化法以其适用于任意集中参数和分布参数的、静态和动态系统的、又便于工程应用的普遍有效性,使解决实际系统的最优控制问题成为可能。

4 结 束 语

反问题的实质是实现了对系统的控制,控制论是研究系统控制及其应用的科学,将控制论应用于反问题的研究具有重要的理论和现实意义。二者的有机结合,必将丰富控制论的研究内容,拓宽反问题的研究领域,使反问题这一边缘学科得到进一步的发展和广泛的应用。

参考文献

- 1 金忠青. 流体力学反问题: 从预测到控制. 河海大学科技情报, 1989, 9 (1): 1~ 12.
- 2 Jin Zhongqing. Optimal shape design for elliptic systems in hydraulics. Delft Hydraulics Labora-

tory, S652, The Netherlands, 1985

- 3 Chen Xiqing, Jin Zhongqing. Numerical solution to an inverse problem of pollution-source control by PST-Optimization, The Congress APO-IAHR, Beijing, 1990. 11: 120~ 128
- 4 Jin Zhongqing, Xu Weixin, Chen Xiqing. Numerical solution to shape-control problems of water flow using BEM-Optimization method. Journal of Hydrodynamics, 1993, Ser. B, 5 (1): 98~ 105
- 5 金忠青, 许卫新. 水流形状控制问题的边界元优化解法. 河海大学学报, 1989, 17(增 2): 1~ 8
- 6 金忠青, 陈夕庆. 用脉冲谱-优化法求解对流扩散方程边界条件控制反问题. 河海大学学报, 1991, 19(1): 1~ 8
- 7 金忠青, 陈夕庆. 用脉冲谱法确定承压含水层的导水系数. 河海大学学报, 1991, 19(3): 53~ 63
- 8 金忠青, 陈夕庆. 用脉冲谱-优化法求解对流扩散方程源项控制反问题. 河海大学学报, 1992, 20 (2): 1~ 8
- 9 金忠青, 王玲玲. 参数控制反问题的求解及其在坝工渗流中的应用. 水科学进展, 1993, 4(2): 89~ 97
- 10 金忠青, 陈金杭. 二维对流扩散方程反问题的求解. 河海大学学报, 1993, 21(5): 1~ 10
- 11 钱学森, 宋健. 工程控制论. 修订版. 北京: 科学出版社, 1983
- 12 林伟等. 分布参数控制系统. 北京: 国防工业出版社, 1981
- 13 钟瑚锦. 最佳控制的数学方法及其应用. 南京: 江苏科学技术出版社, 1982
- 14 雅可普 HC. 静态和动态系统的计算机辅助优化法. 邓建华译. 西安: 西北工业大学出版社, 1988

(收稿日期: 1995- 03- 06)

漫湾水电站 (见封面照片) 位于云南省云县和景东县交界地带, 是澜沧江上第一座大型水电站。工程总投资共 37 亿元人民币。坝高 132m, 坝长 418m, 库容 9.2 亿 m^3 。一期工程装机 5 台 250MW, 年发电量 63 亿 $kW \cdot h$ 。电厂所发电力通过云南省第一条 500kV 超高压输电线送至昆明。电站于 1986 年正式开工, 于 1993 年 6 月 30 日第一台机组并网发电, 1995 年 6 月一期工程全部完成, 装机总量达 1250MW。

(沈学劳 供稿)