

分形几何及其在电力发展分析中的应用

17-2145

高 宏 谈为雄[✓] 王雅瑾

(河海大学 南京 210098)

018
F426.2

摘要 本文简述分形几何及其在经济分析中的应用,探讨了我国电力发展的分形布朗运动模型,以 1950~1993 年的新增发电量时间序列为电力分形布朗运动函数取值,进行 R/S 分析,计算其分维值,并分析了它和电力发展的关系,进而讨论了我国电力发展变化过程及运动趋势。

关键词 分形 分维 电力发展 布朗运动 长程相关

我国电力建设成就巨大,至 1993 年末,全国总发电量达 8364 亿 kW·h,居世界第四位。但是,从 70 年代开始,我国出现持续缺电的局面,电力成为制约我国国民经济发展的“瓶颈”。影响电力工业发展的因素很多,各因素之间的关系非常复杂,既不是完全确定的,也不是完全随机的;既可能是周期的,也可能是混沌的。本文应用分形理论对我国电力发展进行分析和预测,从而为决策部门制定电力发展战略和规划提供参考依据。

1 分形几何及其应用简述

1.1 分形几何简述

自然界中所有形状和人类迄今所考虑的一切图形,大致可分为两种:一种是具有特征长度的图形,其共同的性质是几乎任何位置都是可微的,即近平滑的;另一种则不具有特征长度,它否定平滑程度,任何地方都不能用微分定义,其主要性质是自相似性和自仿射性。通常把这种没有特征长度的图形、构造以及现象通称为分形几何^[1]。分形几何研究的主要问题就是一些具有自相似性、自反演性、自平方性以及自仿射性图形的分数维,描述分数维的一个重要参数是分数维维数^[2]、简称分维。它主要反映分形的不平滑、不规则、复杂或混沌程度,其值愈大,分形

的混沌程度愈大。分形给人们展示了一类具有标度不变对称性的新领域,在此领域中可能存在着新的物理规律和特征。

1.2 分形理论在动态经济分析中的应用综述

对于分形理论及其应用的研究,始于 60 年代末。已有的研究表明,分形在自然界中广泛存在着,所涉及的领域已遍及自然科学和社会科学。由于这一学科具有极强的应用背景、广泛而巨大的实用价值和理论价值,尤其是 80 年代初在物理、化学、工程及经济等领域中取得重大突破,因此,近年来发展十分迅速,并且不断地向更多的学科渗透和深入,对推动许多学科的发展起到了重要的作用^[3~6]。我国对分形的研究始于 80 年代末,在时间上尽管落后于发达国家近 20 年,但某些研究已处于本学科的国际前沿水平,许多研究在解决各学科领域的各种复杂问题中发挥了重要作用^[7~9]。

分形理论在经济领域中的应用研究,国外以分形理论创始人 Mandelbrot 为代表,于 70 年代初首先用分形理论研究了棉花价格的变动问题。80 年代初, Mandelbrot 等人^[10]又将分形用于股票价格变动的研究,从而引出了经济系统中自相似性及自仿射性的发现和阐述。之后的近十年来,国外学者对分形经济分析的研究几乎涉及所有经济学的

领域^[10-17],取得了大量成果。我国将分形用于经济领域的研究是近几年的事情,张守一^[18]、黄登仕^[19-21]、周延^[22]等应用分形理论分别研究和分析了我国国民收入、四川省新增固定资产以及股票价格变动,张本祥^[23]研究了再生产过程的分形特征。总体来说,我国在这方面的研究刚刚开始,发展较为缓慢,从已发表的文献来看,介绍性文章居多,理论研究寥寥无几,实际应用也不多且很不成熟。究其原因,除了分形理论本身还不很完善外,还有以下几方面的问题:

a. 研究人员问题。经济分形研究虽然已有近十年的历史,但真正具备研究这种理论条件的经济学家并不多,一些数学家和自然科学家虽对此颇感兴趣,但他们往往把经济系统作为自然系统、特别是物理系统来研究,而经济系统是一个开放的有人参与的复杂巨系统,因此,在研究对象上他们忽略了两种系统的本质区别,这就很难取得突破性的成果。

b. 经济现象的时空尺度问题。经济现象客观上存在着不同的时空尺度,理论上也有宏观和微观经济之分,但实际运行时往往尺度发生混淆。经济政策的出台不能只从某一尺度考虑,因为经济尺度紧紧联系着个人、集体和社会的利益,紧紧联系着近期利益和长远利益,然而客观上要达到整体优化总要牺牲某个尺度的利益,小尺度上正确且优的东西,从大尺度上看可能非优甚至是错误的,反之亦然。于是,即使有了一些数学手段,也难以在经济系统中彻底应用。

c. 经济数据问题。经济分形研究至今停留在数理分析和描述阶段,很少进行数值计算。其原因是缺少数据,尤其在我国的,经济统计数据十分缺乏且可信度不高。因此,经济分形数值分析难以进行。

由此可见,只有解决好上述问题,经济分形研究才有可能取得较大的进展和突破。

2 分形布朗运动模型

设一个“粒子”在 X 轴上随机行走,记 x

为在每个时间间隔 τ 向左或向右移动的步长,则 x 满足高斯分布,又设 $\{x_i\}$, $i = 1, 2, \dots, n, \dots$ 为步长序列, x_i 独立同分布,则经过 n 步行走,“粒子”在 X 轴上的位置 $B(t = n\tau)$ 为

$$B(t = n\tau) = \sum_{i=1}^n x_i \quad (1)$$

称 $B(t)$ 为布朗函数^[10,24]。对某一固定时刻 t_0 , $B(t) - B(t_0)$ 的分布密度为

$$P[B(t) - B(t_0)] = \frac{1}{\sqrt{4k\pi|t - t_0|}} \exp\left(-\frac{[B(t) - B(t_0)]^2}{4k|t - t_0|}\right) \quad (2)$$

并满足

$$P[b^{\frac{1}{2}}[B(bt) - B(bt_0)]] = b^{\frac{1}{2}}P[B(t) - B(t_0)] \quad (3)$$

式中 b 为任意常数,这说明 $B(t)$ 是自仿射的,由式(2)可得:

$$\xi = \frac{B(t) - B(t_0)}{\sqrt{2k\tau(|t - t_0|/\tau)^{\frac{1}{2}}}} \quad (4)$$

服从标准正态分布,称式(4)为布朗运动模型^[21]。

若记

$$\xi = \frac{B(t) - B(t_0)}{\sqrt{2k\tau(|t - t_0|/\tau)^H}} \quad (5)$$

其中, $H \in (0, 1/2) \cup (1/2, 1)$, 则称式(5)为分形布朗运动模型^[10,24], H 称为“ H 指数”或“长程相关性指数”。记 $B_H(t)$ 为分形布朗运动的布朗函数,则相关函数为

$$r(t) = \frac{E\{[B_H(0) - B_H(-t)][B_H(t) - B_H(0)]\}}{\sqrt{E\{B_H(0) - B_H(-t)\}^2} \sqrt{E\{B_H(t) - B_H(0)\}^2}} \quad (6)$$

$B_H(t)$ 还满足如下的标度关系

$$B_H(bt) - B_H(0) = b^H[B_H(t) - B_H(0)] \quad (7)$$

利用式(7)可以证明, H 与分形布朗运动轨道的分维 D 之间的关系为

$$D = 2 - H \quad (8)$$

对式(6),取 $B_H(0)=0$,且调整时间间隔长度,使得 $\tau=1, 2k\tau=1$,则有:

$$\begin{aligned} r(t) &= \frac{E[-B_H(-t) \cdot B_H(t)]}{E[B_H(t)]^2} \\ &= 2^{2H-1} - 1 \\ &= 2^{2(\frac{3}{2}-D)} - 1 \end{aligned} \quad (9)$$

可见 $r(t)$ 与 t 无关。对于布朗运动模型(4)式,由于 $H=1/2$,故 $r(t)=0$ 。而对于分形布朗运动模型(5)式,由于 $H \in (0, 1/2) \cup (1/2, 1)$,则有 $r(t) \neq 0$ 。因此,分形布朗运动具有长程相关性或长程记忆性。由式(9)可知:

a. 若 $D < 3/2$,则 $r(t) > 0$,说明过去的增量与未来的增量正相关,这时称分形布朗运动具有持久性,且 D 值愈小(趋于 1.0),其持久性愈强,运动轨道愈平滑。

b. 若 $D > 3/2$,则 $r(t) < 0$,说明过去与未来反相关,这时称其具有反持久性,且 D 值愈大(趋于 2.0),反持久性愈强,运动轨道愈不平滑。

上述讨论表明, D 值的大小确定了分形布朗运动的变化趋势。从而可通过分析 D 值的变化来研究分形布朗运动情况。

3 我国电力发展的分形分析

3.1 R/S 分析方法

对于一时间间隔均匀的时间序列 $\{\xi(t_i)\}, i=1, 2, \dots, n$,任取 $t_j \in \{t_i | i=2, 3, \dots, n\}$,记 $R(t_j), S(t_j)$ 分别为极差和标准差,则根据文献[25]有:

$$R(t_j)/S(t_j) = (at_j)^H \quad (10)$$

给上式两端取自然对数可得(上式中 a 为常数):

$$\ln[R(t_j)/S(t_j)] = H \ln a + H \ln t_j \quad (11)$$

因此,对所研究的时间序列进行回归分析,直线的斜率就是该序列的 H 指数,分维 $D = 2 - H$ 。

3.2 我国电力增长的分形布朗运动模型及其分析讨论

这里以 1950~1993 年的历年新增发电

量时间序列^[26]作为电力发展分形布朗函数的取值, $\{\xi(t_i)\}, i=1, 2, \dots, 44, t_i \in \{t_i | i=2, 3, \dots, 44\}$,见图 1,对 $\{\xi(t_i)\}$ 进行 R/S 分析,并进行直线拟合见图 2,得到各时段电力发展分形布朗运动模型。总样本的回归方程为

$$R(t_j)/S(t_j) = (0.4668t_j)^{0.8274} \quad (12)$$

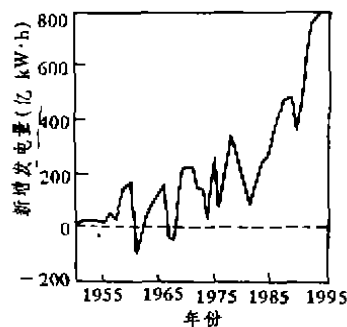


图1 新增发电量运动轨道

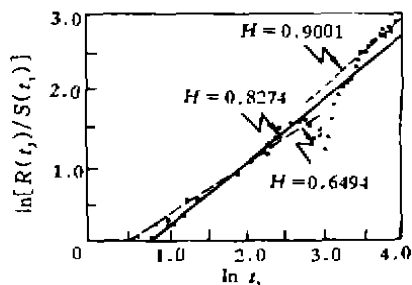


图2 R/S 分析直线拟合图

由式(12)可知,总样本(1950~1993年)的分维 $D = 1.1726 < 3/2$,所以,1950~1993年,我国的电力发展具有较强的持久性,过去的新增发电量与未来的正相关显著。又因为 D 值较接近于 1.0,表明这期间发电量运动轨道较为平滑,变化的规律性较强,电力稳定发展。这种情况可以从以下两方面来解释:首先,从电力发展本身来说,与上一年相比,如果当年发电量增加额增加,则电力工业产值就相应增加,因此对下一年的电力投资也有可能增加,从而促进电力发展;其次,从影响电力发展的因素来看,国民收入的增长是引起电力消费增长的决定性因素,而文献[18]指出,1951~1990年,我国国民收入的分维值 $D = 1.0335$,即国民收入具有很强的持久

性、从国民收入序列看到,这期间国民收入整体上呈稳定的上升趋势,因此,也就促使电力稳步发展。

为了更好地分析我国电力发展运动轨道的分维值变化情况,下面将总样本分为三段进行分析,结果如下:

a. 1950 ~ 1960 年, $R(t_j)/S(t_j) = (0.6536t_j)^{0.6494}$, 即 $D = 1.3506 < 3/2$, 表明这期间电力发展具有弱持久性,过去与未来的发电量增加额正相关较弱,与整个研究期相比,新增发电量运动轨迹的分维值较大,因此,其运动轨迹就不如整个研究期的平滑,规律性不太强。

b. 1961~1983 年, $\ln[R(t_j)/S(t_j)]$ 与 $\ln t_j$ 的点群很散乱,因此,此阶段无法对分维值进行定量分析。从发电量时间序列来看,1961~1975 年间发电量涨落变化频繁、新增发电量运动轨道激烈振荡。究其原因一是三年自然灾害的影响;二是政策因素,1963~1965 年是我国的三年调整时期,各种异常现象均有待于理顺,加之 1966 年“文革”的影响,电力生产出现混乱局势、正常工作秩序遭到极大的破坏,因而就产生了上述局面。1976~1983 年,发电量增长速度变化很大,1976 年为 3.78%、到 1978 年仅短短两年时间就上升到 14.9%,而 1981 年只有 2.9%,这主要是国家政策的影响,1976 年“文革”结束后,电力建设拨乱反正,电力生产快速发展,但由于“文革”的影响不能立即消除,且一开始增长过猛,因此,就有了 1979~1981 年发电量增长速度快速下调的过程。尽管 1976~1983 年间其增长速度波动很大,但总体上我国发电量仍然递增。

c. 1984 ~ 1993 年, $R(t_j)/S(t_j) = (0.4661t_j)^{0.9001}$, $D = 1.0999 < 3/2$ 且接近于 1.0, 这表明,此阶段电力发展具有很强的持久性,过去与未来的新增电量正相关十分显著。与整个研究期相比, D 值较小,因此运动轨道平滑,变化规律性强,发电量稳定上

升。这主要是党的十一届三中全会以来,我国确立了以经济建设为中心、实行改革开放的方针,使电力建设步入了正常发展轨道。随着改革开放的深入进行和国家政策的进一步稳定,自 1984 年以来,我国的电力生产出现了稳步发展的局面。

4 结 语

a. 从时间变化进程来看,我国新增发电量运动轨道的分维值随时间递减,这就表明,电力发展的持久性随时间不断增强、新增发电量运动轨道越来越平滑、电力发展越来越稳定。

b. 我国电力增长的分维值小于 3/2,即电力发展具有持久性,过去与未来正相关显著。而从 1976 年以来,我国年发电量持续增长,因此,预计未来我国电力仍将持续增长。

c. 电力发展的分维值与国家政策关系较大,政策愈连续、稳定、分维值就愈小、新增电量的运动轨道就愈平滑、发电量的变化就愈有规律性。否则,分维值就大,运动轨道就不平滑、电力发展就不稳定。电力发展分维值对决策部门有重要的参考价值,决策者可以利用新增发电量运动轨道的分维值,分析和预测电力发展的变化趋势、确定运动状态,从而科学合理地制定电力发展战略和规划。

参考文献

- 1 Falconer K J. Fractal geometry. New York: Wiley, 1990, 3~58
- 2 Edgar G A. Measure, topology and fractal geometry. New York: Springer-verlag, 1990, 1~16
- 3 Robert Cawley et al. Multifractal decomposition of moran fractals. Advances in Mathematics, 1992, 92 (2): 196~236
- 4 Gujar U G et al. Fractal images form $Z = Z^2 + C$ in the complon Z -plane. Computer & Graphics, 1992, 16(1): 45~49
- 5 Prasad R R et al. The measurement and interpretation of fractal dimensions of the scalar interface in turbulent flows. Phys Fluids 1990, A, 2 (5): 792~807

(下转第 48 页)

过断面恢复、论证、分析工作之后,尤其是在有基岩河床作为控制的情况下,其断面的误差可控制在一定的范围内时,古洪水流量的误差还是可控制的。

本次 2360aBP 古洪水流量的误差计算结果表明:如果以砾石层顶作冲刷控制,流量的误差只有 13.64%;当以全新世与更新世地层的交界面即 Q_4/Q_3 界面砾石层作为控制,其淤积面积的 40.5% 作为误差范围,推求的流量误差可达 15.54%;即使 Q_4/Q_3 界面内的全部淤积面积都作为误差范围,所推求的流量误差也只有 29.62%。虽然这第三种假设的情况也可能发生,但从断面分析的

结论来看,发生的可能性是很小的。

参考文献

- 1 严义顺. 水文测验学. 北京: 水利电力出版社, 1983. 101~115
 - 2 陈宏藩. 关于水文测验误差系列的总体分布问题. 见: 长江流域规划办公室水文局. 水文测验误差研究文集. 贵阳: 贵州人民出版社, 1984. 29~38
 - 3 Herschy R W. 水文测验精度. 周德家译. 见: 长江流域规划办公室水文局. 水文测验误差研究文集. 贵阳: 贵州人民出版社, 1984. 118~145
(收稿日期: 1995-08-29)
-
- (上接第 20 页)
- 6 Huang Sh, Oelfke S M et al. Application of fraetal characterization and modelling to rock joint profiles. Int J Rock Mech Min Sci amd Geomech Abstar. 1992, 29(2): 89~98
 - 7 李后强等. 分形理论及其在分子科学中的应用. 北京: 科学出版社, 1993
 - 8 朱令人等. 地震多重分形标度指数谱 $f(\alpha)$ 的研究. 西北地震学报, 1992, 14(2): 30~35
 - 9 辛厚文. 分形理论及其应用. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1993
 - 10 Mandelbrot B B. The fratal geometry of nature. San Francisco W. H. Freeman & Co; 1983
 - 11 Sarri D G. Dynamical systems and mathematical economics. Lecture Notes in Economies and Mathematical Systems, 1983, 264(2): 1~24
 - 12 Pun Tonu. Nonlinear economic dynamics. 2nd. Berlin; Springer - Verlag, 1991
 - 13 Thompson C J. Chaos in economics and management. New York; World Scientific, 1992
 - 14 Day R. The emergence of chaos from classical economic growth. The Quarterly Journal of Economics, 1983(5): 201~213
 - 15 Bernett W et al. Deterministic chaos and fractal attractors a stools for nonparametric dynamical economitric inference. Math Comput Modelling, 1988, 10(4): 275~296
 - 16 Grandment J M. Nonlinear economics dynamics. New York; Academic Press Inc. 1985
 - 17 Hilfer R. Exact sdution for a class of fractal time random walks, FRACTALS, 1995, 3(1): 211~216
 - 18 张守一等. 对经济混沌的初步分析. 大自然探索, 1992, 11(3): 93~99
 - 19 黄登仕等. 分形维数与经济弹性. 数量经济技术经济研究, 1989(12): 54~56
 - 20 黄登仕等. 分形几何学、R/S 分析与分式布朗运动. 自然, 1990, 13(8): 477~482
 - 21 黄登仕. 分式布朗运动模型及其在经济预测中的应用. 预测, 1990, 9(6): 24~26
 - 22 周延等. 分形几何在股票价格变动研究中的应用. 预测, 1993, 12(3): 49~51
 - 23 张本祥等. 再生产过程的分形特征及其对经济波动的反应. 见: 辛厚文主编. 分形理论及其应用. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1993: 450~453
 - 24 Mandelbrot B B et al. Fractional brownian motion, fractional noise and application. SIAM Rev, 1968(10): 422~437
 - 25 Mcloed A I and Hipel K W. Preservation of the rescaled adjusted range. Water Resources Research. 1978, 14(3): 491~518
 - 26 国家统计局工业交通司. 中国能源统计年鉴 1989. 北京: 中国统计出版社, 1990. 88~89
(收稿日期: 1995-10-12)