

高拱坝坝身泄洪建筑物优化布置模型及其应用

王玲玲 陈青生 金忠青

(河海大学 南京 210098)

摘要 建立了一个以经济为目标的拱坝坝身泄水孔优化布置数学模型。在工程初步设计阶段,运用该模型,可获得满足工程要求前提下的较经济的孔口布置方案。以此结果指导模型试验,可为工程设计节省大量的人力、物力、经费和时间。

关键词 拱坝 泄洪建筑物 孔口布置 优化设计 数学模型

高拱坝坝身泄水孔口的布置,关系到工程的世流能力、造价、消能效果等诸多方面,是拱坝设计的一个重要组成部份。以往的孔口布置大多是采用模型试验的方法,对几组甚至十几组方案进行比较优选,不仅费时耗物,而且最终所得出的“最优方案”可能并非真正的最优方案。若能建立一个合理的数学模型,对拱坝孔口布置进行优化设计,则可方便地进行数以百计甚至数以千计的方案比较,比模型试验更为经济、快捷,设计结果更为合理。

本文结合小湾拱坝坝身泄水孔口布置方案的研究,提出了实用的优化模型及算法。

1 数学模型

1.1 目标函数

拱坝泄水孔包括表、中、底孔,若以经济为目标,则目标函数中当包括各类孔口闸门、启闭机械及其辅助设备费用。为能方便地建立目标函数,本文引入一个闸门单位面积广义造价的概念,即把每扇门本身造价、启闭设备及辅助设备的造价全部分摊到每扇闸门的单位面积上,得到该扇闸门的广义单位面积造价,用 s_j 表示,则以总费用 S 表示的目标函数可写成

$$S = \min \left[\sum_{j=1}^3 (s_j n_j b_j^2 / a_j) \right] \quad (1)$$

式中 $j=1,2,3$, 分别表示表、中、底孔; n_j, b_j, a_j 分别为第 j 类孔口的个数、宽度及宽高比; s_j 为第 j 类孔口闸门单位面积的广义造价,它是各类孔口的水平及垂直位置坐标及启闭设备造价、下游消能防冲设备造价的函数。这样 S 就综合反映出各类孔口的总费用。

1.2 约束条件

所提约束条件是否正确,直接关系到计算结果的可靠程度,故约束条件应当全面、正确地反映出工程使用中对各类孔口的泄量、几何尺寸、位置高程、荷载条件等各方面的要求。

a. 泄量约束

$$Q_m \leq \sum_i Q_i \quad (2)$$

式中 Q_m 为拱坝枢纽所需下泄的最大流量; $\sum_i Q_i$ 为该枢纽所有泄洪方式(各类孔口、引水洞等)的整体最大泄流能力。

b. 几何约束。当闸门的形式确定之后,在一定的水头下,根据闸门的受力特点及以往工程经验可确定一合理宽高比范围:

$$\alpha_{i1} \leq \alpha_i \leq \alpha_{i2} \quad i = 1, 2, 3 \quad (3)$$

式中 i 表示孔口类型; α_{i1}, α_{i2} 分别表示第 i 类孔口合理宽高比的下限和上限值。

c. 位置高程约束

$$H_{i1} \leq H_i \leq H_{i2} \quad i = 1, 2, 3 \quad (4)$$

式中 H_{i1}, H_{i2} 分别表示第 i 类孔口位置高

程的下、上限。

d. 启闭能力约束

$$F_i \leq [F_i] \quad i = 1, 2, 3 \quad (5)$$

式中 F_i 表示第 i 类孔口单扇闸门上所承受的水压力; $[F_i]$ 表示最大允许水压力值。

e. 放空要求。根据工程要求,泄水孔可能还需满足在给定时间内放空防洪库容或放空水库的要求。

f. 其它特殊要求。

2 优化方法

由前述目标函数和约束条件构成了一个多变量多约束优化问题,它可以写成更一般的形式:

$$\begin{cases} \min_{X \in E^n} f(X), X \in E^n \\ R: g_i(X) < 0 \quad i = 1, 2, \dots, p \\ h_j(X) = 0 \quad j = 1, 2, \dots, l \end{cases} \quad (6)$$

式中 X 为设计变量; g 与 h 分别为不等式和等式约束。

多变量函数的约束优化问题可转化为无约束优化问题来求解,因为后者计算简便。而这种转化过程又可分为内点法、外点法和混和法。本文采用内点法,因为该法所选择的优化起始点和优化过程中所得的各中间点都要保证在可行域内,因而根据一定的误差 ($\epsilon > 0$) 求得的极小点总是一个可行方案,这一点对于工程问题显得尤为重要。该方法的基本思想是:在可行域 R 的边界上设置一道障碍,使得迭代点靠近 R 的边界时目标函数(障碍)变得很大甚至无穷大。这样就把迭代点封闭在可行域之内。

对于 $l = 0$, 即不含等式约束的优化问题,用内点法可将式(6)表示成多变量序列无约束极值问题:

$$\min P(X, q) = f(X) + qs_1(X) \quad (7)$$

其中, $P(X, q)$ 为障碍函数; $qs_1(X)$ 为障碍项; q 为障碍因子。 $s_1(X)$ 可由下式求得:

$$s_1(X) = \sum_{i=1}^p \frac{1}{-g_i(X)}$$

数学理论已经证明,无约束极值问题 $\min P(X, q)$ 的极小点序列 $\{X^{(K)}\}$ 可以看成以 q^K 为参数的一条轨迹,当取障碍因子 $q^0 > q^1 > q^2 > \dots > q^K \rightarrow +0$ 时,若 $\{X^{(K)}\}$ 点序列收敛,则该收敛点即为原约束优化问题式(6)的最优解。

对于转化后的无约束极值问题式(7),采用变尺度法中的 BFGS 法与抛物线拟合法一维寻查相结合的方法,可获得较好的数值稳定性和收敛速度。

变尺度的 BFGS 法具体迭代步骤^[1]为:

①取初始点 X^1 和判别收敛的小正数 ϵ 。

②若 $\|\nabla P(X^1)\| \leq \epsilon$, 则 X^1 即为最优解,迭代停止,否则转至③。

③令 H^1 为单位矩阵, K 赋值为 1。

④令 $T^K = -H^K \nabla P(X^K)$, T^K 为一维寻查的方向矢量。

⑤沿 T^K 进行一维寻查,求得 λ^* , 使

$$\min P(X^K + \lambda T^K) = P(X^K + \lambda^* T^K)$$

⑥令 $X^{K+1} = X^K + \lambda^* T^K$

⑦若 $\|\nabla P(X^{K+1})\| < \epsilon$, 则迭代停止, X^{K+1} 为最优解,否则当 $K = n$ 时,令 $X^1 = X^{K+1}$, 转至③; 当 $K < n$ 时令

$$H^{K+1} = H^K + \{\beta_K \Delta X^K [\Delta X^K]^T -$$

$$\frac{H^K \Delta g^K [\Delta X^K]^T - \frac{\Delta X^K [\Delta g^K]^T H^K}{[\Delta X^K]^T \Delta g^K}\}$$

其中

$$\Delta X^K = X^{K+1} - X^K$$

$$\Delta g^K = \nabla P(X^{K+1}) - \nabla P(X^K)$$

$$\beta_K = 1 + \frac{[\Delta g^K]^T H^K \Delta g^K}{[\Delta X^K]^T \Delta g^K}$$

⑧令 $K = K + 1$, 转至④。

3 算例

笔者运用上述优化方法对小湾电站拱坝坝身泄水孔口布置进行了优化计算。

3.1 目标函数

为简便计算,忽略目标函数式(1)中的启闭设备及孔口水平位置对费用的影响,而只考虑垂直位置高程对广义造价的影响,并根据天生桥一级电站各类孔口闸门造价与位置

高程的关系,确定出单位面积孔口的广义造价表达式,近似用于小湾工程:

$$s_i = 0.016H_i + 0.88 \text{ (万元)} \quad (8)$$

式中 H_i 为第 i 类孔口的作用水头。故目标函数可写成^[2]

$$S = [0.016(Z_{\text{校}} - P_1) + 0.88]n_1b_1(Z_{\text{正}} - P_1) + [0.016(Z_{\text{校}} - P_2) + 0.88]n_2b_2\frac{b_2}{\alpha_2} + [0.016(Z_{\text{校}} - P_3) + 0.88]n_3b_3\frac{b_3}{\alpha_3} \quad (9)$$

式中 $P_i, n_i, b_i (i=1, 2, 3)$ 分别为第 i 类孔口高程、孔数及孔口宽度; α_2, α_3 分别为中、底孔的宽高比; P_i, α_i, b_i, n_i 即构成该优化问题的设计变量。校核水位 $Z_{\text{校}}$ 和核流量 $Q_{\text{校}}$ 根据工程规模、等级结合坝址水文条件已初步确定。

3.2 约束条件

3.2.1 最大泄量约束

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 \geq Q_{\text{校}} \quad (10)$$

式中 Q_1, Q_2, Q_3 分别为表、中、底孔在校核水位时的泄量; Q_4 为发电引水流量, $Q_4 = 2340 \text{ m}^3/\text{s}$; Q_5 为两条泄洪洞的下泄流量。

$$Q_1 = \epsilon m_1 n_1 b_1 \sqrt{2g(Z_{\text{校}} - P_1)^{\frac{3}{2}}}$$

$$Q_2 = m_2 n_2 b_2 \frac{b_2}{\alpha_2} \sqrt{2g(Z_{\text{校}} - P_2)}$$

$$Q_5 = 2m_{\text{洞}} B_{\text{洞}} e_{\text{洞}} \sqrt{2g(Z_{\text{校}} - P_{\text{洞}})}$$

其中, $\epsilon = 0.9$, $m_1 = 0.447$, $m_2 = 0.88$, $m_{\text{洞}} = 0.742$, $Z_{\text{正}} = 1240 \text{ m}$, $Z_{\text{校}} = 1243 \text{ m}$; $P_{\text{洞}}$ 为隧洞进口高程, $P_{\text{洞}} = 1200 \text{ m}$, $B_{\text{洞}} = 10 \text{ m}$, $e_{\text{洞}} = 12 \text{ m}$, $Q_{\text{校}} = 20683 \text{ m}^3/\text{s}$ 。

3.2.2 宽高比约束

a. 根据 175 例露顶式弧门水头与宽高比的关系求得拟合曲线及其上、下包络线方程见图 1, 故对表孔提出约束为

$$1.26963H^{-0.350128} < \frac{b}{Z_{\text{正}} - P_1} < 5.36491^{-0.479139} \quad (11)$$

b. 由 215 例潜孔弧门的水头及宽高比关系求得拟合曲线及包络线方程见图 2, 由

此得出中、底孔的宽高比满足下列关系:

$$1.05649H^{-0.233665} < \alpha_i < 4.18351H^{-0.257986} \quad i = 2, 3 \quad (12)$$

式中 α_2, α_3 分别表示中、底孔的宽高比。

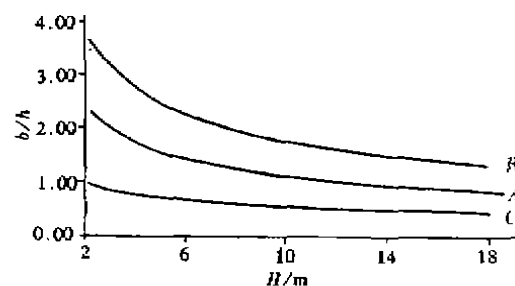


图 1 露顶式弧门宽高比与水头关系

A 曲线方程: $b/h = 3.38896H^{-0.472491}$

B 曲线方程: $b/h = 5.36491H^{-0.479139}$

C 曲线方程: $b/h = 1.26963H^{-0.350128}$

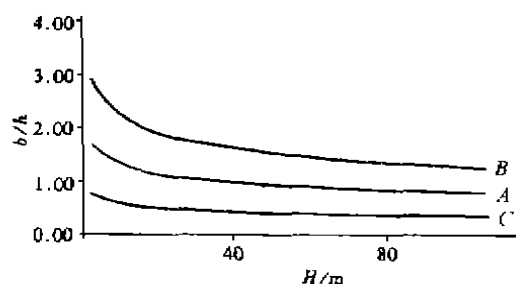


图 2 潜孔弧门宽高比与水头关系图

A 曲线方程: $b/h = 2.30803H^{-0.228832}$

B 曲线方程: $b/h = 4.18351H^{-0.257986}$

C 曲线方程: $b/h = 1.05649H^{-0.233665}$

3.2.3 位置高程约束

$$P_{\text{洞}} < P_1 < Z_{\text{限}}$$

$$Z_{\text{死}} < P_2 < P_{\text{洞}}$$

$$Z_{\text{底}} < P_3 < Z_{\text{死}} \quad (13)$$

式中 $Z_{\text{限}}, Z_{\text{死}}, Z_{\text{底}}$ 分别表示汛限水位、死水位、上游河床底高程, 其值分别为 1236 m, 1088 m, 953 m。

3.2.4 启闭设备约束

考虑闸门启闭设备的启闭能力, 要求每扇门上所承受的水力压力不大于 80000 kN, 即:

$$\text{表孔 } \frac{1}{2} \gamma_{\text{水}} (Z_{\text{校}} - P_1)^2 b_1 < 80000 \text{ kN}$$

$$\text{中、底孔 } \gamma_{\text{水}} (Z_{\text{校}} - P_i) b_i / \alpha_i < 80000 \text{ kN}$$

$$i = 2, 3 \quad (14)$$

3.2.5 放空水库约束

在某些特殊情况下,需对水库提出放空要求。本工程要求 $T = 85$ d, 库水位放至 1090 m 以下, 即

$$\begin{aligned} & \int_0^{T_1} \epsilon_1 m_1 n_1 b_1 \sqrt{2g(Z - P_1)}^{\frac{3}{2}} dt + \\ & \int_0^{T_2} m_2 n_2 \frac{b_2^2}{a_2} \sqrt{2g(Z - P_2)} dt + \\ & \int_0^{T_3} m_3 n_3 \frac{b_3^2}{a_2} \sqrt{2g(Z - P_3)} dt + \\ & 2 \int_0^{T_4} Q_{洞} dt + Q_{电} T_5 \\ & \geq V_{正} - V + \int_0^T Q_0 dt \quad (15) \end{aligned}$$

式中 T_1, T_2, T_3, T_4 分别为表、中、底孔及隧洞参加放水的时间; T_5 为机组发电引水时间; Q_0 为天然来水量, 取其平均值为 $601 \text{ m}^3/\text{s}$; V 为 1090 m 水位对应库容, 由表 1 插值得到, 式中的积分式也需由表 1 的 $V \sim X$ 关系曲线通过数值积分求得。

表 1 水位、库容对应关系表

水位 Z/m	1080	1140	1200	1240	1243
库容 $V/10^8 \text{ m}^3$	8.24	29.69	82.42	145.57	153.32

3.2.6 其它约束

为使优化结果更合理, 对孔口宽度 b 及孔口数目 n 增加如下约束:

$$n_i \geq 1, \quad b_i \geq 4 \quad i = 1, 2, 3 \quad (16)$$

4 结果分析与结论

对由目标函数式(9)与约束条件式(10)~(16)构成的多变量约束问题, 根据前述内点法结合变尺度的 BFGS 法, 所取初值及优化结果见表 2。表中 946 方案是昆明勘测设计院提供的模型试验设计结果。

优化过程中, 障碍因子 q 的初值取为 1, 缩小比例为 0.1, 优化收敛控制标准为前后两次计算的障碍函数值之差小于 10 或障碍项小于 1。

在计算泄量过程中, 还需根据上游水位变动情况, 确定各类泄水建筑物参加泄洪的

表 2 优化计算结果

变 量	初估方案	最优方案	946 方案
p_1/m	1224	1229.9	1225
p_2/m	1157	1158.8	1157.3
p_3/m	1080	1083.0	1080
a_2	1.0	0.9	1.38
a_3	0.9	0.932	0.714
b_1/m	11	10.93	11
b_2/m	6	5.8	6
b_3/m	5	5.4	5
n_1	5	5	5
n_2	7	6	6
n_3	2	2	2

历时长短; 为使优化过程各变量都在可行域之内变动, 对各变量的变化步长需增加约束控制; 并使各类孔口数目在计算过程中保持小数, 最终结果以取整加 1 的方法化为整数。

由表 2 可以看出, 优化计算结果与 946 方案较为接近。若按式(9)计算目标函数值, 则 946 方案为 1560 万元, 而优化结果为 1316 万元, 可节省投资 240 多万元。

由计算实践可得出以下结论。

a. 本文所提优化模型的计算结果是合理可信的, 在工程设计的初期, 利用该优化模型进行初步设计, 可得到较为合理的孔口布置方案, 为工程节省大量人力、物力、经费。

b. 优化设计中可以方便地改变设计方案、目标函数和约束条件, 而不增加大量的设计费用, 故该模型不失为一种经济、方便、实用的设计手段, 可广泛应用于工程实践。

c. 本文将各类孔口的铅直位置(高程)作为设计变量, 而没有考虑其水平位置及其对消能效果的影响, 这是本文的不足之处。另外, 笔者认为, 如何建立一个更合理的目标函数, 以及如何更全面、准确地确定出控制性的约束条件, 仍是一个有待进一步研究的技术问题。尽管如此, 本文所推荐的优化方法及基本思路仍具有其较大的实用意义。

参考文献

- 1 刘德贵, 费景高, 于泳江等. FORTRAN 算法汇编. 北京: 北京国防工业出版社, 1983
- 2 华东水利学院编. 水力学 第二版. 北京: 北京科学出版社, 1985

(收稿日期: 1996-04-05)