

抛物线形及悬链线形断面明渠的水力设计

季国文

(凌源市水利局 辽宁凌源 122500)

摘要 研究推导抛物线形、悬链线形明渠横断面尺寸直接求解公式;并且给出了若其横断面尺寸既定,通过任一流量时相应正常水深求解的迅速收敛的迭代公式,计算简便、准确。

关键词 明渠 水力学 均匀流 特殊断面 水力计算 横断面

悬链线形、抛物线形横断面渠道,具有防止上基冻胀破坏、抵抗外水压力、受力条件好、输砂率高、过水能力强、抵抗冲刷性能好的结构特点,在水利水电渠道输水工程中得到广泛应用。设计中其均匀流水力计算,按具体任务的不同,可划分为若干类问题,但其中关于在流量 Q 、底坡 i 、糙率 n 既定的条件下,其横断面尺寸的确定,以及在横断面尺寸、通过流量 Q 既定的条件下,求解相应的正常水深 h_0 这两类基本问题是经常遇到的,也是较为复杂的。对于这类问题,沿用现行的试算法求解,须通过异常繁冗的试算过程才能完成。本文根据数学分析及水力学原理,分别给出上述两种曲线形横断面尺寸的直接求解公式,以及相应于上述两种曲线形横断面尺寸、纵坡 i 、糙率 n 既定条件下,其相应正常水深 h_0 求解的迅速收敛迭代公式。

1 公式的推导

1.1 横断面尺寸直接求解公式

1.1.1 抛物线形渠道

抛物线形渠道过水断面及其几何尺寸如图 1 所示,其曲线方程为

$$y = px^2 \quad (1)$$

且当 $x = \pm B/2$ 时, $y = h_0$, 其曲线参数为

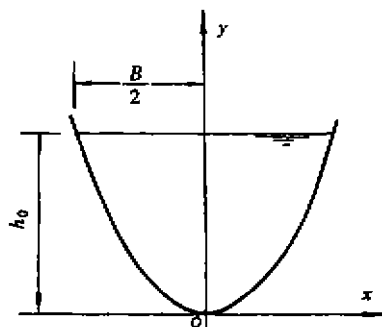


图 1 抛物线形渠道过水断面

$$p = 4h_0/B^2 \quad (2)$$

其过水断面面积及湿周分别为

$$A = 2Bh_0/3 \quad (3)$$

$$x = \frac{1}{p} \left[\frac{pB}{2} \sqrt{1 + (pB)^2} + \frac{1}{2} \ln(pB + \sqrt{1 + (pB)^2}) \right] \quad (4)$$

设 $\eta = h_0/B$, 可整理得

$$A = \frac{2}{3} B^2 \eta \quad (5)$$

$$x = \frac{B}{2} \sqrt{1 + 16\eta^2} + \frac{B}{8\eta} \ln(4\eta + \sqrt{1 + 16\eta^2}) \quad (6)$$

明渠均匀流基本公式为

$$Q = AC \sqrt{Ri} = \frac{\sqrt{i}}{n} \cdot \frac{A^{5/3}}{X^{2/3}} \quad (7)$$

作者简介:季国文,男,工程师,从事水利工程设计,曾发表《渡槽水力设计新公式及其应用》等论文。

式中 C 为谢才系数, $C = R^{1/6}/n$, R 为水力半径, $R = A/x$ 。

将式(5)和(6)代入式(7)并整理得

$$B = \left\{ \frac{Qn}{i^{1/2}} \left[\frac{\sqrt{1+16\eta^2}}{2} + \frac{1}{8\eta} \ln(4\eta + \sqrt{1+16\eta^2}) \right]^{2/3} / \left(\frac{2}{3}\eta \right)^{5/3} \right\}^{3/8} \quad (8)$$

式(8)右端均为已知量,故 B 可一次直接解出,由式 $\eta = h_0/B$ 可知, h_0 亦可相应求得,无须试算、迭代或图解。

1.1.2 悬链线形渠道

悬链线形渠道过水断面及其几何尺寸如图2所示,其曲线方程为

$$y = \frac{a}{2} (e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}}) = a \cosh \frac{x}{a} \quad (a > 0) \quad (9)$$

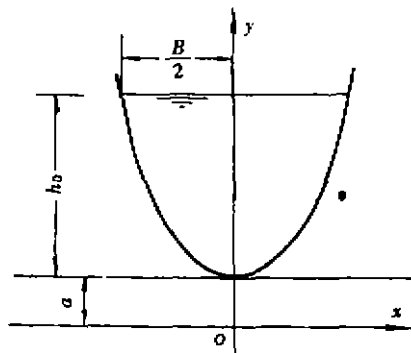


图2 悬链线形渠道过水断面

设水面宽为 B ,则由方程(9)可得

$$h_0 = a \left(\cosh \frac{B}{2a} - 1 \right) \quad (10)$$

其水力要素分别为

$$A = B a \cosh \frac{B}{2a} - 2a^2 \sinh \frac{B}{2a} \quad (11)$$

$$x = 2a \sinh \frac{B}{2a} \quad (12)$$

设 $\eta = B/a$,经代换得

$$A = a^2 \left[\eta \cosh \frac{\eta}{2} - 2 \sinh \frac{\eta}{2} \right] \quad (13)$$

$$x = 2a \sinh \frac{\eta}{2} \quad (14)$$

将式(13)和(14)代入式(7),整理得

$$a = \left\{ \left(\frac{Qn2^{2/3}}{i^{1/2}} \right) \cdot \right.$$

$$\left. \left[\frac{(\sinh \frac{\eta}{2})^{2/3}}{(\eta \cosh \frac{\eta}{2} - 2 \sinh \frac{\eta}{2})^{5/3}} \right] \right\}^{3/8} \quad (15)$$

由式(15)可直接求得 a ,进而可求出 B ,再由式(10)可直接求得相应的正常水深 h_0 至此,相应的横断面设计尺寸可一次直接求得。

1.2 正常水深 h_0 的迭代公式推导

若上述两种曲线形断面明渠横断面尺寸既定,且通过流量 Q 、纵坡 i 、糙率 n 亦确定,则其相应的正常水深 h_0 的求解可由迭代公式解得,现分别推导如下。

1.2.1 抛物线形渠道断面

由式(1)至(4)和(7)推导并整理得迭代公式

$$B_{i+1} = \left(\frac{6}{p^{1.4}} \right)^{1/3} \left(\frac{Qn}{i} \right)^{1/5} \left[\frac{pB_i}{2} \sqrt{1 + (pB_i)^2} + \frac{1}{2} \ln(pB_i + \sqrt{1 + (pB_i)^2}) \right]^{2/15} \quad (16)$$

由式(16)迭代得到 B ,从而由式(2)解得相应的正常水深 h_0 即

$$h_0 = pB^2/4$$

1.2.2 悬链线形渠道断面

将式(11)和(12)代入式(7),整理得迭代公式

$$B_{i+1} = \left[\left(\frac{Qn}{i^{0.5}} \right)^{0.6} (2a)^{0.4} (\sinh \frac{B_i}{2a})^{0.4} + 2a^2 \sinh \frac{B_i}{2a} \right] / a \cosh \frac{B_i}{2a} \quad (17)$$

由式(17)迭代得到相应水面宽度 B ,再由式(10)求得相应的正常水深 h_0 。

2 公式的应用

a. 对于横断面尺寸直接求解公式,只要将 n, Q, i, η 直接代入公式右端,即可直接得到准确结果,其中 η 值根据要求选定。

b. 对于正常水深的求解,则应事先求得相应的水面宽度 B ,然后推得相应的正常水深 h_0 。用数学分析方法可以证明式(20)和(21)右端之迭代函数对于初值 $B_0 > 0$ 时恒收敛。根据设计精度要求,确定迭代精度 ΔB

$= |B_{i+1} - B_i| \leq [\Delta B]$, 控制迭代次数, 式中 $[\Delta B]$ 为选定的相邻两次迭代值之差。通过多次设计实践表明, 一般只要迭代 3 次, 其精度即可达到工程设计要求。

3 工程实例

a. 某渠道横断面形状为悬链线形, 其设计通过流量 $Q = 2 \text{ m}^3/\text{s}$, 渠道纵坡 $i = \frac{1}{1000}$, 糙率 $n = 0.014$, 经考虑选用 $\eta = 3.21223$ 。由式 (15) 可计算出: $a = 0.6407 \text{ m}$; 于是可求得 $B = a\eta = 2.0638 \text{ m}$; 由式 (10) 计算出 $h_0 = 1.0269 \text{ m}$ 。

b. 某渠道横断面形状为抛物线形, 其形状参数 $p = 0.917$, 通过流量 $Q = 4 \text{ m}^3/\text{s}$, 渠底纵坡 $i = 1/1000$, 糙率 $n = 0.014$ 。取 $[\Delta B] = 0.02 \text{ m}$, 由式 (16) 得

$$B = 2.121 \left[\frac{pB}{2} \sqrt{1 + (pB)^2} + \frac{1}{2} \ln(pB + \sqrt{1 + (pB)^2}) \right]^{2/15}$$

初设 $B_0 = 3.0 \text{ m}$, 依次迭代得: $B_1 = 2.621 \text{ m}$, $B_2 = 2.546 \text{ m}$, $B_3 = 2.530 \text{ m}$, 于是 $\Delta B = |B_3 - B_2| = 0.016 < 0.02 \text{ m}$ 。迭代 3 次后停止, 已满足精度要求。由此可计算出相应的正常水深 $h_0 = pB^2/4 = 1.467 \text{ m}$ 。

4 结 语

a. 抛物线形、悬链线形明渠横断面尺寸设计直接求解公式, 具有结构简单、直接求解一次成功、计算成果准确等特点, 避免了传统试算法要进行反复试算的弊端, 且精度是以往的试算法难以达到的。关于上述两种形式的曲线形横断面尺寸直接求解公式中的 η 值的确定, 应结合具体情况分析确定, 并在可能的情况下, 以采用接近水力最佳断面的 η 值为佳。

b. 本文提出的两种曲线形明渠正常水深迭代公式收敛迅速。实践证明, 即使初始假设值距真值较远, 一般经 3~4 次迭代便迅速逼近真值, 方法极为简捷, 为工程设计者提供了方便。

参考文献

- 1 季国文. 方圆形无压隧洞横断面水力计算. 海河水利, 1995(3): 30~33
- 2 季国文. 圆形无压隧洞水力计算的简化公式. 海河水利, 1994(6): 32~33

(收稿日期: 1996-04-11 编辑: 张志琴)

(上接第 36 页)

砌是有利的。开裂后的衬砌裂缝不可能完全闭合, 岩体也不可能完全不透水, 外压按体力分析与实际情况应更为符合。利用稳定渗流场理论^[4], 按体力分析发现, 衬砌中的压应力比按面力分析的结果小得多。可见延长隧洞放空时间, 衬砌在抗外压方面不存在太大问题, 实际工程的运行也说明了这一点。如在重要部位(如岔管)外设置排水系统, 这对衬砌抗外压更为安全。

参考文献

- 1 曹克明. 高压隧洞设计讨论. 见: 钟秉章主编. 水电站压力管道岔管蜗壳. 杭州: 浙江大学出版社, 1994. 1~7
- 2 徐芝纶. 弹性力学 上册. 北京: 人民教育出版社, 1982. 85~87
- 3 刘启钊, 陆晓敏. 高水头大直径地下钢筋混凝土岔管研究. 水电站压力管道岔管蜗壳. 杭州: 浙江大学出版社 1994. 187~191
- 4 陆晓敏, 黄文雄. 抽水蓄能电站的建筑物. 水利水电科技进展, 1995, 15(2): 15~18

(收稿日期: 1995-12-29 编辑: 熊水斌)

·简 讯·

建于法国布列塔尼半岛的 Rance 潮汐发电站已运行 30 年, 现已决定, 对该电站再投资 7610 万美元, 计划在 10 年内进行整修和设备更新, 整修工程的重点是 24 台水轮机。该电站是法国布列塔尼半岛唯一的大电站, 提供该岛 90% 用电, 每年发电量达 6 亿 kW·h。

(熊莉芸供稿)