

①

62-63

一种确定岩体边坡稳定性的图解分析法

柴康生, 编译

TU457

(平凉地区水利水电勘测设计院 甘肃平凉 744000)

近年来, 岩土工程学中高边坡岩体稳定性研究和预测取得了重大进展。本文介绍一种确定岩体边坡稳定安全系数最小值的新方法, 该方法以函数微分分析为基础^[1]。

在岩体边坡稳定性研究中, 常会碰到岩体自然坡角 ω 和 δ 与岩层倾角 α 之间的各种不利的组合。此外, 由不同形状的、彼此间相互作用的各岩块单元组成的岩体内部结构和构造特征 (ρ, m, l) 对岩体边坡的稳定性亦有很大的影响。

如图 1 所示, 岩坡边缘至岩体中最大张裂隙的距离 L_z 的大小确定了滑动岩体的质量 P 、滑动面长度 L 和通过张裂隙深度 s_p 的岩体抗拉强度 E 。 L_z 对岩体抗滑力和滑动力之比的影响最大。因此, 为便于分析计算, 方程

$$K_{ms} = \{P \cos \beta \tan \varphi + cL + E[\cos(\beta - \alpha) + \tan \varphi \sin(\beta - \alpha)]\} / P \sin \beta \quad (1)$$

需要简化, 其所有参数均用 L_z 值表示, 代换方法为

$$P \cos \beta \tan \varphi = A_1 + A_2 L_z + A_3 L_z^2$$

$$cL = B_1 + B_2 L_z$$

$$E[\cos(\beta - \alpha) + \tan \varphi \sin(\beta - \alpha)] = c_1 + c_2 L_z + c_3 L_z^2$$

$$P \sin \beta = D_1 + D_2 L_z + D_3 L_z^2$$

其中, $A_1, A_2, \dots, D_2, D_3$ 为系数。

经上述代换后, 方程(1)可以简化成

$$K(L_z) = \frac{M_1 + M_2 L_z + M_3 L_z^2}{D_1 + D_2 L_z + D_3 L_z^2} \quad (2)$$

式中 $M_1 = A_1 + B_1 + C_1, M_2 = A_2 + B_2 + C_2, M_3 = A_3 + C_3$ 。

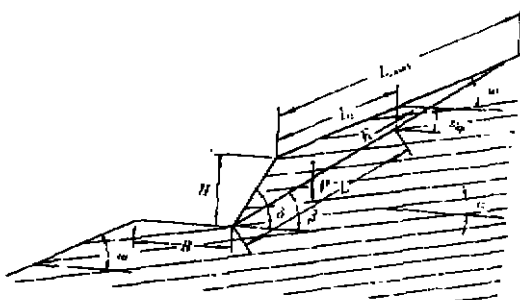


图 1 计算概图

当函数 $K(L_z)$ 有最小值时 (此最小值就是我们所要确定的岩体最小稳定安全系数), 由式(2)很容易求出 L_z 值。由数学知识, 只要令其一阶导数等于零, 解方程 $K'(L_z) = 0$, 便可得到

$$L_z = \frac{-G_2 \pm \sqrt{G_2^2 - G_1 \cdot G_3}}{G_1} = L_{z\mp} \quad (3)$$

式中 $G_1 = M_3 D_2 - M_2 D_3, G_2 = M_3 D_1 - M_1 D_3, G_3 = M_2 D_1 - M_1 D_2$ 。

但是, 式(3)中, 我们只取 L_z 正值, 因为适合于图 1 的函数 $K(L_z)$ 的定义域被限制在区间 $0 \leq L_z \leq L_{z\max}$ 内, 其 $L_{z\max}$ 由下式确定

$$L_{z\max} = \frac{-H(1 - \cot \delta \tan \beta)}{\sin(1 - \cot \omega \tan \beta)} \quad (4)$$

为确定所要计算的函数极值类型, 需要求函数 $K(L_z)$ 对于 L_z 的二阶导数, 但其计算是相当复杂的, 并且出错的概率较大。而对方程(2)进行图解分析却比较直观、简单。这样可以确定函数 $K(L_z)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 区间的变化特征。

由方程(2)分母为零

$$D_1 + D_2 L_z + D_3 L_z^2 = 0 \quad (5)$$

可得该函数的垂直渐近线

$$L_{z1,2} = \frac{-D_2 \pm \sqrt{D_2^2 - 4D_1 D_3}}{2D_3} \quad (6)$$

这些点上, 函数 $K(L_z)$ 出现间断, 当 $L_z \rightarrow \infty$ 时, $K(L_z)$ 的极值为

$$\begin{aligned} \lim_{L_z \rightarrow \infty} K(L_z) &= \lim_{L_z \rightarrow \infty} \frac{M_1 + M_2 L_z + M_3 L_z^2}{D_1 + D_2 L_z + D_3 L_z^2} \\ &= \frac{M_3}{D_3} \end{aligned} \quad (7)$$

这又是函数的水平渐近线。

还可以进一步确定函数 $K(L_z)$ 为零的点

$$L_{z3,4} = \frac{-M_2 \pm \sqrt{M_2^2 - 4M_1 M_3}}{2M_3} \quad (8)$$

在函数 $K = f(L_z)$ 与纵轴相交点, $L_z = 0$, 则有

$$K(L_z) = \frac{M_1}{D_1} \quad (9)$$

至此,函数 $K(L_x)$ 最小值的计算已大大地简化,因为其变化特征是已知的,并可以确定其最小值有或者没有。但必须确定在自变量变化范围 $(0 \leq L_x \leq L_{x\max})$ 内函数的取值范围,在该范围内,当函数有最小值时, $L_{x\text{dp}}$ 和 K_{min} 值可由式(3)和式(2)计算。

图2所示为一计算实例,下面结合此图就前述计算方法作进一步叙述。

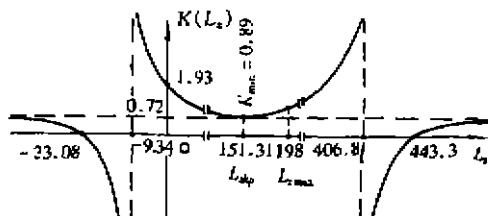


图2 当 $\beta > \omega$ 时函数 $K(L_x)$ 曲线

其原始资料: $H = 30\text{ m}$; $m = l_0 = 0.2\text{ m}$; $\rho = 0.5$; $B = 10\text{ m}$; $c = 1\text{ m/m}^2 (10\text{ kPa})$; $\varphi = 25^\circ$; $\alpha = \beta = 30^\circ$; $\delta = 60^\circ$; $\omega = 25^\circ$; $\gamma = 2.5\text{ t/m}^3$ (ρ 为岩体结构系数, m 和 l_0 分别为平均厚度和岩体中裂缝值)。计算参数: $M_1 = 418.8$, $M_2 = 17.2$, $M_3 = -0.041$, $D_1 = 216.5$, $D_2 = 22.66$, $D_3 = -0.057$

a. 据前述规定:函数 $K(L_x)$ 的变化范围为其取得正值的所有点,这个范围内恒有 $K \geq \lim_{L_x \rightarrow \infty} K(L_x)$ 。这样,函数 $K(L_x)$ 的研究范围也被大大地缩小了,再利用方程(3)和(2)很容易求出 $L_{x\text{dp}}$ 和函数最小值。如图2所示, $L_{x\text{dp}} = 151.3\text{ m}$, $K_{\text{min}} = 0.89$ 。

b. 在一些具体条件的问题中,自变量 L_x 通常在区间内 $(0 \leq L_x \leq L_{x\max})$ 内变化,但函数 $K(L_x)$ 的最小值通常不是出现在曲线的最弯曲处,而是潜在于边界点上,因此,需要特别注意定义域边界点上的函数值。然而,更特殊的情况却是函数 $K(L_x)$ 的曲线的某一支比其下凹部分还要低,因而其边界点上有该区间的绝对最小值,但该值又可能并非函数 $K(L_x)$ 的相对最小值(其相对最小值可能在该区域以外)。如果函数在边界上没有绝对最小值,那么其相对最小值同时也是绝对最小值,如图2所示,其 $K(L_x = L_{x\text{dp}}) = 0.89$ 既是函数 $K(L_x)$ 的最小值,又是定义域内的绝对最小值。

c. 当 ω 与 β 相同,其滑动面又与岩层倾角 α 相同,情况就不大一样,此时 m, D 逐系数取另一值,函数式(2)亦变成一分段函数

$$K = \frac{m_1 + m_2 L_x}{D_1 + D_2 L_x} \quad (10)$$

这是完全有可能的,因为实际中,许多关系式如果不能精确地表达,则应采用分段函数最大限度地逼近。此函数图像为双曲线,其渐近线与两坐标轴平行,如

图3所示。

在这种条件下,函数 $K(L_x)$ 没有最小值。因此,不能利用其一阶导数计算岩坡最小稳定系数,但这时仍然可以求得 $\lim_{L_x \rightarrow \infty} K(L_x) = 0.85$ 。

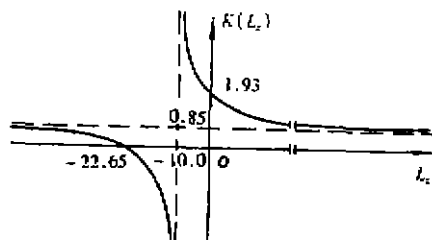


图3 当 $\beta = \omega$ 时函数 $K(L_x)$ 曲线

原始资料: $\alpha = \beta = \omega = 30^\circ$, 其它同图2注。计算参数: $M_1 = 418.8$, $M_2 = 18.49$, $M_3 = 0$, $D_1 = 216.5$, $D_2 = 21.65$, $D_3 = 0$ 。

这一结论在某种程度上可以解释为:具有向分水岭以外相反方向滑动的滑面露头的滑坡过程得到的一些现象。

因此,在上述情况下,本文提出的函数曲线分析法,是比微分方法更理想的一种方法,其有可能查明函数 $K(L_x)$ 的变化特征。再利用现代化计算工具,可大大缩短计算时间。但没有上述全面的预先分析,仍然要花费大量的时间来检查和调试计算程序,并且会影响计算精度。

根据斜坡坡角与滑面倾角的关系,在式(2)分析的基础上可以得出结论:在 L_x 的变化范围内,并非所有情况都有抛物线型关系式。因此当 $L_{x\text{dp}}$ 满足 $K'(L_x) = 0$ 时,函数 $K(L_x)$ 有最小值的结论,只有在其滑动面倾角大于边坡自然坡角($\beta > \omega$)时才是正确的。野外观察结果表明,在滑体后缘通常存在滑坡壁,即有 $z_{\text{dp}} > 0$,因此 $\beta = \omega$ 时的情况是经常的。此时, $K(L_x)$ 为分段函数,其滑动面可能穿过斜坡分水岭。

参考文献

1. Фонарев П. А. Графоаналитический метод определения устойчивости скальных откосов. Геотехнология, 1994(3): 99 ~ 103

(收稿日期:1996-08-27 编辑:马敏峰)

