

以标准差判断水位流量关系曲线的定线精度

16
51-52

张善余 程小春

洪 涛

(黄山市水文水资源局 黄山 245000) (歙县水利电力局 安徽歙县 245200)

P333.6

P333

摘要 从概率论出发,论述了置信水平与标准差、相对误差的关系;并分析了水位流量关系测点标准差与样本标准差的差别,借以利用标准差来判断水位流量关系的定线精度,即 75% 频率的相对误差相当于 1.15 倍标准差,由计算的样本标准差值,可以判断 75% 以上点据与水位流量关系曲线偏离的相对误差是否超过规定范围。

水位-流量关系

关键词 水文统计;标准差;相对误差;水位流量关系曲线;定线精度

SD244—87《水文年鉴编印规范》提出,凡稳定的水位流量关系曲线,较长时段稳定的临时曲线及经单值化处理的关系曲线,都应进行符号检验,即适线检验及偏离数值检验,并应计算标准差,作为一项正式资料刊布。

标准差是点据散乱程度的标志,对于评定和控制水位流量关系线的定线精度和指导测验工作都有重要意义。

本文根据理论概率的概念,讨论了如何由标准差判断水位流量关系线的定线精度。

1 原 理

从概率论知,随机误差服从高斯正态分布规律,一般正态分布的概率函数为

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-u)^2}{2\sigma^2}} \quad (1)$$

式中: u 为均值; σ 为均方差(或称标准差); x 为随机变量。

当 $u=0, \sigma=1$ 时,则为标准正态分布,其概率密度函数为

$$\varphi(x) = f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (2)$$

则 $u = x \pm c\sigma$ (或 $x = u \pm c\sigma$) (3)

以 $P(x)$ 表示正态分布区间概率,则

$$P\{(u - c\sigma) \leq x \leq (u + c\sigma)\} = \int_{u-c\sigma}^{u+c\sigma} \varphi(x) dx = 1 - \alpha \quad (4)$$

式中: c 为置信系数; $(-c\sigma, +c\sigma)$ 为置信区间; α 为显著性水平; $P = 1 - \alpha$ 称为置信水平。

$u \pm c\sigma$ 可理解为统计区间,根据式(4)或应用正态概率积分表可以求出区间 $[u - \sigma, u + \sigma]$, $[u - 2\sigma, u + 2\sigma]$, $[u - 3\sigma, u + 3\sigma]$ 的概率,即距离中心 u 为 $\pm\sigma, \pm 2\sigma, \pm 3\sigma$ 范围内的概率如下:

$$P\{|x| \leq \pm\sigma\} = 0.683$$

$$P\{|x| \leq \pm 2\sigma\} = 0.955$$

$$P\{|x| \leq \pm 3\sigma\} = 0.997$$

此处 $|x|$ 称为随机不确定度,系指测量值可能出现误差的上界值,被测定的真值能以规定概率落入该界值所包围的区间之内,该规定的概率即为置信水平,若取 $\alpha = 5\%$,则相应的置信区间为 $\pm 2\sigma$,即误差超出该范围的可能性为 5%,落在该范围内的可能性为 95%。同理,如取 $|x|$ 为 $\pm 1.15\sigma$,其相应的置信水平为 75%。则 75% 频率的相对误差相当于 1.15 倍标准差 S (或均方差 σ),即 $\delta_{75\%} = 1.15S$ 。我国水文测验规范对稳定水位流量关系曲线定线要求是以 75% 以上累积频率来控制相对误差指标的。

2 水位流量关系测点标准差 S_e 与样本标准差 S 的关系

由 SD244—87 可知,水位流量关系测点标准差 S_e 为

$$S_e = \left[\frac{1}{n-2} \sum \left(\frac{Q_i - Q_{ei}}{Q_{ei}} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (5)$$

$$\text{令 } P_i = \left(\frac{Q_i - Q_{ei}}{Q_{ei}} \right)^2, \quad \bar{P} = \frac{1}{n} \sum P_i$$

$$\text{则 } S_e = \left(\frac{1}{n-2} \sum P_i \right)^{1/2} \quad (6)$$

式中: Q_i 为实测流量, m^3/s ; Q_{ei} 为 Q_i 相应的水位流

量关系曲线上的流量, m^3/s ; P_i 为测点与关系曲线的相对偏离值, %; $\bar{P}$ 为平均偏离值, %; n 为测点总数。

样本标准差公式为

$$S = \left[\frac{\sum (P_i - \bar{P})^2}{n - 1} \right]^{1/2} \quad (7)$$

或
$$S = \frac{\sum P_i^2 - n\bar{P}^2}{n - 1} \quad (8)$$

可知, 当 n 很小, 且 $\bar{P} \neq 0$ 时, $S_e > S$

$$S_e = KS, \quad K = S_e/S$$

当 $\bar{P} = 0$ 时, $K = \left(\frac{n-1}{n-2} \right)^{1/2}$, 因此可由水位流量关系标准差 S_e 求得样本标准差 S 。

3 以标准差判断水位流量关系线的定线精度

现以黄山地区渔梁站和临溪站为例, 其 $n, \bar{P}, S, S_e, K$ 之间关系见表 1。

表 1 $n, \bar{P}, S, S_e, K$ 之间关系

站名	年份	n	$\bar{P}$	S	S_e	K
渔梁	1989	44	0.00430	0.04005	0.041	1.024
渔梁	1990	27	0.06890	0.02485	0.025	1.006
临溪	1990	38	0.00095	0.07000	0.071	1.014

按公式 $K = \left(\frac{n-1}{n-2} \right)^{1/2}$, $\bar{P} = 0$, 且 $n = 10, 15, 20, 25, 30, 35, 50$ 时, K 分别为 1.061, 1.038, 1.027, 1.022, 1.018, 1.015, 1.010。

同样可计算得到不同 $\bar{P}$ 值时的 K 值。

由上述知, 为 n 很大时, $K \approx 1, S \approx S_e$ 。

渔梁站 1990 年建立水位流量关系曲线共测 27 次, 按 SD244—87 规范规定, 要求 75% 以上的点子与关系曲线偏离相对误差限度高水不超过 5% (流速仪测流点子) 至 8% (浮标测流点子), 低水位不超过 8% (流速仪测流点子) 至 11% (浮标测流点子), 并计算得 $\bar{P} = 0.069$, 则由公式算得: $S = 5/1.15 \sim 8/1.15 = 4.35\% \sim 6.96\%$, $S_e = 4.44\%$ 。若中高水用流速仪测流时, S 值不应超过 4.35%, S_e 不应超过

4.44%。实际计算 $S = 0.02485$, $S_e = 0.025$, 远小于上述数值, 达到规范要求, 定线合理, 由计算知 $\delta_{75\%} = 2.48\% \times 1.15 = 2.85\%$ 。

换言之, 1990 年渔梁站 27 次实测流量点定线精度已有 75% 以上点子偏离关系线不超过 2.85%。

按不同的 n 及 $\bar{P}$ 值, 可由 $\delta_{75\%}$ 及 K 值计算不同的 S 及 S_e 值 (见表 2)。

表 2 $\bar{P} = 0$ 时不同 $\delta_{75\%}$ 精度指标的 S 及 S_e 值

$\delta_{75\%}$ 限度/%	S 限度/%	S_e 限度/%	n
± 5	4.35	4.4 ~ 4.6	10 ~ 50
± 7	6.09	6.2 ~ 6.5	10 ~ 50
± 8	6.96	7.0 ~ 7.4	10 ~ 50
± 10	8.70	8.8 ~ 9.2	10 ~ 50
± 11	9.57	9.7 ~ 10.2	10 ~ 50
± 12	10.40	10.5 ~ 11.1	10 ~ 50
± 15	13.00	13.2 ~ 13.8	10 ~ 50

注: $S = \delta_{75\%}/1.15, S_e = KS$ 。

如新亭站 1996 年共测流量 31 次, $S_e = 0.041$, $S = 0.04031$, $\delta_{75\%} = 0.04031 \times 1.15 = 0.046$, 即 75% 以上的点子与曲线的偏离值没有超过 4.6%。

4 结 语

从给出的标准差, 可直观地判断水位流量关系线的定线精度。一般取置信水平 $(1 - \alpha) = 0.75$, 即 1.15 倍标准差, 要求定线精度指标 75% 以上的点与关系曲线偏离相对误差不超过 $\pm 5\% \sim \pm 8\%$, 则 S 值不应超过 $5/1.15 \sim 8/1.15$, 即 $4.35\% \sim 6.96\%$, 否则要重新定线。

参考文献

- 1 SD224—87 水文年鉴编印规范
- 2 金光炎. 水文水资源随机分析. 北京: 中国科学技术出版社, 1993. 76 ~ 77
- 3 长江流域规划办公室水文局. 水文测验国际标准与说明. 贵阳: 贵州人民出版社, 1984. 179 ~ 181
- 4 袁建球. 水位流量关系测点标准差浅析. 水文, 1993(5): 39 ~ 41

(收稿日期: 1998-06-04 编辑: 张志琴)

·简讯·

地下水 2000 年: 地下水研究国际会议将在哥本哈根召开

地下水 2000 年: 地下水研究国际会议将于 2000 年 6 月 6 ~ 8 日在丹麦哥本哈根召开。这次国际水文计划资助的会议由丹麦技术大学地下水研究中心和丹麦水资源委员会召集。主要集中以下三个问题: 含水层特性、控制过程、有机成分、污染及原始含水层的氧化过程、地下水保护及恢复技术。送交摘要截止期为 1999 年 9 月 1 日。详情请洽: <http://www.isva.dtu.dk/grc/gw2000>, or contact: GW2000, Groundwater Research Centre, Technical University of Denmark, Building 115, DK-2800 Lyngby, Denmark. tel.: +45 45251400; fax: +45 45932860; e-mail: gw2000@isva.dtu.dk

(摘自《国际水文计划信息》1998 年, 总第 15 期)