

岩土工程反分析的非确定性模型研究与发展

陈 斌, 卓家寿, 刘 宁

(河海大学土木工程学院, 江苏 南京 210098)

摘要:简要叙述岩土工程反分析的主要方法, 以及非确定性反分析的概念, 介绍目前具有代表性的极大似然法、贝叶斯法、卡尔曼滤波器等随机反分析的研究情况, 并就各种模型的特点、适用性进行对比分析, 列举了两例非确定性反分析的工程应用实例, 对岩土工程非确定性反分析研究的发展方向, 阐述了作者的认识, 认为非确定性反分析的研究应结合随机有限元方法, 除了要得到待求参数均值外, 还应考虑其方差的反演, 在现有非确定性反分析研究的理论方法上应有新的突破。

关键词:岩土工程; 岩石力学; 反分析; 随机分析

中图分类号: TU452; O241

文献标识码: A

文章编号: 1006-7647(2001)05-0005-04

岩体的形成是一个极其复杂的过程, 致使其存在大量节理、裂隙、孔隙、地下水等, 而使岩体成为一种由多介质构成的不连续体。由于岩土材料物理特性如力学特性非常复杂, 要想用解析手段预测地下洞室、隧道、大坝与桥梁基础等多种地下结构物的力学动态, 就必须建立精度很高的本构关系式。本构关系越复杂, 要输入的参数就越多, 且不论这些参数在室内或现场测试多么困难, 相应于诸多的力学参数, 其中的人为因素也必然很大。因此, 20 世纪 70 年代初人们开始注意由现场量测信息确定各类计算参数的研究。自 Kavanagh 和 Clough 发表反演弹性固体的弹性模量的有限元法之后, 1976 年在约翰内斯堡的岩土工程勘测研讨会上 Kirstan 提出了量测变形反分析法, 经 Maier, Gioda, Sakurai 等许多学者的发展, 反分析方法已成为目前解决复杂岩土问题的主要方法之一^[1]。

然而, 岩土工程研究所面临的是一个非确定性过程, 存在着大量的不确定信息, 确定性模型难以概括复杂多变的岩土工程力学特性。因此, 进入 20 世纪 90 年代以来, 运用随机系统论的方法进行岩土工程反演分析, 建立非确定性的模型研究已日益引起国内外学者的关注。

1 岩土工程反分析方法概述

所谓反分析法, 即以现场量测到的反映系统力学行为的某些物理信息量(如位移、应变、应力或荷

载等)为基础, 通过反演模型(系统的物理性质模型及其数学描述, 如应力与应变关系式), 反演推算得到该系统的各项或一些初始参数(如初始应力、本构模型参数、几何参数等)的方法^[2,3], 其最终目的是建立一个更接近现场实测结果的理论预测模型, 以便能较正确地反映或预测岩土结构的某些力学行为。根据现场量测信息的不同, 岩土工程反分析可以分为应力反分析法^[4]、位移反分析法^[5]及应力(荷载)与位移的混合反分析法^[6,7]。由于位移信息较易获取, 因此位移反分析法应用最为广泛。

如果按计算方法划分, 位移反分析法又可分为解析法^[8]和数值法^[9]。解析法的优势在于概念明确、计算速度快, 但只适宜求解简单几何形状和边界条件下的线粘弹性和无支护洞室问题。数值法则主要用于解决复杂工程性态和非线性问题。因此, 数值法对于复杂的岩土工程更具有普遍的适应性。

就数值法的求解过程而言, 它可以划分为逆解法^[10]、直接法^[11]、正反耦合法^[12]、图谱法^[13]、神经网络法^[14]和模糊法^[15]等。

逆解法是采用与“正分析”相反的解析过程, 反推得到逆方程, 从而解得待求反演参数(初始地应力参数或力学特性参数)。显然, 上述求解过程的必要条件是实际量测的位移数据的个数不能少于欲求未知量的个数。且当量测得的位移个数大于未知量个数时, 需采用优化方法以期求得最佳值。该法的优点是计算速度快, 可一次求解出所有待定参数, 但仅适

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(59809003)

作者简介: 陈斌(1964—), 男, 四川安岳人, 博士研究生, 从事土石坝随机反分析研究。

用于线弹性等比较简单的问题。

直接法(也称直接逼近法)是直接采用“正分析”的过程和格式,利用最小误差函数通过迭代优化,逐次修正待定参数的试算值,直至逼近最优值。这种应用迭代逼近和最优化的方法,可利用现有的正算程序,适应性强,可用于线性及各种非线性的复杂岩土问题的反分析,是目前工程应用的主要方法。不足之处在于计算时间长,计算前需给出各待定参数的取值区间和试算值,且当未知量较多时,收敛速度慢,解的稳定性差。

正反耦合法是基于区域分裂法的原理将直接法和逆解法相结合的算法。即将岩体弹性区域和塑性区域分开计算,弹性区域上用反算法,塑性区域上用正算法,再利用区域分裂法通过弹性区域与塑性区域之间的重叠部分将两者结合起来,从而使整个计算区域的问题得以求解。就岩土工程而言,大部分发生的是弹性变形,将弹、弹塑性区域划分开来,则反算的非线性有限元数目可以大大减少,这对减少计算工作量、提高分析效率有着积极的意义。但由于其计算收敛的前提条件是每步计算的结果必须惟一,而目前尚不能很好解决反分析解的惟一性问题,因此该法在实际计算中常常难以收敛。

图谱法是中科院地质所杨志法教授^[13]提出的一种通过位移反分析求初始应力水平分量和弹性模量的实用图解位移反分析法。该法将岩体视为弹性介质,通过有限元计算得到相应于不同弹性模量下的位移与初始应力水平分量的关系图(直线),根据实测位移值利用上述关系图建立一系列图谱和图表,由相似原理反推初始地应力水平分量和弹性模量。这种方法结合计算机检索,可以方便地解决线弹性反分析问题,且具有较好的精度。但其结果对输入较为敏感,且仅适用于弹性介质。

神经网络法是采用神经网络的系统辨识理论,根据岩土工程力学正分析的理论和方法,先建立系统输入和输出的正分析求解样本,再用神经网络对这些样本进行系统的逆辨识学习,从而得到反分析的解。但神经网络中被辨识系统的基本特性属于完全辨识问题,亦即“黑箱问题”,而工程上的辨识问题多为“灰箱问题”,因此它在求解学习过程中,无法对已有的先验信息加以区别和利用。

模糊法是将常规的反分析方法与模糊有限元法结合起来考虑岩土工程反分析问题中的不确定性的一种反分析形式。它还可以通过模糊分析得到反演参数的敏感性系数及反演结果的可靠度。由于模糊分析首先要确定隶属函数,但这在模糊理论中仍是一个尚有争议的领域。因而该法在实际应用时,隶属

函数的确定含有较大的人为因素。

2 岩土工程及其研究方法的非确定性

众所周知,岩土工程所研究的系统是一个高度复杂的非确定系统。首先,岩土材料本身带有其固有的时间和空间域上的可变性和不确定性,它受到材料的物理性质、荷载大小与性质、温度、时间、加载速率以及应力历史和加载路径等多种因素的综合影响;其次,现场量测到的信息也并非原状岩土的主观值,而是自然岩土系统与人为量测系统之间相互作用的信息,其本质是不确定的和随机的。此外,反分析所采用的反演模型无一不是在考虑工程因素、岩体特性及其它未知、随机因素意义下的“综合”半经验数学表达式。因而反分析自始至终都是“灰色”或“等效”含义下的方法,则其所反演得到的参数也只是一“灰参数”或“等效参数”或“综合参数”,已与原含义不尽相同,其物理概念已不复存在。此时得到的待求参数的意义,仅在于利用该值进行计算,可以得到与实际情况比较一致的分析结果^[16]。

在现实系统中,岩土工程施工必将引起周边岩土体的移动变形,但变形的大小则是不确定的,它除受到上述诸多因素影响外,还受到施工工艺、施工参数等因素的影响。这些因素中不但包含随机性(如岩土性质本身的可变性,参数测试和预测的不准确性等),也包含有模糊性(如岩土类属划分,计算模式识别等),从而促成了岩土体变形的随机模糊特性。所以,如果无视量测信息的不确定性和反演模型的非确定性,将可能导致分析结果的离散。引入随机和模糊等数学理论来处理岩土工程中的随机、模糊因素,也就成为岩土工程研究发展的必然趋势。

3 非确定性反分析的研究

非确定性反分析是指应用概率论、数理统计、随机过程、模糊数学、灰色系统理论或分形几何等不确定性数学工具来分析量测信息的不确定性,反演模型的非确定性,并考虑参数的先验信息(即量化的工程师经验,实验室的试验结果以及一切关于被反演参数的已知量化信息与有关的基本定律等)等,建立不同的目标函数,以之来进行不确定性参数的反分析。目前应用较多的是建立在随机理论基础上的极大似然(maximum likelihood)反分析、贝叶斯(Bayes)反分析、卡尔曼滤波(Kalman filtering)反分析等。

极大似然反分析法是利用极大似然率的概念,在考虑参数先验信息和量测位移的统计特性的前提下,建立似然函数

$$L(P) = kf(u | p) \quad (1)$$

式中: k 为任意常量; $f(u|p)$ 表示在量测到的位移 u 的条件下, 待求参数 p 取一定值的概率。

显然, 使 $L(p)$ 取极大值的 $\hat{p}$ 即为待求参数的最佳估计值。由此导出的目标函数便是概率反分析的目标函数。Ledesma 等用极大似然法反算一大型地下工程围岩弹性模量和初始地应力场侧压力系数, 取得了理想的效果, 其反分析结果与量测值拟合很好。^[17,18] 袁勇等^[10,19]研究了用于反算围岩弹塑性参数的极大似然法, 推导了这一方法与贝叶斯法和最小二乘法的关系。Hoshiya 等^[20]提出了基于极大似然法的随机有限元参数估计, 但就极大似然法的定义而言, 它仅考虑了观测信息的统计特性, 忽略了待求参数的不确定性, 这就难免存在不尽如人意之处。

贝叶斯反分析是在 Bayesian 理论的基础上, 将参数的先验信息、量测信息的不确定性, 按贝叶斯法则考虑在目标函数中, 即由似然函数导出待求参数向量 x 的后验概率密度函数的表达式, 取自然对数, 使对原密度函数求最大值转化为下列函数的极小值:

$$J(x) = [u^* - u(F, x)]^T (Cov_e)^{-1} [u^* - u(F, x)] + [\bar{x} - x]^T (Cov_x)^{-1} [\bar{x} - x] \quad (2)$$

式中: u^* 为实测位移值列阵; u 为计算位移值列阵; F 为荷载列阵; $\bar{x}$, Cov_x 为 x 的均值及协方差阵; Cov_e 为 $(u^* - u)$ 的协方差阵。

最后采用优化方法求得参数的最佳估计, 并在自循环迭代时, 可以将前次结果作为本次计算的参数先验信息, 不断更新以取得更准确的分析结果。1979 年 Asaoka 等^[21]开始将贝叶斯反分析用于地基加固和沉降预测。20 世纪 80 年代初, Cividini 等^[22]研究了基于理论的静态岩土贝叶斯反分析模型。随后 Gioda 等^[23]将贝叶斯反分析推广到现场量测和地下洞室开挖中。黄宏伟等^[10]提出了考虑荷载、变形不确定性(普通贝叶斯法分析一般只考虑变形的不确定性)的贝叶斯广义参数反分析, 并可由此基于 Bayesian 的广义参数反分析推出极大似然反分析、马尔可夫(Markov)反分析及最小二乘反分析。Honjo 等^[24]根据决策信息论中 AIC(akaike information criterion)准则和最大熵准则, 导出了综合客观信息(如观测数据)与主观信息(如先验信息)的广义贝叶斯反分析, 进而由观测数据的质量和数量推算预测模型的最佳阶数。尽管贝叶斯反分析对参数的先验信息、量测信息的不确定性都有所考虑, 但在具体数值计算时, 多采用确定性有限元方法, 且由于在对有限元支配方程求导的实现难度较大, 尚无法得到待求参数的方差估计。

卡尔曼滤波反分析是将结构的被观测量的随机

过程按建立在状态空间法和正交投影理论上的线性差分方程表示, 采用离散时间滤波器, 进行有限元迭代优化计算。1984 年 Bittanti 等首次采用卡尔曼滤波器进行了结构塑性问题反分析^[10]。同年 Hoshiya 等^[25]第一次将卡尔曼滤波技术结合到有限元方法中。1985 年 Murakami 等^[26]用卡尔曼滤波器与有限元结合的方法解决了混凝土坝及基础稳定的反分析问题。Hoshiya(1992)、蒋树屏(1993)、Suzuki(1994)和 koh(1994)等对这一方法的研究有所发展^[10], 采用扩张的卡尔曼滤波器与有限元法结合, 使用耦合概率方法和数值方法, 将待求参数的当前滤波新信息量视为前一步滤波量的非线性函数, 观测方程取泰勒(Taylor)级数展开的一阶近似, 建立考虑了先验信息并不断修正的随机动态系统, 使其最终获取待求参数的较优状态估计值。其最优滤波递推方程为

$$\hat{x}_t|_t = \hat{x}_t|_{t-1} + K_t \cdot [Z_t - h_t(\hat{x}_t|_{t-1})] \quad (3)$$

$$\hat{x}_{t+1}|_t = f_t(\hat{x}_t|_t) \quad (4)$$

式中: x_t 为待求参数向量; Z_t 表示时刻 t 时的全部观测值向量的一组样本实现; $\hat{x}_t|_t$ 为 Z_t 条件下, 时刻 t_t 的状态量 x 的滤波估计(观测更新); $\hat{x}_{t+1}|_t$ 为时刻 t_{t+1} 的状态量 x 的进一步预报估计(状态迁移); K_t 为卡尔曼增益矩阵; h_t 为时刻 t_t 的观测矩阵, 为状态量 x 的非线性向量函数; f_t 为状态迁移矩阵, 为状态量 x 的非线性向量函数。从而将卡尔曼滤波器的方法引入到了非线性动态系统中, 从反映岩体变形的动态随机过程来看, 采用扩张的卡尔曼滤波器法, 无疑较原有方法更为合理。但在实际计算时, 其中的协方差矩阵等的取值带有较大的经验性, 且暂未看到该法在弹塑性问题方面的应用。

上述随机反分析方法只对输入、输出的不确定性进行了研究, 并没有对有限元分析中计算模型的不确定性加以考虑。为此, 黄宏伟^[10]对基于随机有限元的参数随机反分析做了尝试性的工作。由于随机有限元考虑的是计算模型的不确定性, 因而, 该法在对实际随机场的模拟中, 较前述方法更具合理性。但受计算方法的限制, 目前还只局限于具有各向同性均匀应力场的线弹性材料。

刘维宁^[27]以信息论为基础, 推导了岩土工程逆问题的反演定理, 指出“后验信息量 = 先验信息量 + 观测信息量 + 理论信息量”这一唯一确定的岩土工程反分析综合形式公式, 并证明了在三种特殊情况下, 这一定理自然退化为反分析中的逆解法、直接法和贝叶斯法。为反分析中综合考虑观测、经验及理论分析的不确定性研究开辟了一条新的途径。文献^[10]提出了强壮性目标函数的概念, 根据 Bhattacharya 信息不等式推导出更具一般意义的目标函

数,能由复杂量测条件下,有效地利用位移测值反演出准确可信的成果。

4 非确定性反分析的工程应用

如前所述,岩土工程反分析的非确定性模型研究是伴随着工程中的成功应用而日益深入发展的。

文献[28]中采用自行编制的扩张卡尔曼滤波器有限元程序,对一长1336m,单洞净宽10m,净高7.2m的公路隧道进行了分析计算。其断面埋深140m,测线数为5,历时37d,量测13次,各参数及估计误差协方差在滤波初期变化较大,不久便趋于平稳。由经时序滤波估计后的围岩参数,还可求得各时刻相应的剪应变分布及塑性区域估计,再根据计算的塑性区分布进行工程设计,取得了良好的工程效益。

文献[10]针对天生桥一级电站一高跨均为5m的方圆形试验洞室,采用强壮性极大似然法反演目标函数,取得了满意的效果。该试验洞室总长6m,收敛计算精度为0.03mm,共布有6条位移计测线,进行了10次位移收敛量测。由于各量测断面及各测线的量测精度不同,统计检验表明已无法用多维正态分布来描述其误差性质。而采用强壮性目标函数反演分析,通过残差检验表明结果具有较好的可信度。

5 需进一步研究的问题

由于岩土工程的复杂性,解析法的求解难以实现,因此,数值反分析法就成为解决这一工程问题的有效手段。反分析的发展又为数值分析封闭系统“观测—反分析—正分析(预测)—观测”的形成起到了有力的推动作用。而非确定性模型的研究为岩土工程全过程的综合动态分析奠定了良好的基础。但岩土工程非确定性反分析研究毕竟是最近10年才开始,为使其成果成熟化,有必要进一步深入研究。

a. 目前主要是建立以位移量测误差的概率性质为基础的准则函数的非确定性反分析研究。其数值计算多采用的是确定性有限元方法,因而反演得到的参数不能全面反映结构本身(如材料性能、结构尺寸等)的非确定性。如果能使随机有限元方法与上述反分析方法有机结合,并进而实现系统模型辨识与可靠性预测的封闭,将促使岩土工程的研究踏上一个新台阶。

b. 从现有的方法来看,反分析的结果多为待求参数的均值,而其方差的反演由于对一些项的求导较困难,故对于非线性模型,目前难以得到方差的估计值。因此,获取非线性模型待求参数的方差,促使随机反演与预测的完美结合,应是今后值得深入研

究的课题。

c. 在反分析研究的发展上,应考虑研究与应用并举。一方面拓宽理论研究,建立统一的随机反分析模型;另一方面需加强应用领域的开发,使现场工程技术人员能够得到界面友好、操作简单的应用软件。

d. 对观测信息、先验信息及理论信息的统计特性及相互关系进行深入研究,为优化算法提供依据。

e. 开拓非确定性反分析在模糊、耗散、混沌、分形领域的研究,以及位移场与渗流场和温度场的耦合研究。

参考文献:

- [1] 王芝银,杨志法,王思敬.岩石力学位移反演分析回顾及进展[J].力学进展,1998,28(4):448~498.
- [2] Yang L, Sterling R L. Back analysis of rock tunnel using boundary element method[J]. J of Geotechnics Engineering, 1989, 15(8): 1163~1169.
- [3] 袁勇,孙均.岩体本构模型反演分析识别理论及其工程应用[J].岩石力学与工程学报,1993,12(3):232~239.
- [4] Kaiser P K, Zou D H, Lang P A. Stress determination by back-analysis of excavation-induced stress changes[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 1990, 23(3):185~200.
- [5] 刘维倩,黄光远,穆永科,等.岩土工程的位移反分析法[J].计算结构力学及其应用,1995,12(1):93~101.
- [6] 刘怀恒.支护荷载反演及安全度预测[J].西安矿业学院学报,1991,11(4):1~8.
- [7] 李云鹏.支护位移反分析中的几个实用问题[A].首届全国岩土力学与工程青年工作者学术讨论会论文集[C].杭州:浙江大学出版社,1992:186~189.
- [8] 薛琳.岩体粘弹性力学模型的判别定理与应用[J].岩土工程学报,1994,16(5):1~10.
- [9] Gioda G, Sakurai S. Back analysis procedures for the interpretation of field measurements in geomechanics[J]. Int J for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1987(11): 555~583.
- [10] 孙均,蒋树屏,袁勇,等.岩土力学反演问题的随机理论与方法[M].汕头:汕头大学出版社,1996.
- [11] Gordon A F. Estimation for stochastic soil models[J]. J of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1999(7): 470~485.
- [12] 李皓,唐新军,朱焕春.岩体工程正反耦合位移反分析初探[J].武汉水利电力大学学报,1997,30(4):42~45.
- [13] 杨志法,刘竹华.位移反分析在地下工程设计中的初步应用[J].地下工程,1981(2):20~24.
- [14] Zaman M, Hossain M I, Faruque M O. Creep constitutive modeling of rock salt and evaluation of model parameters using optimization technique[J]. Indian Geotechnical Journal, 1997, 27(3):221~240.
- [15] 林育梁,樱井春辅.应用模糊有限元法的一种反分析形式[J].岩土工程学报,1995,17(5):48~56.

(下转第27页)

淹没损失等。

3.3.4.2 建立排序模型

逼近于理想解的排序方法是借助于多目标决策问题的“理想解”和“负理想解”去排序。虽然,原有方案集中一般并没有这种理想解和负理想解,但若将实际解与理想解和负理想解作比较,如其中有一个解最靠近理想解,同时又远离负理想解,这个解即是方案集中最好解,用这种方法可将所有方案排序。

推广到一般情况,设研究 n 个方案和 m 个属性的决策问题,采用欧几里得范数作为距离测度,解 x^i 到理想解 x^* 的距离。

$$S_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^m (x_{ij} - x_j^*)^2} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

式中: x_{ij} 是解 x^i 的第 j 个分量,即第 j 个属性的规范化加权值; x_j^* 是理想解 x^* 第 j 个分量。类似,可定义解 x^i 对负理想解 x^- 的距离。

$$S_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^m (x_{ij} - x_j^-)^2} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

此外,还定义某一解 x_i 对理想解相对接近度为

$$C_i^+ = \frac{S_i^-}{S_i^+ + S_i^-} \quad 0 \leq C_i^+ \leq 1$$
$$i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

因此,如 x^i 为理想解 x^* ,则 $C_i^+ = 1$;如 x^i 为负理想解 x^- ,则 $C_i^+ = 0$ 。一般解(方案) C_i^+ 值为 $0 \sim 1$, C_i^+ 值愈接近 1,则相应方案愈应排前。

3.3.5 多目标决策评价结果

根据碛口、古贤水库的定性指标隶属度值、定量指标值,按照上述模型分别计算两工程相应的无量纲化指标值、权重值、理想解、负理想解等。经计算,先期开发碛口、先期开发古贤对理想解相对接近度分别为 0.4758 和 0.5242。由此可见,先期开发两工程的任一个,对理想解的接近程度均在 0.5 左右,相对而言,先期开发建设古贤水利枢纽略有优势。

4 结 论

a. 在小浪底水利枢纽建成之后,需要继续建设黄河干流控制性骨干工程,无论先建碛口或先建古贤工程,对实现黄河下游的长治久安、进一步开发黄河的水利水电资源、发展国民经济都是有利的。

b. 为了以较少的投入产生较大的效益,在小浪底工程建成之后,先期开发建设碛口水利枢纽较有利;但综合考虑社会、经济、生态环境因素,先期开发古贤水利枢纽较有利。考虑到黄河干流骨干工程的开发建设应以社会、生态环境效益为主,本研究推荐先期开发古贤水利枢纽。

参考文献:

- [1] 陈珏. 决策分析[M]. 北京:科学出版社,1987.
- [2] 许树柏. 层次分析法原理[M]. 天津:天津大学出版社,1988.
- (收稿日期:2000-03-06 编辑:张志琴)
- (上接第8页)
- [16] 王芝银、李云鹏. 岩土力学数值分析进展与思考[A]. 岩石力学理论与实践[C]. 郑州:黄河水利出版社,1997(6):7~13.
- [17] Ledesma A, Alonso E E. Probabilistic back analysis using a maximum likelihood approach [A]. Proceedings 12th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering[C]. Brazil, 1989(2):849~852.
- [18] Ledesma A, Gens A, Alonso E E. Estimation of parameters in geotechnical back analysis — I: Maximum Likelihood Approach [J] Computers & Geotechnique, 1996, 18(1):1~27.
- [19] 袁勇. 围岩弹塑性参数反算的极大似然法[J]. 工程勘察, 1991(5):5~7.
- [20] Hoshiya M, Yoshida I. Identification of conditional stochastic Gaussian field[J]. J of Engineering Mechanics ASCE, 1996, 122(2):101~108.
- [21] Asaoka A, Matsuo M. Bayesian approach to inverse problem in consolidation and its application to settlement predication[A]. Proceedings 3rd International Conference on Numerical Method in Geomechanics[C]. Archen, 1979.
- [22] Cividini A, Maier G, Nappi A. Parameter estimation of a static geotechnical model using a Bayes' approach[J]. Int J Rock Mechanics Mining Science & Geotechnical Abstract, 1983, 20(5):215~226.
- [23] Gioda G, Sakurai S. Back analysis procedures for the interpretation of field measurements in geomechanics[J]. Int J for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1987(11):555~583.
- [24] Honjo Y, Liu W T, Soumitra G. Inverse analysis of an embankment on soft clay by extended Bayesian method[J]. Int J for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1994(18):709~734.
- [25] Hoshiya M, Saito E. Structural identification by extended Kalman filter[J]. J of Engineering Mechanics, ASCE, 1984, 110(12):1757~1770.
- [26] Murakami A, Hasegawa T. Observational prediction of settlement using Kalman filtering theory[A]. Proceedings 5th International Conference on Numerical Method in Geomechanics[C]. Nagoya, 1985.
- [27] 刘维宁. 岩土工程反分析方法的信息论研究[J]. 岩石力学与工程学报, 1993, 12(3):193~205.
- [28] 蒋树屏. 扩张卡尔曼滤波器有限元耦合算法及其隧道工程应用[J]. 岩土工程学报, 1996(2):11~19.
- (收稿日期:2000-04-17 编辑:张志琴)