

后方交会的严密平差方法

杨 浩, 智文河, 丁学政

(黄河水利委员会勘测规划设计研究院, 河南 郑州 450003)

摘要:介绍工程测量中选取控制点的一种定位方法——后方交会的严密平差方法,采用严密平差的方法能获得比一般后方交会计算方法更为精确的未知点的坐标,同时能够进行验后方差估计及可靠性分析,这是一般后方交会计算方法所不可能具备的。

关键词:工程测量;后方交会方法;控制点

中图分类号:P221;O241.5

文献标识码:A

文章编号:1006-7647(2001)07-0152-02

在紧张的施工区域,由于控制点受机械因素和施工因素的破坏程度很大,大多数用于工程测量的新建立起来的控制点一般只能使用一次便因为机械施工因素的影响而不复存在。所以,后方交会方法在建立一次性测站点时,将显示其极大的优越性。

后方交会方法作为一种既高效又精确的定位方法,已成为常规外业定位方法中的优秀方法,在已知控制点比较多且目标便于照准(一般是观测墩)的工程区域,该方法应作为首选定点方案。

然而,在以往使用后方交会方法时,计算工作大多是由三个已知点求得未知点的坐标,由第四个方向作检查,当检查方向符合一定要求时为止。或者,由前述计算出二组或几组坐标求其平均值后作为最后成果。这种计算方法的优点在于简便易行,但缺乏理论上的严密性,在精度方面有一定损失,无法确定验后方差(单位权中误差)的估值及所求点的点位中误差,无法利用先进理论进行粗差定位等。

本文建议采用严密的按方向的平差方法,使后方交会这种早期的定位方法有一个更完美的计算结果,在精确求得未知数的同时,也对测量结果精度及模型的可靠性进行必要的分析。

1 一般方法

求解后方交会未知点坐标的一般方法很多,可选择一种认为比较简单的解法即可,为避免危险圆的存在,应至少计算出两组未知点的坐标,当其纵横坐标差不超过一定量或相差不大时作为最后结果,求得的未知点的坐标作为平差时坐标未知数的近似值。

2 平差方法

2.1 误差方程的组成与解算

如图1所示, i 为设站点, R_{ij} 为 i 到已知点 $j(j=1,2,\dots,n)$ 方向的方向观测值。

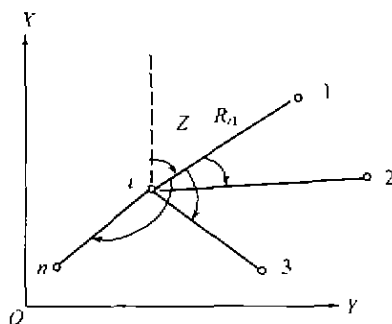


图1 方向观测示意图

方向观测值的方程式为

$$v_{ij} = -\delta_z - a_{ij}\delta_x - b_{ij}\delta_y + l_{ij} \quad (1)$$

式中: δ_z 为测站的定向未知数参数; $a_{ij} = \rho \Delta y_{ij} / S_{ij}^2$; $b_{ij} = \rho \Delta x_{ij} / S_{ij}^2$; 常数项 $l_{ij} = a_{ij}^0 - Z^0 - R_{ij}$, a_{ij}^0 为根据 i, j 点近似坐标计算的方位角, Z^0 为测站的近似定向角,可按任意方向的近似方向角与方向观测值之差求得。

因只有一种方向观测值,所以可以看作为等权观测,即权阵 $P = E$ 。

n 个方向误差方程式可写成矩阵形式

$$\left. \begin{aligned} V &= AX + L \\ P &= E \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中:

$$V = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix}, \quad A = - \begin{bmatrix} 1 & a_{i1} & b_{i1} \\ 1 & a_{i2} & b_{i2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & a_{in} & b_{in} \end{bmatrix},$$

$$X = \begin{bmatrix} \delta_z \\ \delta_{x_i} \\ \delta_{y_i} \end{bmatrix}, \quad L = \begin{bmatrix} l_{i1} \\ l_{i2} \\ \vdots \\ l_{in} \end{bmatrix}$$

2.2 法方程式的组成与解算

根据最小二乘法原理,可以组成法方程式

$$(A^T P A) X + A^T P L = 0 \quad (3)$$

$$\text{令} \quad C = A^T P A, \quad W = A^T P L$$

$$\text{则上式可写成} \quad CX + W = 0$$

$$\text{则} \quad X = -C^{-1}W \quad (4)$$

解得未知数修正量 X , 同时得到未知数协因数阵 C^{-1} 通常用 Q_{XX} 代替。

未知数修正量 X 中包括两项, 一般情况下前一部分为定向未知参数修正值, 后一部分为未知点的坐标修正值。

对 C 矩阵的求逆方法很多, 一般采用实对称矩阵的求逆方法求出 C^{-1} 。

2.3 精度评定

a. 平差结束后首先解算单位权中误差:

$$m_0 = \sqrt{\frac{[P_w]}{m-n}} \quad (5)$$

式中: m 为观测值个数; n 为包括定向参数在内的未知数个数。

b. 根据未知数的协因数阵 Q_{XX} , 计算待定点坐标的方差、协方差、点位方差, 其方差、协方差阵为

$$D_{XX} = m_0^2 Q_{XX} \quad (6)$$

必须指出, 因为这里没有采用总和方程式来预先消除诸定向参数, 因此上式中同样包括着定向参数的方差与协方差。

待定点 i 的点位方差为

$$M_{d_i}^2 = m_{x_i}^2 + m_{y_i}^2 \quad (7)$$

3 可靠性分析

通过严密平差后, 进一步还可计算出观测值改正数的协因数阵 Q_w , 其计算公式为

$$Q_w = P^{-1} - A Q_{XX} A^T \quad (8)$$

$$\text{而可靠性矩阵} \quad R = Q_w P \quad (9)$$

利用可靠性矩阵 R 可以判断相应观测值是否包含粗差以及粗差大小的量度。根据 Baarda 理论可以分析计算出每个观测值所能抵抗粗差的最小值, 每次剔除一个粗差是可能的, 如果存在有两个以上

的粗差则需要逐一剔除, 直至模型中的所有观测值都不存在一定界限的粗差为止, 这就达到了对于后方交会可靠性分析的目的。

数据探测法的核心内容在于, 根据数理统计原理以及观测值真误差对改正数的影响规律导出, 当统计量巴尔达统计参数 $\alpha_0 = 0.1\%$, $\beta_0 = 80\%$, 则 $\delta_0 = 4.13$ 时可怀疑粗差的存在。

$$W_j = \frac{v_j}{\sigma_0 \sqrt{q_{jj}^w}} > 3.3 \quad (10)$$

式中: v_j 为观测值 J 的改正数; q_{jj}^w 为观测值 J 的改正数协因数; σ_0 为单位权方根差 (取先验值)。

j 方向的多余观测分量为

$$r_j = q_{jj}^w p_j \quad (11)$$

内可控性反映了某观测值在置信度为 α_0 、检验功效为 β_0 的前提下的可控性数值。

$$\delta'_i = \frac{\delta_0}{\sqrt{r_j}} \quad (12)$$

即可以发现粗差的下界值为

$$\Delta_i = \delta'_i \sigma_i \quad (13)$$

式中: δ'_i 为观测值方根差 σ_i 的倍数, 当然需要 δ'_i 愈小愈好, δ'_i 愈小说明平差模型抗差能力愈强, 即可以剔除更小的粗差。然而根据式 (12), 要使 δ'_i 较小, 则观测值的多余观测分量 r_j 就要增大, 这就需要增加多余观测而作为代价。内外可控性的好坏均与多余观测分量 r_j 有密切关系。

(收稿日期: 2001-08-30 编辑: 张志琴)

(上接第 133 页) 虽然地涵工程潜水位较高, 且未浇筑混凝土走轨路基而采用自然土基, 但施工期地下连续墙作业区内降水效果好, 地下水位较低, 开挖后墙面平整度、接缝连接质量仍然比南船闸工程好得多, 说明降水在该工程射水地下成墙工艺中起了很大的作用。

3 结 语

进一步分析可知, 降水的作用主要是: ①提高有效应力、加固土体; ②减小水压力, 特别是动水压力; ③保证泥浆质量, 降低地下水开始于施工前, 结束于施工后, 贯穿于施工全过程, 是一项长期单调的工作。但是, 施工降水关系到地下连续墙的施工质量和施工安全, 应引起足够的重视, 尤其不能因为考虑节省费用而放弃降水或忽视降水效果。施工中同时要加强对观测工作, 对渗透系数较大、降水较深的地区, 尤其要加强泥浆和槽壁的观测, 防止泥浆中水分的大量流失和泥浆中混入大量地下水而引起泥浆弱化导致槽壁失稳。

(收稿日期: 2001-08-22 编辑: 马敏峰)