

MathCAD 拟合水位流量关系曲线

陈源海

(福建省九龙江北溪供水局,福建 龙海 363107)

摘要 针对水文资料整编中水位流量关系曲线的拟合,结合应用实例介绍了采用 MathCAD 拟合单一水位流量关系曲线的方法、操作过程及曲线选优的方法.该方法简单、易学、精度高.

关键词 水位流量关系曲线;多项式拟合;曲线选优;MathCAD

中图分类号 TV131.4 **文献标识码** B **文章编号** 1006-7647(2002)07-0012-02

水位流量关系曲线是由水位推算流量的工具.在水文资料整编中,单一的水位流量关系曲线,人工拟合是根据“实测水位流量成果表”用图解法定出关系曲线,然后再从所定的曲线上选取若干个结点,按一元三点插值公式,由水位插算对应的流量^[1].计算机整编是采用最小二乘法选配项数不等的若干个多项式方程,根据水文年鉴、规范,以及单一曲线的精度指标和单一曲线的特征,从若干个方程中选取符合水文特性的最优多项式,作为最终选配的方程.本文介绍采用 MathCAD^[3](数学 CAD)软件拟合单一的水位流量关系曲线的直观方法.

MathCAD 软件是集计算、绘图于一体,且可简单编程的多功能软件.只要遵循其使用规则,即可在其工作界面上直接写算式或简单编程,并可直接在工作界面上绘出拟合好的曲线图形(见图 1).具有操作简单、易学、精度高、直观等特点.

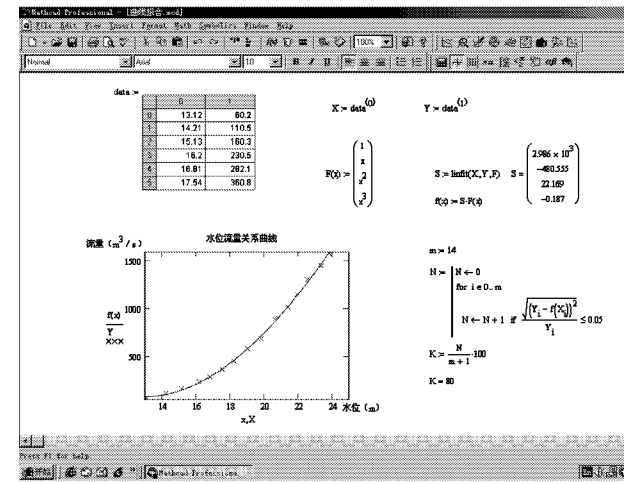


图 1 直接拟合水位流量关系曲线的过程示例

图 1 是采用漳州浦南水文站某时段的实测水位流量成果,在 MathCAD 工作界面上直接拟合水位流

量关系曲线的过程,现将操作方法介绍如下.

1 数据输入

进入 MathCAD 工作界面后,在工作界面左上角输入一数组名(本例为 data),接着输入赋值号(输入冒号即得),然后选择“Insert”菜单下的“Component”命令,打开选择框,选取“Input Table”后,即在赋值号右侧出现图 1 中所示的数据输入表.在表中第一列顺序填入各实测点的水位(自变量),第二列填写与水位相对应的流量(因变量),表中的行数自动下插,亦可用鼠标下拉.

2 多项式拟合

图 1 中“ $X := \text{data}^{(0)}$ ”“ $Y := \text{data}^{(1)}$ ”分别将 data 数组中 0 列及 1 列各单元的内容分别赋给数组 X 及 Y. data 右上角的小括号按组合键 Ctrl + ^ 即可得到,在括号内分别输入 0 及 1.

图 1 中“ $K(x) := \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix}$ ”为欲拟合多项式的形式.

$F(x)$ 为多项式名称,输入赋值号后,选择“Insert”菜单下的“Matrix”命令,打开“Insert Matrix”对话框,在“Rows”栏中输入欲拟合多项式的项数(本例输入 4),在“Columns”栏中输入 1.点“OK”确认后,自上而下输入 1, x , x^2 , x^3 , 指数输入按组合键 Shift + ^.欲重新定义多项式的项数,应先击活该式,然后在赋值号右侧按住鼠标左键向下拖动,整列均选中后,按“Delete”键,将其删除后,再重新选择.

图 1 中“ $S := \text{linfit}(X, Y, F)$ ”是将拟合好的多项式的常数项及系数赋给数组 S.赋值号左侧的

作者简介 陈源海(1950—)男,福建福州人,高级讲师,主要从事水利工程施工管理工作.

“linfit”为 MathCAD 软件的关键字。

图 1 中“ $S := \begin{pmatrix} 2.986 \times 10^3 \\ -480.555 \\ 22.169 \\ -0.187 \end{pmatrix}$ ”是显示与 $F(x)$ 相

对应的系数,即所拟合多项式的常数项及系数。只要输入“ $S =$ ”即可显示计算结果。

图 1 中“ $f(x) := S \cdot F(x)$ ”是将 S 矩阵转置后与 $f(x)$ 矩阵相乘并赋给 $f(x)$ 则拟合后的多项式为

$$f(x) = 2.986 - 480.555x + 22.169x^2 - 0.187x^3 \tag{1}$$

3 绘制曲线图形

选择“ $X - Y$ Plot”按钮,即可在光标所在位置显示一个绘图框(水平坐标为“水位”,纵坐标为“流量”)。在图框下侧光标所在处输入“ x, X ”,光标移至图左侧黑点处,输入“ $f(x), Y$ ”。接着移动光标至坐标的起点及终点,分别输入 x 及 $f(x)$ 的取值范围后,即可绘出 $f(x)$ 曲线图形及显示图 1 中数据表中各点在平面上的位置(见图 1 中的曲线图)。从图上可以很直观地看出各已知点与曲线的偏离情况。本例 x 取值范围为(13, 24), $f(x)$ 取值范围为(50, 1600)。

在绘图框内双击鼠标左键可弹出一选择框,选择“Traces”可任意改变曲线及点的颜色和形式。表中的“trace 1”对应 $f(x)$,”trace 2”对应 Y ,以此类推。

4 曲线选优

图 1 中右下部分从“ $m := 14$ ”至“ $K = 80$ ”的几式为 MathCAD 简单的曲线选优程序,式中的第一行是将实测次数减 1 后赋给变量 m (本例实测次数为 15)。用实测点的流量偏离选配曲线的误差小于等于 $\pm 5\%$ (低水位 $\pm 8\%$)的测点占总测点的百分数的大小作为优选指标,百分数大,且曲线又不出现反曲的,对应的方程即为最优^[1,2]。逐次提高多项式 $F(x)$ 的项数,则图中 S 值和 K 值以及图形将随之改变。虽然项数越多百分数将越大,但本例取到 5 项时,从图形上即可直观看出曲线末端已经开始出现反曲,所以本例取 4 项时方程为最优,其百分数为 80(即有 12 个点的误差小于等于 $\pm 5\%$)。也可采用相对均方误差的大小作为选优指标,在逐次选配方程的同时,计算相对均方误差。相对均方误差最小,且曲线又不反曲的方程即为最优。确定了最优方程,便可由水位推算流量。

需要进行简单编程时,将光标移至工作界面的适当位置,按下右中括号“ $]$ ”,即可出现编程框。选择

“Programming Toolbar”按钮,可得到编程所需的关键字。

5 注意事项

a. 首次使用 MathCAD 时,先选择“View”菜单下的“Toolbars”命令,将绘图工具“Graph”及编程工具“Math”放到工作界面上。

b. MathCAD 工作界面上的计算式及图表,用鼠标左键点击后均可平移到工作界面上的任意位置。

c. MathCAD 软件是从左到右,从上到下顺序执行工作界面上的命令,所以每个计算式赋值号右侧所出现的变量都应在该计算式前面给予赋值(建议将图表及计算式按程序执行的前后顺序排在同一列)。否则 MathCAD 将把该变量显示为红色字符,并提示该变量未定义。此时只要将该计算式往下移,直到红色转为黑色为止。

d. 因 MathCAD 软件是将自变量定在水平轴,所以在数据输入时,自变量(水位)应在数据表的第一列,因变量(流量)应在第二列。MathCAD 绘图时水平坐标为自变量,纵坐标为因变量。

e. 当自变量(水位)取值太大,且指数又较高时,为避免出现较大的误差,应将自变量统一减去一常数。

6 结 语

表 1 是本例分别采用拟合多项式(1)及一元三点插值公式计算所得到的结果。从表中可以看出两种方法的计算结果相对于实测结果都有误差,但前者多项式(1)已是最优方程,所以精度相对较高;而后者是采用人工图解定线,所以很难取到最优曲线,加上在所定的曲线上选结点时人工读数的误差,因此精度相对较低。

表 1 实例的计算结果

水位/m	流量/($m^3 \cdot s^{-1}$)		
	拟合多项式(1)	一元三点插值	实测
14.52	109.8	104.8	116.2
15.25	150.0	146.2	162.3
15.60	174.5	171.8	176.1
16.47	249.4	246.9	251.8
16.92	295.9	292.8	290.2
17.38	348.7	345.5	350.1
18.21	457.2	453.6	455.6
18.66	523.0	517.9	524.3
19.43	646.5	641.6	644.2

综上所述,可以看出在水文资料整编中采用 MathCAD 拟合水位流量关系曲线不仅减少了人工定线及选结点的工作量,而且具有操作方便,计算精度高等优点,同时也使水文资料整编的计算机程序更为简单、紧凑。

(收稿日期 2002-09-01 编辑 熊水斌)