

基于模糊控制原理的多目标决策方法

邹进¹,袁晓辉¹,李承军¹,潘家才²

(1.华中科技大学水电与数字化工程学院,湖北 武汉 430074; 2.中国长江三峡工程开发总公司,湖北 宜昌 443002)

摘要:在模糊控制原理的基础上,对于含有定性变量的多目标决策问题提出了一种新的求解方法:先把目标值与权重进行模糊化,再通过模糊推理和反模糊化过程直接得到各方案的评价值,进而进行多目标决策.具体实例的计算结果表明,该方法具有简单、实用、直观的优点.

关键词:多目标决策;模糊控制;模糊集

中图分类号:C934

文献标识码:A

文章编号:1006-7647(2003)03-0028-03

多目标决策(或多属性决策)是目前决策科学、系统工程、管理科学和运筹学等学科研究中十分重要、非常活跃的领域,它是指从有限个备选方案中经过综合权衡各个目标(或属性)后,对方案集进行排序并选出最满意方案的过程.其中两个亟待解决的问题是:定性目标的处理和权重的确定.对于权重的确定,已经有很多的研究并提出了一些算法,如模糊迭代法^[1]、最大隶属度加权平均规划法、最小隶属度加权平均偏差法^[2]等等.然而,这些方法仅限于目标中不含有定性变量的决策问题.文献[3]通过二元比较构建相及矩阵来处理定性目标变量及权重,文献[4]则针对权重不能确定的情况进行了研究,但方法比较烦琐;而且,在一些实际的系统中,专家往往无法凭经验衡量各项指标的相互重要程度,只能给出这些定性变量一个大致的范围,如“较差”、“很好”、“很重要”、“重要”等.本文根据模糊逻辑控制的原理,对这类含有语言变量的多目标决策问题(这里称之为定性多目标决策问题)提出一种简洁的求解方法,并通过一个权重为定性值的决策实例对该方法进行验证.

1 模糊逻辑控制系统的组成

模糊逻辑控制系统主要由模糊化、知识库(含数据库和规则库)、推理决策和精确化计算四部分组成,完成模糊化、模糊推理(利用知识库)和精确化三个过程的任务.

1.1 模糊化

模糊化就是把精确数字转化为模糊数的过程.为了实现这个转化,首先应该把观测值论域上的语言变量表示成模糊集,其次要确定相应的隶属函数.

为了计算简便,一般采用三角形隶属函数.例如,将衡量权重的语言变量“很不重要”、“不重要”、“一般”、“重要”、“很重要”分别用模糊集 NV , NI , ZE , PI , PV 表示,则在某论域 $U = [0, 1]$ 中,模糊集可以分别描述成 $(0, 0, 0.25)$, $(0, 0.25, 0.5)$, $(0.25, 0.5, 0.75)$, $(0.5, 0.75, 1)$, $(0.75, 1, 1)$. 其隶属度函数如图1所示.

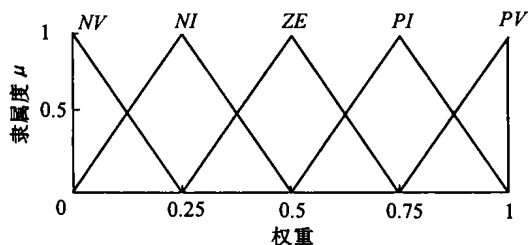


图1 权重的隶属度函数

1.2 模糊推理

模糊推理是根据知识库中的知识来进行推理的过程.其中知识的表示方法多为启发式方法,即形如“IF x_1 is X_1 AND x_2 is X_2 ……, THEN y_1 is Y_1 ”的形式(其中 x_1, x_2 为自变量, y_1 为因变量, X_1, X_2, Y_1 分别为各变量对应的模糊集).实际上,这一过程也可以看作一个函数映射关系,即由输入的模糊数得到一个输出模糊数.假如已知输出、输入变量间的模糊关系为 R , 则当输入模糊数为 A 时,有输出模糊数为 B ,

$$\tilde{B} = \tilde{A} \otimes \tilde{R} \quad (1)$$

其中, $\otimes$ 表示模糊数的乘积运算,它的具体算法可以自行定义,如取小运算或通常的数乘运算^[5].

1.3 反模糊化

这是将模糊数精确化的过程,因为在控制中往

往需要的是精确的输出控制量.反模糊化的方法很多,如最大隶属度函数法、加权平均法、重心法等^[6].

2 定性多目标决策的模糊求解方法

现在就利用模糊控制原理来求解定性多目标决策问题:设考虑的目标数为 m , 拟定的可行方案数为 n , 由 n 个决策方案组成的方案集 $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$, 其决策矩阵可表示为 $D = [D_1, D_2] = (d_{ij})_{m \times n}$, 其中 $D_1 = (d_{ij})_{m_1 \times n}$, 表示由 m_1 个定性目标组成的决策子矩阵; $D_2 = (d_{ij})_{m_2 \times n}$, 表示由 m_2 个定量目标组成的决策子矩阵, d_{ij} 是方案 j ($j = 1, 2, \dots, n$) 的第 i ($i = 1, 2, \dots, m$) 个目标值, $m = m_1 + m_2$.

由于在定性多目标决策中既含有定性值, 也含有定量值, 为了做统一处理, 必须将它们全部转化为模糊数, 但两者的模糊化过程及精确化过程均不尽相同.

2.1 定性变量的描述及评价

a. 定性变量的模糊化. 一般对于定性变量, 可以通过一些语言变量进行描述, 如“差”、“中”、“好”等等, 这些语言变量又都可以用不同的模糊集来表示. 这里用三角形隶属函数来表示一个模糊集, 于是各定性目标和定性权重可分别记为 R_{ij} ($r_{1ij}, r_{2ij}, r_{3ij}$) 和 W_i (w_{1i}, w_{2i}, w_{3i}) ($i = 1, 2, \dots, m_1; j = 1, 2, \dots, n$), 其中, R_{ij} 代表第 j 个方案中第 i 个定性目标的模糊数, W_i 指第 i 个目标权重的模糊数.

b. 模糊推理. 这一过程可用一个函数映射关系来表示. 这里设输出的模糊数为 F_{ij} ($f_{1ij}, f_{2ij}, f_{3ij}$), 则定义

$$F_{ij} = W_i \otimes R_{ij} \quad (2)$$

其中, $\otimes$ 含意为

$$\begin{cases} f_{1ij} = w_{1i} r_{1ij} \\ f_{2ij} = w_{2i} r_{2ij} \\ f_{3ij} = w_{3i} r_{3ij} \end{cases} \quad (3)$$

c. 精确化过程. 利用最大隶属度函数法, 其精确化输出 u_{ij} 可以取具有最大隶属度的点, 即

$$u_{ij} = f_{2ij} \quad (4)$$

d. 于是某方案 j 的定性目标综合评价值为

$$v_j^{(1)} = \sum_{i=1}^{m_1} u_{ij} \quad (5)$$

2.2 定量变量的描述及评价

为了与定性变量协同计算, 需要对定量值按以下步骤进行处理:

a. 将各定量值转换成相对隶属度值 R_{ij} . 设在决策子矩阵 $D_2 = (d_{ij})_{m_2 \times n}$ 中, d_{ij} 是方案 j ($j = 1, 2,$

$\dots, n$) 的第 i ($i = 1, 2, \dots, m_2$) 个定量目标值. 为增加目标可比性, 需对目标作归一化, 对效益型目标 (即目标值越大越好) 和成本型目标 (即目标值越小越好), 分别用公式 (6) 和 (7) 转化成相对隶属度矩阵 $R = (R_{ij})_{m \times n}$.

$$R_{ij} = (x_{ij} - x_{i\min}) / (x_{i\max} - x_{i\min}) \quad (6)$$

$$R_{ij} = (x_{i\max} - x_{ij}) / (x_{i\max} - x_{i\min}) \quad (7)$$

其中, $x_{i\max} = \bigvee_{j=1}^n x_{ij}$, $x_{i\min} = \bigwedge_{j=1}^n x_{ij}$ (符号 $\vee$ 和 $\wedge$ 分别表示取大、取小运算).

b. 利用各语言变量的隶属函数, 求出 R_{ij} 对于某语言变量 k 的隶属度 $\mu_{A_k}(R_{ij})$, 其中 A_k 为语言变量 k 的模糊集, 写成三角形分量式是 $(a_{1ij}^{(k)}, a_{2ij}^{(k)}, a_{3ij}^{(k)})$.

若设对于 R_{ij} , 隶属度不为零的模糊集个数为 l , 此时, R_{ij} 也可看作一个定性值 $\tilde{R}_{ij}$, 它由 l 个模糊数乘以各自的相对隶属度 $\mu_{A_k}(\tilde{R}_{ij})$ 组成, 即

$$\begin{aligned} \tilde{R}_{ij} = & A_1 \cdot \mu_{A_1}(\tilde{R}_{ij}) \oplus \dots \oplus A_l \cdot \\ & \mu_{A_l}(\tilde{R}_{ij}) \oplus \dots \oplus A_l \cdot \mu_{A_l}(\tilde{R}_{ij}) \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $\oplus$ 仅表示 $\tilde{R}_{ij}$ 由 l 个模糊数组成, 不具有任何运算功能.

例如图 1 中, 定量值 0.4 在 NI 中的隶属度 $\mu_{F_{NI}}(0.4) = 0.4$, 在 ZE 中的隶属度 $\mu_{F_{ZE}}(0.4) = 0.6$, 则 $0.4 = 0.4 A_{NI} \oplus 0.6 A_{ZE}$.

设权重为 W_i (w_{1i}, w_{2i}, w_{3i}), 则由公式 (2) 和 (8), 模糊评价的结果 F_{ij} 为

$$\begin{aligned} F_{ij} = & W_i \otimes \tilde{R}_{ij} = \\ & W_i \otimes [A_1 \cdot \mu_{A_1}(\tilde{R}_{ij}) \oplus \dots \oplus A_l \cdot \\ & \mu_{A_l}(\tilde{R}_{ij}) \oplus \dots \oplus A_l \cdot \mu_{A_l}(\tilde{R}_{ij})] \end{aligned} \quad (9)$$

c. 利用重心法, 求出精确输出值 u_{ij} :

$$u_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^l [f_{2ij}^{(k)} \cdot \mu_{A_k}(\tilde{R}_{ij})]}{\sum_{k=1}^l \mu_{A_k}(\tilde{R}_{ij})} \quad (10)$$

其中, $f_{2ij}^{(k)}$ 指方案 j 中的目标 i 在第 k 个模糊数中隶属度最大的点, 与公式 (3) 相仿, $f_{2ij}^{(k)} = w_{2i} a_{2ij}^{(k)}$, 其它符号意义同前.

d. 于是方案 j 的定量目标综合评价值为

$$v_j^{(2)} = \sum_{i=1}^{m_2} u_{ij} \quad (11)$$

最后, 方案 j 的总体目标综合评价为

$$v_j = v_j^{(1)} + v_j^{(2)} \quad (12)$$

3 算 例

为了进行对比,采用文献[4]中的例子,对杭州西湖、武汉东湖、青海湖、巢湖、滇池 5 个湖泊水质营养化进行评价.评价的目标是总磷、总氮、耗氧量和透明度(分别以 I_1, I_2, I_3, I_4 表示),这 4 个指标的评价标准如表 1 所示,实测数据如表 2 所示.

表 1 湖泊水质评价标准

评价等级	总磷 /($\mu\text{g}\cdot\text{L}^{-1}$)	耗氧量 /($\text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$)	透明度 /m	总氮 /($\text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$)
极贫 VP	< 1	< 0.09	> 37	< 0.02
贫 PP	4	0.36	12	0.06
中 ZE	23	1.80	2.4	0.31
富 RR	110	7.10	0.55	1.20
极富 VR	> 660	> 27.10	< 0.17	> 4.60

表 2 5 个湖泊的实测数据

湖 泊	总磷 /($\mu\text{g}\cdot\text{L}^{-1}$)	耗氧量 /($\text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$)	透明度 /m	总氮 /($\text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$)
杭州西湖(A)	130	10.30	0.35	2.76
武汉东湖(B)	105	10.70	0.40	2.00
青海湖(C)	20	1.40	4.50	0.22
巢 湖(D)	30	6.26	0.25	1.67
滇 池(E)	20	10.13	0.50	0.23

这是一个定量目标变量,且权重不可确定的定性多目标决策问题.求解步骤如下:

a. 确定各评价指标的隶属度函数,一般情况这可由经验给出.在这里各评价指标的隶属度函数则是通过表 1 中的数据求得的.

首先对表 1 中的数据进行归一化,并选用三角形隶属函数,则得到相应的模糊评价指标的隶属度函数,分别列于表 3 中.

注意,目标 3 属于成本型目标,应该使用公式(7)来计算,而其它目标属于效益型目标,则使用公式(6)计算.

b. 应用公式(7)和(6)将表 2 中的数据进行归一化处理,得到关系矩阵

表 3 各评价指标的隶属度函数

等级	I_1	I_2	I_3	I_4
极贫 VP	(0,0,0.0046)	(0,0,0.01)	(0,0,0.6788)	(0,0,0.0087)
贫 PP	(0,0.0046,0.0334)	(0,0.01,0.0633)	(0,0.6788,0.9395)	(0,0.0087,0.0633)
中 ZE	(0.0046,0.0334,0.1654)	(0.01,0.0633,0.2595)	(0.6788,0.9395,0.9897)	(0.0087,0.0633,0.2576)
富 RR	(0.0334,0.1654,1)	(0.0633,0.2595,1)	(0.9395,0.9897,1)	(0.0633,0.2576,1)
极富 VR	(0.1654,1,1)	(0.2595,1,1)	(0.9897,1,1)	(0.2576,1,1)

参考文献:

[1] 程春田,李登峰.水库防洪调度模糊迭代方法及应用[J].水利学报,1999(8):16~20.
[2] 李登峰.具有一般信息结构的模糊多属性决策方法[J].管理科学学报,1998,1(3):41~44.
[3] 陈守煜.多阶段多目标决策系统模糊优选理论及其应

$$R = \begin{bmatrix} 0.1958 & 0.3780 & 0.9951 & 0.5983 \\ 0.1578 & 0.3928 & 0.9938 & 0.4323 \\ 0.0288 & 0.0485 & 0.8824 & 0.0437 \\ 0.0440 & 0.2284 & 0.9978 & 0.3603 \\ 0.0288 & 0.3717 & 0.9910 & 0.0459 \end{bmatrix}$$

此外,各目标的最大值及最小值分别取自表 1 中各目标的上、下限.

c. 求出 R 中各定量值对于各模糊集 $\{VP, PP, ZE, RR, VR\}$ 的隶属度 $\mu_{A_i}(R_{ij})$.

d. 确定权重的隶属度函数,这里是自定义的,其隶属度函数见图 1.

e. 确定权重,在这里因为不知道各目标的相对重要性,故按平均权重处理,各为 1/4,根据图 1 可知处于 NI 的模糊集中,即 $W_i = (0,0.25,0.5)(i = 1,2,3,4)$.

f. 按公式(9)和(10)求出 j 方案中 i 目标的评价指标 u_{ij} .

g. 最后,由公式(11)得到方案 j 的最终综合评价值 v_j, v_j 从大到小排列的顺序也就是方案的优选顺序.

按上述方法得到 $v = (0.6854, 0.6830, 0.6000, 0.6829, 0.6770)$,方案优劣排序为 A, B, D, E, C, 与文献[4]中所得结论完全一致,但相对简单得多,而且很容易推广到含有定性目标变量的情况.

4 结 语

在一类多目标决策问题中,专家往往无法凭经验衡量各项指标间的相互重要程度,从而也就无法通过二元比较的方法来确定权重;但由于权重的大小往往可以用一些语言变量来表示,于是本文借助模糊集合论,使用模糊集来表示权重,并利用模糊控制原理较好地使问题得到了解决.与其它一些方法相比该方法不仅更加直观、简单,且可以广泛适用于含有定性及定量目标的情形,从而为定性多目标决策问题的完全求解提供了一条有效实用的途径.

[J].水利学报,1990(1):1~10.

[4] 庞彦军,刘开第,张博文.综合评价系统客观性指标权重的确定方法[J].系统工程理论与实践,2001(8):37~42.
[5] 王士同.模糊系统、模糊神经网络及应用程序设计[M].上海:上海科学技术文献出版社,1998.
[6] 闻新,周露,李东江,等.MATLAB 模糊逻辑工具箱的分析与应用[M].北京:科学出版社,2001.

(收稿日期:2002-06-17 编辑:熊水斌)