

一种新的水面线计算方法

黄佑生¹, 顾令宇²

(1. 江西省水利规划设计院, 江西 南昌 330029; 2. 河海大学水资源环境学院, 江苏 南京 210098)

摘要:在现行水面线试算模型的基础上, 改造得出一种新的水面线试算模型, 解决了由上游控制水位向下直接试算推求河道水面线的问题, 同时还能处理传统方法所不能直接解决的一些实际问题。在江西抚河上应用该方法进行了计算, 结果表明该方法是合理和可信的。

关键词:水面线; 水位; 水力计算

中图分类号: TV131.4

文献标识码: A

文章编号: 1006-7647(2003)03-0031-03

在恒定缓变流条件下, 由于特定断面的一定质量水体的机械能仅是其断面水位的函数, 且上下游水位存在着一一对应的关系, 因而无论通过下游水位还是通过上游水位都可以求得相应的上游水位或者相应的下游水位, 从而达到推求水面线的目的^[1~4]。但是我国现行的水面线计算方法, 包括试算法和图解法两大类型方法, 均是以下游控制(或设定)水位推求相应上游水位, 而不能以上游控制或设定水位来推求下游相应水位。从理论上分析其原因, 传统的水面线推算数学模型在下游水位推求上游水位时是收敛的, 而在上游水位推求下游水位时却是单向发散的。根据同一算式而采用不同表达式在迭代试算中存在着收敛或发散两种截然不同情况的原理(如 $x = x^2 - 1$ 迭代算式发散而 $x = \sqrt{x+1}$ 迭代算式收敛), 解决由上游水位推求下游水位的水面线推求方法这一问题的可能途径是: 在相同原理的基础上, 改造现行水面线试算数学模型, 推导出一种具有收敛性的新的水面线试算数学模型。

本文推导出的数学模型, 可以由上游控制水位向下直接推求河段下游水位。它为水面线的推求提供了一种新的方法, 还可直接解决支流和下游大水体顶托影响等一些实际问题。

1 数学模型的建立

根据水量平衡与动量平衡方程, 利用恒定缓变流的边界条件, 改造圣维南方程, 得出不考虑局部水头损失的现行水面线实用试算公式为

$$\Delta Z = \frac{(nQ)^2}{2} \Delta L \left(\frac{1}{A_2^2 R_2^{4/3}} + \frac{1}{A_1^2 R_1^{4/3}} \right) +$$

$$\frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{A_1^2} - \frac{1}{A_2^2} \right) \quad (1)$$

式中: ΔZ 为河段上下断面水位差, m; ΔL 为河段长度, m; Q 为河段流量, m^3/s ; n 为河段糙率; A_1 和 A_2 分别为河段上、下断面的过水面积, m^2 ; R_1 和 R_2 分别为河段上、下断面的水力半径, m; g 为重力加速度, m/s^2 。

若不考虑流速水头项, 则式(1)为

$$\Delta Z = \frac{(nQ)^2}{2} \Delta L \left(\frac{1}{A_2^2 R_2^{4/3}} + \frac{1}{A_1^2 R_1^{4/3}} \right) \quad (2)$$

在数学模型的建立中, 为简便起见, 先对式(2)进行改造, 得出适应上游水位推求下游水位的试算数学模型, 然后再扩展为考虑流速水头损失的一般水面线试算数学模型。

若以上游水位推求下游水位, 则上断面的水位是已知的, A_1, R_1 为确定值, 式中的 $n, Q, \Delta L$ 为已知值, 仅 A_2, R_2 是下游水位也就是上、下游水位差 ΔZ 的函数, 为方便转换改造起见, 令: $a = \frac{(nQ)^2}{2} \Delta L, b = \frac{1}{A_1^2 R_1^{4/3}}$, 显然 a 为一常数, b 为一确定值; 将 a, b 代入式(2), 则式(2)变为

$$\Delta Z = a \left(\frac{1}{A_2^2 R_2^{4/3}} + b \right) \quad (3)$$

下面就天然河床的一般断面进行分析, 建立 A_2 和 ΔZ 的显式关系, 变换 ΔZ 与 A_2 的表达式, 改造式(3), 得到新的数学模型。

在天然河道下游断面中(见图1), 实际水位(试算迭代真值)一定低于上游断面起算水位 H_1 , 在下游断面中, 令试算初值 $H_2' = H_1$, 试算迭代终值水位

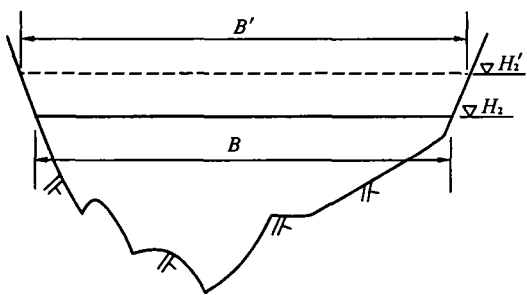


图1 河道断面概化示意图

为 H_2 , 则试算水位差 $\Delta Z = H_2' - H_2$. 如果 H_2 对应的断面宽度及面积为 B, A_2 ; H_2' 对应的断面宽度及面积为 B', A_2' (B', A_2' 为确定值), H_2 与 H_2' 所包围的断面面积为一梯形或近似梯形, 梯形平均宽度 $\bar{B} = (B + B')/2$, 则 A_2 可以表示为 $A_2 = A_2' - \bar{B}\Delta Z$, 代入式(3) (只取代 A_2^2 中一个 A_2), 得:

$$\Delta Z = a \left(b + \frac{1}{(A_2' - \bar{B}\Delta Z) A_2 R_2^{4/3}} \right)$$

令 $c = A_2 R_2^{4/3}$ (c 是 ΔZ 的函数), 将上式变换整理为

$$\bar{B}\Delta Z^2 - (A_2' + ab\bar{B})\Delta Z + abA_2' + a/c = 0$$

以 ΔZ 作为变量, 求解该一元二次方程, 将其一个根式

$$\Delta Z = \frac{A_2' + ab\bar{B} - \sqrt{(A_2' - ab\bar{B})^2 - 4a\bar{B}/c}}{2\bar{B}} \quad (4)$$

作为待求的试算迭代数学模型 (根号前为 + 号的另一根式不合题意, 舍去).

在式(4)中, a, b, A_2' 为常数, $\bar{B}, c$ 是一个随 ΔZ 变化而变化的变数. 当假定一个 ΔZ (即假定一个试算数值) 时, 即可求得相应的下断面水面宽度 B 、过水面积 A_2 及水力半径 R_2 , 由此可求得 $\bar{B}$ 和 c ; 再根据式(4)可求得一新的 ΔZ , 按照事先确定的误差标准, 判断相邻两 ΔZ 的差异程度, 只要数学模型是收敛的, 经过多次的迭代试算, 就可求得 ΔZ 的真值, 得到待求的下断面水位, 从而达到试算求解的目的.

另外, 我们也可以在上述数学模型中考虑流速水头损失的影响. 若令 $d = \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{A_1^2} - \frac{1}{A_2^2} \right)$, 则考虑流速水头影响的由上游水位推求河道水面线的数学模型为

$$\Delta Z = \frac{1}{2\bar{B}} \{ A_2' + (ab + d)\bar{B} - \sqrt{[A_2' - (ab + d)\bar{B}]^2 - 4a\bar{B}/c} \} \quad (5)$$

式中: d 是一个与 ΔZ 相关的变量, 采取上述迭代试算的方法, 可以达到求解的目的.

2 数学模型收敛性分析

对上述初步确定的数学模型进行敛散性分析. 在计算方法中, 对迭代隐式 $x = f(x)$ 给定其试算初值 x_0 , 得到一个数列如有极限, 则以上迭代格式是收敛的. 直接判断 $x = f(x)$ 是否收敛的定理为: 如果 $f(x)$ 具有连续的一阶导数, 并且对所有的 x , $|f'(x)| \leq q < 1$ (q 为某个定数), 那么, 格式 $x_{k+1} = f(x_k)$ 对于任意初值 x_0 均收敛, 并且 q 的值越小, 收敛的速度就越快. 而事实上, 只要保证所有的迭代值 x 的某一邻域中有 $|f'(x)| \leq q < 1$, 同时保证所有的迭代值 x_k 均属于这个邻域, 即可保证迭代格式的收敛性. 根据以上原理, 对所求的数学模型在某一试算范围内证明其收敛性. 为简便起见, 证明时仅以宽浅矩形断面河道为例.

对迭代试算式(4), 若在矩形宽浅河道中, 下断面水深相当其水力半径, 即 $\frac{A_2'}{B} = \frac{A_2'}{B} = H_2' \approx R_2'$, 则式(4)又可以变为

$$\Delta Z = \frac{1}{2} \left[R_2' + ab - \sqrt{(R_2' - ab)^2 - \frac{4a}{Bc}} \right]$$

而 $A_2 = A_2' - \bar{B}\Delta Z$, 则

$$c = A_2 R_2^{4/3} = (R_2' - \Delta Z)^{7/3} \bar{B}$$

因此 ΔZ 的上述表达式可以变为

$$\Delta Z = \frac{1}{2} \left[R_2' + ab - \sqrt{(R_2' - ab)^2 - \frac{4a}{(R_2' - \Delta Z)^{7/3} \bar{B}}} \right] \quad (6)$$

对计算迭代隐式(6) $\Delta Z = f(\Delta Z)$ 求一阶导数, 得:

$$f'(\Delta Z) = 7(nQ)^2 \Delta L \cdot [6\bar{B}^2 (R_2' - \Delta Z)^{13/6} \cdot \sqrt{(R_2' - ab)^2 (R_2' - \Delta Z)^{7/3} - 4a/\bar{B}^2}]^{-1} \quad (7)$$

从式(7)中可以看出: 在特定计算河段中, 糙率 n 和流量 Q 均为确定值, 由于 $\Delta Z = ab + \frac{a}{A_2^2 R_2^{4/3}}$, ab 相对 ΔZ 较小, 而水力半径 R_2' 相对 ΔZ 较大, 只要控制两断面间的水位差 ΔZ 及河段长 ΔL 在一定的范围之间, 就可以保证 $f'(\Delta Z) < 1$. 在实际工作布设施测断面时, 就要根据河道的具体情况, 控制 $\Delta Z, \Delta L$ 在规程规范所规定的范围内. 式(7)分母中的 $\bar{B}^2$ 一般是一个较大的数值, 因而在实际计算时, 只要控制了 ΔZ 与 ΔL , 就不难保证上述迭代公式的收敛. 对于一般宽浅河道而言, 试算迭代范围的河道梯形断面 (见图1) 可以看作近似矩形, 水力半径近似于平均水深, 而且流速水头占 ΔZ 的比值较小, 因而上述分析可以适用于一般宽浅河道的由上而下推求水面线的数学模型 (即式(5)).

3 计算实例

几年来,我们在工程实践中广泛使用上述数学模型推算水面线,验证了该方法的正确性.为说明验证一般河床断面情况下该数学模型的应用情况,以下举一具体实际算例进行说明,并与现行由上而下推求水面线方法的成果进行对照.

长江抚河李家渡水文站分别在其上游 3 km 和 7.3 km 处有两个水位站.1982 年 6 月该水文站实测最大洪峰流量 $8480 \text{ m}^3/\text{s}$,其相应上游水位站的水位为 34.98 m(吴淞基面——下同),相应的下游水位站水位为 33.99 m.上游水位站至水文站河段基本无区间水加入.1985 年曾在上下水位站间的河段布设施测了 8 个横断面.利用上述模型对该河段本次洪水进行了水面线分析,其基本计算步骤为:

a. 确定计算基本条件:①上游控制水位、流量的实测资料;②输入河道纵断面资料与河段长资料;③确定河段综合糙率.

b. 水面线计算.起始河段水面线推求,两水位站共分 8 个小河段由上而下逐段推求水面线,起始河段发生该流量的上游水位为 34.98 m,根据河道坡降大致假设起始河段的下游水位为某一值,得到一假定的上下断面水位差 ΔZ ,由已知的流量 Q 、糙率 n 、河段长 ΔL 、断面资料及已知的上游水位和假定的下游水位可由式(5)计算得到 $\Delta Z'$,比较 ΔZ 与 $\Delta Z'$,若两者的差值大于给定的误差限,则用计算出的 $\Delta Z'$ 作为假设下游水位的依据,仍利用该数学模型和上述资料计算得 $\Delta Z''$,再比较 $\Delta Z''$ 和 $\Delta Z'$ 是否在给定的误差限内.直到计算到上下游断面的假定

水位差与计算水位差在规定的误差限内,该河段的水面线计算结束.以此类推,逐河段进行试算,就可以得到两水位站间整个河段的水面线.

利用现行的水面线计算方法分析计算该河段的水面线,起算水位采用下游水位站该次洪水位,由下向上逐河段推求水面线,其采用的计算基本条件如糙率、河段长及断面资料与上述的计算条件完全相同,比较两种方法所推求的同一河段的水面线成果,除其计算方法与计算河段的顺序不同外,计算成果几乎是完全一致的.

4 结 语

由以上分析可知,只要具备目前现行水面线推求计算的基本条件,利用该数学模型就可以由上游控制水位直接由上向下推求河道水面线.这为河道水面线的推求提供了一种新的试算方法,对控制水位在上游的河段,利用该法计算水面线能更迅速准确地得到水面线的计算成果.

参考文献:

- [1] 郑邦民,赵昕.计算水动力学[M].武汉:武汉大学出版社,2001.142~183.
- [2] 李家星,赵振兴.水力学[M].南京:河海大学出版社,2001.280~294.
- [3] Maidment D R. Handbook of Hydrology[M]. New York: McGraw-Hill, Inc, 1993.
- [4] Anderson M G. Hydrological forecasting[M]. UK: Mathematical Composition, 1985.437~454.

(收稿日期:2003-03-17 编辑:熊水斌)

(上接第 18 页)江苏省南通市的通州、启东、海门三市与长江口北支相邻,长期以来通州、启东、海门三市地区的供水主要取自徐六泾以上的南通河段,供水线路长、成本高,而且沿途的污染导致内河水质恶化.北支束窄工程,北支上段疏浚工程,北支上段拓宽工程,尤其是挡盐闸工程,不仅有利于解决上海市原水供应问题,而且有利于江苏省通州、启东、海门三市地区就近开发利用北支上段的淡水资源.然而,各类工程措施总是有利也有弊,束窄北支,会使北支两岸潮位有所抬高,南岸束窄会使北岸滩涂有所冲刷;拓宽北支上段,退田还江,会有动拆迁问题;建挡盐闸,会有闸下淤积问题,以及生态环境变化问题.

b. 非工程措施.对长江水资源进行合理调度和配置,包括三峡水库径流调节,沿江省份节制取水,南水北调错开长江口枯季咸潮入侵高峰期等,能有效地遏制长江口盐水入侵,保护南支淡水资源.

综上所述,上海市水务局已在水利部和上海市科委立项,开展“长江口北支咸潮倒灌控制工程和南支水源地建设专题研究”,将会同水利、交通、环保部门和江苏省有关单位对一系列问题开展深入研究,提出控制北支咸潮倒灌的工程措施和保护南支淡水资源的非工程措施.

(收稿日期:2002-06-18 编辑:张志琴)

