

水锤计算中摩阻的处理方法

余代广, 胡明, 姚荣, 邓命华

(河海大学水利水电工程学院, 江苏南京 210098)

摘要: 总结瞬变流控制方程摩阻项积分的处理方法, 指出这种在传统的拟恒定摩阻假设基础上的处理方法存在问题, 着重阐述国外对瞬变流的非恒定摩阻问题的研究进展, 分析评述了几类典型的非恒定摩阻模型, 并指出一些新思路和研究方向。

关键词: 水锤; 摩阻; 瞬变流; 非恒定摩阻模型

中图分类号: TV131

文献标识码: A

文章编号: 1006-7647(2003)05-0058-04

水锤计算中, 当管道流体流速远小于波速, 对控制方程常采用特征线法求解。在对摩阻作拟恒定近似的基础上, 从提高计算精度的角度, 人们提出了处理摩阻项的不同阶精度模型。然而, 实验^[1]和理论研究^[2]均表明, 水锤发生时 Darcy-Weisbach 摩阻系数与恒定流态下的摩阻系数在机理上不同, 换言之, 瞬变时的摩阻损失并不能简单地用断面平均流速来表示, 此即非恒定摩阻的处理问题, 相应出现了非恒定摩擦模型。

本文先简要回顾传统水锤计算中为保证解的稳定性和改进其精度针对摩阻项积分而采用的各阶精度模型, 再着重论述非恒定摩阻的研究进展, 期望利用非恒定摩阻模型结合经典的特征线理论使水锤的数值模拟计算更接近实际。

1 传统水锤数值计算摩阻的处理

假定切应力 τ 与速度为定常时的 τ 相同 (拟恒定摩阻假设), 文献[3]推导的有压管道流体运动方程和连续方程为

$$gH_x + UU_x + U_t + \frac{fU|U|}{2D} = 0 \quad (1)$$

$$UH_x + H_t - U \sin \alpha + \frac{a^2}{g} U_x = 0 \quad (2)$$

上述方程是一组拟线性偏微分方程, 各符号含义可见文献[3]。设管道水平并忽略次要项, 由偏微分方程理论可将式(1)和式(2)转化成相容性常微分方程, 沿特征线积分得:

$$H_P - H_A + \frac{a}{g}(U_P - U_A) + \frac{af}{2gD} \int_{AP} U|U| dt = 0 \quad (3)$$

$$H_P - H_B + \frac{a}{g}(U_P - U_B) + \frac{af}{2gD} \int_{BP} U|U| dt = 0 \quad (4)$$

式中有下标 P 的为待求量。可以看出, 影响式(3)和式(4)精度和稳定性的只有摩阻一项。对稳定性, 文献[4]在对基本方程的自变量和因变量 (即 X, T, U, H) 无量纲化的基础上, 提出了第二 (摩阻) 稳定标准数 (并相应给出了临界稳定标准数), 认为与管道物理特性 (波速、管径、摩阻系数等) 和数值离散 (库朗数和管道节点数) 有关:

$$C_R = \frac{1}{4} \beta F \frac{C_N}{n-1} \quad (5)$$

式中: $\beta F = \frac{V_0}{a} \frac{fL}{D}$; C_N 是库朗数; n 为管道节点数。文献[5]认为“长”管和“短”管的摩阻特性不同, 可用 βF 判别。对低摩擦“短”管, 波的衰减和管路充填现象并不明显; 然而对高摩擦“长”管却相反。

在沿特征线对摩阻项进行积分时, 就解的精度而言, 常见的有一阶、二阶精度模型。为方便起见, 记 $r = \int_{\Delta t} U|U| dt$ 。

a. 一阶精度模型 (线性模型):

$$r \approx \begin{cases} U_A |U_A| \Delta t \\ U_B |U_B| \Delta t \end{cases} \quad (6)$$

或

$$r \approx \begin{cases} U_P |U_A| \Delta t \\ U_P |U_B| \Delta t \end{cases} \quad (7)$$

式(6)为线性显式, 而式(7)为线性隐式。文献[6]指出在高摩擦或“长”管条件下采用式(6)会引起数值不稳定, 而式(7)则理论上无条件稳定。

b. 二阶精度模型. 梯形法:

$$r \approx \begin{cases} \frac{1}{2}(U_A|U_A| + U_P|U_P|)\Delta t \\ \frac{1}{2}(U_B|U_B| + U_P|U_P|)\Delta t \end{cases} \quad (8)$$

平均速度法:

$$r \approx \begin{cases} \frac{U_A + U_P}{2} \left| \frac{U_A + U_P}{2} \right| \Delta t \\ \frac{U_B + U_P}{2} \left| \frac{U_B + U_P}{2} \right| \Delta t \end{cases} \quad (9)$$

对上述二阶精度模型的求解,多采用简单的迭代法,如牛顿-雷伏生法和级数解法^[7],此外有预测-校正法^[8]等,但只有在一定条件下上述解法才收敛。另外还出现了不用迭代就直接求解的方法^[9]。

对摩阻项的积分可以采用更高阶的积分法(如三阶精度的辛普生法)。从精度角度考虑,一阶线性显式模型仅适用于低摩擦“短”管情况。对二阶模型,不同的计算方法,在精度提高上并无什么差别。文献[10,11]在对不同阶的模型计算后建议采用一阶线性隐式(式(7))模型,精度高,有更好的数值稳定性且算法易于实现。

2 非恒定摩阻的引入

传统的水锤计算都有一个基本假定,即管流是一维的且恒定或非恒定状况下流动的主要特征可用平均流速来表示,由摩阻引起的水头损失、能量关系和动量转换均假定和平均流速相关。这种方法对管壁切应力具有拟恒定特性的缓慢瞬变是可行的,而对高速瞬变,虽能模拟最大水锤升压,却无法模拟此后的衰减过程,根本原因在于拟恒定摩阻假设低估了瞬变时的管壁切应力。因而改进数值计算精度的方向应该是采用动态(非恒定)的摩阻。

2.1 研究概况

1968年 Zielke 成功推求了管道层流摩擦项的解析式^[12];1974年, Funk 和 Wood 通过考虑边界层和近期能量耗散的影响,研究了瞬变和摩阻的频率依赖效应对系统反应的影响^[13];1985年 Ohmi 等综合特征线法和湍流四区模型对管道瞬变流进行了计算^[14];1989年 Suo 和 Wylie 提出了一个与频率有关的摩擦因子模型,与阻抗法一起应用^[15];同年, Jelve 认为能量耗散与流体内力和管壁切应力成比例,但有四分之一的相位偏差^[16];受实验结果启发,1990年 Brunone 等假定非恒定切应力与流体平均当地加速度和对流加速度成比例,并提出了相应的模型^[17];1992年 Eichinger 和 Lein 在 Ohmi 研究基础上综合特征线法和 $k-\epsilon$ 湍流模型对管道层流和湍流进行计算,结果与实验吻合^[18];1993年 Vardy 将 Zielke 模型应用到中度非恒定湍流,随后又将其用在高雷

诺数湍流,计算时将流动划分为外部粘性主导的区域及内部匀速的湍流区域^[19]。

一些专家试图直接求解流体机理和流速分布的变化。1991年 Vardy 和 Hwang 借助一维特征线法,利用同心圆柱环模型推导了拟二维模型,应用到层流和湍流五区模型,计算结果与实验接近^[20];1997年, Silva-Araya 和 Chaudhry 求解了瞬时流速分布,给出了摩阻非恒定部分和恒定部分的能耗之比,据此提出了能量耗散模型^[21]。

2.2 主要模型

2.2.1 Zielke 的加权函数模型^[12]

Zielke 从分析管道层流入手:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} - \frac{1}{\nu} \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{1}{\nu \rho} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (10)$$

对式(10)经 Laplace 变换及逆变换可得管壁切应力表达式:

$$\tau_0(t) = \frac{4\rho\nu}{R} V(t) + \frac{2\rho\nu}{R} \int_0^t \frac{\partial V(u)}{\partial t} W(t-u) du \quad (11)$$

式中 W 是加权函数,与历史流速变化有关。进一步可得摩阻表达式:

$$h_f(t) = \frac{32\nu}{gD^2} V(t) + \frac{16\nu}{gD^2} \int_0^t \frac{\partial V(u)}{\partial t} W(t-u) du = \bar{h}_f(t) + h_f' \quad (12)$$

Zielke 的加权函数模型从理论上(至少对层流)证实了非恒定流摩阻可表示为拟恒定项和非恒定项之和,一定程度上揭示了层流摩阻本质,计算简单,且模型不依赖经验系数,与实测结果较吻合,也适用于中低雷诺数湍流。

但模型推导时假设流动轴向对称断面压力为常量,这有待进一步论证;且模型忽略了对流项,未体现雷诺数对摩阻的影响,对有较强对流的非恒定流问题不一定成立。此外,由于加权函数与历史流速有关,计算时要保存每一时步的流速值,占用计算机内存大。因此模型改进的主要方向应是对加权函数的处理及如何将该模型进一步推广至高雷诺数湍流流动。

2.2.2 Brunone 模型^[17]

Brunone 受实验结果启发,将非恒定摩阻与瞬时当地加速度和对流加速度联系起来:

$$f = f_q + \frac{kD}{V|V|} \left(\frac{\partial V}{\partial t} - a \frac{\partial V}{\partial x} \right) \quad (13)$$

式中:等号右边第一项是恒定摩阻项;第二项是非恒定项; k 为 Brunone 摩擦系数; a 为波速。

Brunone 模型考虑了对流项,且将波速引入到非恒定摩擦中,是该模型成功之处。波速的引进将摩阻与管道流体特性联系起来,更真实地模拟了非恒定摩擦,但是 k 由经验公式计算,要依流态不同而定,

且取值适当与否对计算精度影响大,可引起压力波衰减幅值扩大或减小,持续时间延长或缩短.用矩形特征线网格法对 Brunone 模型进行显式有限差分离散,解可能不稳定.该模型仅适用于快速瞬变(如水锤).此外 k 依赖于雷诺数,如何将雷诺数结合到模型中,应是下一步的研究方向.

2.2.3 Vardy 和 Hwang 的同心圆柱环模型^[20]

该模型将摩阻项建立在断面瞬时流速分布基础上,考虑切应力和当地流速关系,允许沿径向变化流速存在,且将相邻环间切应力用牛顿内摩擦定律表示,可称之为拟二维非恒定摩擦模型,其基本方程为

$$\frac{g}{c^2} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{gu_j}{c^2} \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial u_j}{\partial x} = \frac{1}{\rho a_j} (\dot{m}_{j-1} - \dot{m}_j) \quad (14)$$

$$g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial u_j}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_j}{\partial x} = \frac{1}{\rho a_j} \left[\frac{1}{2} \dot{m}_{j-1} (u_{j-1} + u_j) - \frac{1}{2} \dot{m}_j (u_{j+1} + u_j) - (F_{j-1} - F_j) \right] \quad (15)$$

式中: $\dot{m}_j = 2\pi r \rho v$ 为每单元上的侧向质量流; $F_j = 2\pi r \tau$ 为单元剪切力, τ 是相邻环间切应力,由牛顿内摩擦定律计算, $\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial r} \approx \mu \left(\frac{u_j - u_{j-1}}{r_j - r_{j-1}} \right)$.

由模型方程可见,只要有确定的切应力表达式即可运用该模型. Vardy 和 Hwang 对层流和湍流五区模型进行计算,同已有实验结果非常吻合,较精确地描述了压力波形及其衰减,同时也证明了 Zielke 的加权函数模型是正确的.另外,该模型适用于层流和湍流.

同样, Vardy 和 Hwang 在推导连续方程时假定断面压力为常数,这有待进一步证实.结合特征线法求解方程组时,如有 N 个圆柱,则有 $2N$ 个特征方程,需同时联立,以求解 $2N$ 个未知量,计算量较大.此外,模型验证采用适于震荡流的五区模型,能否应用于一般非恒定流要进一步研究.

2.2.4 Silva-Araya 和 Chaudhry 的能量耗散模型^[21]

该模型假定能耗与摩阻损失成比例,在运动方程摩阻项中引进了一能耗因子:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + e_f \frac{fQ|Q|}{2A} = 0 \quad (16)$$

式中 e_f 即能耗因子, $e_f = E_t/E_s$, E_t , E_s 分别为湍流和恒定流时的耗散能量,由下式定义:

$$E_s = \frac{f\rho A}{2D} \int_{t_1}^{t_2} v^3 dt$$

$$E_t = 2\pi \int_{t_1}^{t_2} \int_0^R \frac{\partial u}{\partial r} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial r} - \rho \overline{u'v'} \right) r dr dt$$

$\overline{u'v'}$ 是湍流雷诺应力项.

模型 e_f 的求解:由湍流模型求涡粘性系数,进而求得雷诺应力;再由运动方程

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial r} = - \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (17)$$

可求得瞬时流速分布;然后依次求解 E_t , E_s , e_f .

对一般的非恒定流,目前尚无统一的湍流模型可用.边界层内部常用的是混合长度模型,作为一种半经验理论,混合长度模型只在一定条件下成立.而当管道不是水力光滑管而是过渡粗糙管甚至完全粗糙管时,必须对混合长度模型进行修正.此外,模型采用的运动方程忽略了对流加速度的二阶空间导数项和径向速度分量,在高速瞬变流情况下这种处理合理与否尚不得而知;而且,当流速 v 趋近于零时,能耗因子趋向无穷大,这明显不符合实际.因此对能耗因子的定义及应用仍有待研究.

3 结 语

综上所述,传统的水锤计算为提高解的精度,对摩阻项积分采用不同阶精度模型,而这均是建立在瞬变时的摩阻(管壁切应力)与恒定流时相同的拟恒定假设基础上的,对高速高粘性瞬变管流,这种处理是不恰当的,因为瞬变下摩阻的机理与恒定流下不同,最明显的体现是在压力波形的衰减和相位偏差模拟上传统方法无法胜任,因而必须考虑非恒定摩阻的影响.

尽管水锤波衰减还有诸如管壁的非弹性和粘弹性机理等影响因素,非恒定摩阻无疑是今后研究的一个主要方向,这对精确模拟水锤的压力波形至关重要.前述的非恒定摩擦模型均可结合到经典的特征线法里.由于瞬变下流态复杂,存在层、湍流交替现象等,加之模型的推导均作了不同程度的假设和近似,利用这些模型进行水锤计算从而应用于工程实际尚有一定困难,尤其对复杂管道系统.

参考文献:

- [1] Brunone B, Karney W, Mecarelli M, et al. Velocity profiles and unsteady pipe friction in transient flows[J]. J of Water Resource Planning and Managment, 2000(4): 236 ~ 244.
- [2] Wood D J, Kao T Y. Evaluation of quasi-steady approximation for viscous effects in unsteady liquid pipe flow[A]. ASME[C]. ASME, 1968. 33 ~ 68.
- [3] 怀利 E B, 斯特里特 V L. 瞬变流[M]. 清华大学流体传动与控制教研组译. 北京: 水利电力出版社, 1983. 15 ~ 18.
- [4] Chaudhry M H. Numerical solution of transient-flow equations [A]. Applying Research to Hydraulic Practice[C]. New York: Jackson Mississippi, ASCE, 1982. 633 ~ 640.
- [5] Holloway M B, Chaudhry M H. Stability and Accuracy of Water-hammer Analysis[J]. Advance in Water Resource, 1985, 8: 121 ~ 128.

- [6] Streeter V L, Lai C. Waterhammer analysis including fluid friction[J]. J of the Hydr Division, ASCE, 1983, 88(3): 79 ~ 112.
- [7] Gray C A M. Analysis of waterhammer by characteristics[J]. Transactions, ASCE, 1995, 119: 1176 ~ 1194.
- [8] Propson T P. Discussion of unsteady flow calculation by numerical methods[J]. J of Basic Engrg, ASME, 1972, 94(2): 457 ~ 466.
- [9] Laushey L M, Kalaitjis M, Tollett R M. New finite-difference equations for waterhammer[A]. 17th Congress, IAHR, Baden-Baden[C]. IAHR, 1977, Vol. 5. 193 ~ 200.
- [10] 叶宏开. 水击计算中摩擦项的处理[J]. 水利学报, 1987(6): 40 ~ 45.
- [11] Anderson A, Arfaie M. Pipe-friction in waterhammer computation[A]. 25th Congress, IAHR[C]. IAHR, 1992, Vol. D. 23 ~ 31.
- [12] Zielke W. Frequency-dependent friction in transient pipe flow[J]. J of Basic Engrg, ASME, 1968, 90(1): 109 ~ 115.
- [13] Funk J E, Wood D J. Frequency response of fluid lines with turbulent flow[J]. J of Fluids Engrg, 1974, 96(2): 365 ~ 369.
- [14] Ohmi M, Kyomen S, Usui T. Numerical analysis of transient turbulent flow in a liquid line[J]. Bulletin of JSME, 1985, 28(3): 799 ~ 806.
- [15] Suo L, Wylie E B. Impulse response method for frequency-dependent pipeline transients[J]. J of Fluids Engrg, 1989, 111(4): 478 ~ 483.
- [16] Jelve I. The damping of flow and pressure oscillations in waterhammer analysis[J]. J of Hydr Research, 1989, 27(1): 91 ~ 114.
- [17] Brunone B, Golia U M, Greco M. Some remarks on the momentum equation for fast transients[A]. Int Meeting on Hydraulic Transients with Column Separation, 9th Round Table[C]. IAHR, Valencia, Spain, 1991. 140 ~ 148.
- [18] Eichinger P, Lein G. The influence of friction on unsteady pipe flow[A]. Proc of the Int Conf on Unsteady Flow and Fluid Transients[C]. Durham, UK, 1992. 41 ~ 50.
- [19] Vardy A E. Unsteady flows: fact and friction[A]. Proc 3rd Int Conf on Pressure Surges[C]. BHRA, Canterbury, England, 1980. 15 ~ 26.
- [20] Vardy A E, Hwang Kuo-Lun. A characteristic model of transient friction in pipes[J]. J of Hydr Research, 1991, 29(5): 669 ~ 684.
- [21] Silva-Araya W F, Chaudhry M H. Computation of energy dissipation in transient flow[J]. J of Hydr Engrg, ASCE, 1997, 123(2): 108 ~ 115.

(收稿日期: 2002-10-17 编辑: 熊水斌)

(上接第 42 页)

性碱含量. 现将化学分析结果^[2]摘录于表 4.

表 4 几种作骨料岩石碱量分析结果 %

骨 料	K ₂ O	Na ₂ O	总碱量 (Na ₂ O 当量计)	其中可 溶性碱
玄武岩	1.72	3.41	4.54	0.47
花岗岩	5.31	3.41	6.52	0.03
流纹岩	5.10	2.15	5.50	0.04
片麻岩	6.80	2.55	7.02	0.06

表 4 中的数据表明, 有些种类的骨料可溶性碱还是较高的, 如玄武岩骨料可溶性碱达 0.47%, 即使一些岩类含可溶性碱低, 但骨料占的比例较大, 同样不可忽视. 因此, 近年来国外对混凝土采用的骨料进行了碱含量检测, 并提出混凝土总碱含量中应包括骨料中的可溶性碱含量. 小浪底工程骨料是由火成岩、变质岩和沉积岩组成, 因没有做过可溶性碱含量分析, 表 3 中混凝土碱含量不包括这部分, 据了解国内也没有这方面的研究成果.

3 结 语

a. 试验表明小浪底工程选用的连地滩砂石料活性骨料碱含量较高. 但使用低碱水泥和掺集作低钙、低碱 II 级粉煤灰对抑制 AAR 是有效的、可行的. 根据国外最新研究成果, 建议对小浪底工程混凝土总含量做进一步的检测和分析.

b. 采用单位混凝土中碱含量控制 AAR 比较合理, 目前国内这方面标准和测试方法不统一, 因此建议设计、施工、科研等单位组成调研小组, 对混凝土总含碱量的检测项目、方法、内容以及有效碱含量的计算规定等制定一系列标准; 根据建筑物等级, 所处环境条件等制定出混凝土中安全含碱量统一界限值, 以便指导设计和施工.

参考文献:

- [1] DL/T5144—2001, 水工混凝土施工规范[S].
- [2] 马赛尔·阿罗德. 法国硅碱骨料反应的最新研究[J]. 中国三峡建设, 1998(增刊): 60 ~ 62.

(收稿日期: 2002-12-05 编辑: 张志琴)

