

有信息贝叶斯决策法在水利工程中的应用

李 梅 沈菊琴

(河海大学国际工商学院 江苏 南京 210098)

摘要 结合水利工程实例,利用有信息贝叶斯决策法对正在施工的水利工程在汛期如何保证设备安全度汛进行优化决策,求得在特大洪水、大洪水、一般洪水三种预报信息条件下的最优方案,实例计算结果表明,有信息贝叶斯决策方法是合理的,可以应用.该方法也可以应用于拟建工程.

关键词 有信息贝叶斯决策法;先验分布;后验分布;水利工程

中图分类号: C934

文献标识码: B

文章编号: 1006-7647(2003)07-0023-02

决策是一种随机运筹方法,是考虑自然环境状态条件下,为解决当前和未来可能发生的各种问题,从各个可行方案中,选择最佳方案的一种过程.要进行决策,首先要获得未来状态的信息.由于获得未来状态信息程度不同,决策问题可分为确定型决策、不确定型决策和风险型决策^[1].假定对每一个行动来说,自然状态是确定已知的,并且假定损益值(效益或损失)已知或可以计算出来,在这种情况下决策称为确定型决策;如果一点也不知道自然状态发生的概率而要选择行动方案则称为不确定型决策;如果对各种自然状态出现的概率为已知,由于在这种情况下是根据随机状态作出的决策,有一定风险,故称为风险型决策.风险型决策有决策树法、矩阵法、贝叶斯法等方法.其中贝叶斯法借助概率论,根据对随机状态有无预报信息,又分为无信息贝叶斯决策法(bayes decision procedure without data)和有信息贝叶斯决策法(bayes decision procedure with data)^[1,2].有信息贝叶斯决策法对于水利工程防洪安全处理问题具有重要的现实意义^[3,4],本文结合水利工程实例予以介绍,并将研究问题限于求损失.

先将有关符号定义如下:设 $\theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ 为所有的自然状态; $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ 为决策者可取的所有可能行动; $L(a_i, \theta_j)$ 为当实际自然状态为 θ_j 时,采取行动 a_i 引起的损失; C_{ai} 为采取每一行动 a_i 所产生的支出费用; $E[L(a_i, \theta)]$ 为相应于 θ 分布的每一行动 a_i 的期望损失.

决策者关心的是希望不论实际自然状态如何,选择某种行动方案 a_i ,使损失最小.

1 有信息贝叶斯决策模型

决策论中,决策者可能根据某种损失期望来做出决策,但是这样做需要确定每一自然状态 θ 的概率.如果这种概率是根据统计资料计算出来或直观判断而得的,这时自然状态 θ 的概率分布称 θ 的先验分布(prior distribution).设 θ 的先验分布为

$$P(\theta_j) \quad j = 1, 2, \dots, n$$

则行动方案 a_i 的期望损失为

$$E[L(a_i, \theta)] \quad i = 1, 2, \dots, m$$

用先验分布选择期望损失最小,作为行动方案.

用先验分布选择期望损失最小的方案,难以尽善,因为损失值仅能随机出现一次,可信度受到一定影响.如果决策者能够得到关于自然状态 θ 分布的较现实的附加信息,就可以提高决策的效果,因而出现了有信息贝叶斯方法.

设某随机变量 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_s\}$ 的分布是自然状态 θ 的函数,令 $Q(x_k | \theta_j)$ 为已知 θ_j 时 X 的条件分布,我们用该信息以及 θ 的先验分布去获得修改后的 θ 分布(它是 X 的函数),这一修改后的分布称为 θ 的后验分布(posterior distribution).有信息的贝叶斯决策方法是求得 X 为某一定值时 θ 的后验分布,然后用该分布选择期望损失最小的方案.

一般情况下,假设下列信息为已知:自然状态的随机变量 θ ;与 θ 有关的随机变量 X ; θ 的先验分布 $P(\theta_j)$;已知 θ_j 时 X 的条件分布函数 $Q(x_k | \theta_j)$.

我们要决定已知 x_k 时, θ 的条件分布 $h(\theta_j | x_k)$. $h(\theta_j | x_k)$ 也称为 θ 的后验分布,它是根据有关 X 的已知信息修改后的分布.

为了决定 $h(\theta_j|x_k)$ 定义 $g(x_k)$ 为 X 的边缘分布 $f(x_k, \theta_j)$ 为 X 和 θ 的联合分布. 这两个分布都是未知的, 但能用于决定 $h(\theta_j|x_k)$, 特别是 $g(x_k)$ 和 $f(x_k, \theta_j)$ 可以用已知分布来表示:

$$f(x_k, \theta_j) = Q(x_k|\theta_j)P(\theta_j)$$
$$g(x_k) = \sum_{j=1}^n f(x_k, \theta_j) = \sum_{j=1}^n Q(x_k|\theta_j)P(\theta_j)$$

则可推导出以下公式^[1]:

$$h(\theta_j|x_k) = \frac{f(x_k, \theta_j)}{g(x_k)} = \frac{Q(x_k|\theta_j)P(\theta_j)}{\sum_{j=1}^n Q(x_k|\theta_j)P(\theta_j)} \quad (1)$$

以上求得了在随机变量 X 为特定值下 求 θ 的后验分布的方法. 根据该分布 按一般数理统计求期望值的方法 就可求得每一行动方案 a_i 的期望损失为

$$E[L(a_i, \theta)] = \sum_{j=1}^n h(\theta_j|x_k)L(a_i, \theta_j) \quad (2)$$
$$i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$$

以上推导为有信息贝叶斯决策法的基本思路^[1, 2].

2 工程实例

某正在施工的水电站, 为保证汛期设备安全, 要求对某些施工设备的处理方案作出决策.

2.1 基本资料

根据该地区以往历史统计资料, 出现洪水的情况一般有特大洪水、大洪水、一般洪水三种情况, 其相应的概率为 0.02, 0.26, 0.72, 即为先验概率分布. 管理当局为确保设备的安全度汛, 按不同的洪水水情拟定了 3 种处理方案: 方案①, 运走设备; 方案②, 不运走设备, 但加高围堰; 方案③, 不运走设备, 亦不加高围堰. 通过财务分析预测得到三种方案的支出费用及发生在各类洪水情况下的损失值, 见表 1.

a. 先验概率分布为

$$\begin{aligned} \text{一般洪水 } \theta_1 \quad P(\theta_1) &= 0.72 \\ \text{大洪水 } \theta_2 \quad P(\theta_2) &= 0.26 \\ \text{特大洪水 } \theta_3 \quad P(\theta_3) &= 0.02 \end{aligned}$$

$$\sum_{j=1}^3 P(\theta_j) = 1.0$$

b. 行动方案见表 1.

表 1 支出费用及损失 万元				
行动方案	支出费用 C_{ai}	发生各类洪水的损失 $L(a_i, \theta_j)$		
		一般洪水 θ_1	大洪水 θ_2	特大洪水 θ_3
方案①	70	0	0	0
方案②	30	0	0	900
方案③	0	0	150	900

c. 汛期预报洪水的条件概率矩阵. 在实际洪水 θ_j 时预报洪水 x_k 的条件概率分布函数为 $Q(x_k|\theta_j)$,

此数据已知, 可以根据过去的预报资料和实际情况记录的历史资料统计分析得到, 见表 2.

表 2 预报洪水的条件概率

实际洪水	预报洪水的条件概率 X			$\sum Q(x_k \theta_j)$
	一般洪水 x_1	大洪水 x_2	特大洪水 x_3	
一般洪水 θ_1	0.69	0.18	0.13	1.0
大洪水 θ_2	0.16	0.70	0.14	1.0
特大洪水 θ_3	0.11	0.21	0.68	1.0

2.2 计算结果分析

在随机变量 X 的特定值下, 采用式(1)和式(2)求得 θ 的后验分布及每一行动方案期望损失, 见表 3 和表 4.

表 3 后验分布计算

编号	项 目	不同预报洪水水情时的 后验分布计算值		
		一般洪水 x_1	大洪水 x_2	特大洪水 x_3
(1)	$Q(x_k \theta_1)P(\theta_1)$	0.4968	0.1296	0.0936
(2)	$Q(x_k \theta_2)P(\theta_1)$	0.0416	0.1820	0.0364
(3)	$Q(x_k \theta_3)P(\theta_3)$	0.0022	0.0042	0.0136
(4)	$g(x_k) = \sum Q(x_k \theta_j)P(\theta_j)$ $= (1) + (2) + (3)$	0.5406	0.3158	0.1436
(5)	$h(\theta_1 x_k) = \frac{Q(x_k \theta_1)P(\theta_1)}{g(x_k)}$ $= (1)/(4)$	0.9190	0.4104	0.6518
(6)	$h(\theta_2 x_k) = \frac{Q(x_k \theta_2)P(\theta_2)}{g(x_k)}$ $= (2)/(4)$	0.0770	0.5763	0.2535
(7)	$h(\theta_3 x_k) = \frac{Q(x_k \theta_3)P(\theta_3)}{g(x_k)}$ $= (3)/(4)$	0.0040	0.0133	0.0947
(8)	$\sum h(\theta_j x_k) = (5) + (6) + (7)$	1.0000	1.0000	1.0000

表 4 有信息贝叶斯分析

		万元	
预报洪水	行动方案	$E[L(a_i, \theta)] = \sum h(\theta_j x_k)L(a_i, \theta_j)$ $+ C_{ai}$	$\min E[L(a_i, \theta)]$
一般洪水 $g(x_1) = 0.5406$	方案①	70.00	15.15
	方案②	33.60	
	方案③	15.15	
大洪水 $g(x_2) = 0.3158$	方案①	70.00	41.96
	方案②	41.96	
	方案③	98.42	
特大洪水 $g(x_3) = 0.1436$	方案①	70.00	70.00
	方案②	115.23	
	方案③	123.26	

当预报为一般洪水时, 3 种行动方案的期望损失分别为 70.00 万元、33.60 万元、15.15 万元, 有 $\min(70.00, 33.60, 15.15) = 15.15$, 故采用方案③, 即设备不运走, 亦不加高围堰.

当预报为大洪水时, 3 种行动方案的期望损失分别为 70.00 万元、41.96 万元、98.42 万元, 有 $\min(70.00, 41.96, 98.42) = 41.96$, 故采用方案②, 即设备不运走, 但要加高围堰. (下转第 30 页)

浆勾缝,防汛、通讯设施及观测设施应尽量完善。

2.2 非工程措施

a. 更新观念,明确责任,充分认识“除险加固事关人民群众根本利益”、“发展必须减灾,减灾也是发展”的道理,把抓好水库安全工程提高到实践“三个代表”的高度,建立水库安全工程责任制,对大坝安全实行各级人民政府行政领导负责制,并加大宣传力度,提高全社会对病险水库危害的严重性和实施水库安全工程的重要性、紧迫性的认识。

b. 注重管理,加强前期工作,实施水库安全工程,前期工作是关键,它关系到加固工程能否顺利进行的问题,对此,我们着重从几个方面入手:①建立制度,规范管理,福建省水利厅结合本省实际,起草了《福建省水库大坝安全鉴定管理规定》、《关于建立重要中型病险水库除险加固责任制的通知》等文件;公布具有设计资质的单位名单,明确承担工作范围;通过专家培训,建立专家评审库,科学指导安全鉴定和除险加固工作;设计了安全鉴定和除险加固流程图,对整个工作程序作了明确规定,这些管理办法与措施的出台,规范了水库管理。②在全省范围开展了安全鉴定,大型及重要中型水库的鉴定任务已全面完成,分清了类别,查明了情况,为除险加固提供依据。③开展除险加固初步设计,在加固过程中,进一步查明水库隐患,并应用“四新”技术于加固工程。

c. 应用先进技术,制定防洪预案,水库群及水库的防洪调度管理,防汛抢险及工程的管理必须应

用计算机技术,通信网络技术和 3S 技术(即地理信息系统 GIS,全球定位系统 GPS 和遥感技术 RS)等,要应用大坝安全监测系统和水情自动测报与防洪调度系统,科学制定防洪、防台风等工作预案,提高工程管理水平 and 防汛抢险的水平。

d. 加大督查力度,确保工程质量,福建省水利厅在做好设计、审查、批复的基础上,在施工过程中,加大监督检查力度,多次组织力量深入除险加固工地现场抽查监督,工程完工后逐一进行验收,并组织各市开展互查互检工作,真正达到除险一座销号一座。

e. 深化改革,规范管理,认真贯彻国务院批准的《水利工程管理体制改革的实施意见》,按照建立适应社会主义市场经济新体制、新机制的要求,分清公益性、准公益性与经营,政府行为与市场手段的区别,要落实注册登记、安全年检、挂牌督办、安全鉴定等制度,促进水库安全管理规范化、制度化、法制化、科学化。

3 结 语

水库安全工程关系到下游人民生命财产安全和当地社会经济发展,它是保证社会稳定和经济持续发展的一项重要工作,本文针对福建省大中型水库存在的主要问题,从工程措施与非工程措施两方面入手,提出大中型水库安全工程的措施,它对指导全省病险水库加固,推进水库安全工程具有现实意义。

(收稿日期 2003-07-12 编辑:马敏峰)

(上接第 24 页)

当预报为特大洪水时,3 种行动方案的期望损失分别为 70.00 万元、115.23 万元、123.26 万元,有 $\min(70.00, 115.23, 123.26) = 70.00$,故采用方案①,即运走设备。

由以上分析可见,利用有信息贝叶斯决策法,可以通过预报所增加的信息来改善自然状态的先验概率,使决策者可以利用更多的信息来作出最优决策,提高决策效果。

3 结 语

有信息贝叶斯决策法是通过增加信息,用后验分布来选择损失期望最小的决策方案,显然比用先验分布作出决策进了一步,然而预报信息的可靠度直接影响决策效果,可靠度愈高,决策效果愈好,但预报信息的可靠度具有模糊的性质,难以明确判断,因此建立一个模糊化贝叶斯组合模型值得今后进一步研究。

参考文献:

[1] (美) 杰勒特 B.E. 运筹学导论[M]. 北京:机械工业出版社,1982.305~312.

[2] 盛骤,谢式千,潘承毅. 概率论与数理统计[M]. 北京:高等教育出版社,1989.18~25.

[3] 郭元裕,李寿声. 灌排工程最优规划与管理[M]. 北京:水利电力出版社,1993.10~13.

[4] 羊锦忠,郑兰长. 系统工程[M]. 郑州:河南人民出版社,1990.265~266.

(收稿日期 2003-11-20 编辑:熊水斌)

