

论传递系数法求边坡稳定安全系数的两种解法

张 丹¹, 李同春¹, 乐成军²

(1. 河海大学水利水电工程学院, 江苏 南京 210098; 2. 成都勘测设计研究院, 四川 成都 610072)

摘要:在简要介绍传递系数法原理的基础上, 对传递系数法求解边坡稳定安全系数的两种解法——试算法和迭代法进行比较, 认为迭代法有更高的计算效率, 受稳定安全系数初值和调整步长的选择的影响也更小。

关键词:传递系数法; 边坡稳定安全系数; 刚体极限平衡; 滑动面

中图分类号: TU457

文献标识码: A

文章编号: 1006-7647(2004)02-0023-03

传递系数法又称为剩余推力法或不平衡推力传递法, 作为纳入建筑规范的一种方法, 它在我国水利、交通和铁道部门滑坡稳定分析中得到了广泛的应用^[1,2], 特别是在用抗滑桩进行加固的边坡中, 更是经常使用该法来计算抗滑桩所承受的不平衡下滑力。传递系数法假定条块间推力方向与上条块滑动面平行, 尽管只计力的平衡, 但在无附加荷载情况下自动满足力矩平衡。该法简单实用, 可考虑复杂形状的滑动面, 并可获得任意形状滑动面在复杂荷载作用下的滑坡推力。国内的大量计算结果表明, 当滑动面是圆弧时, 传递系数法和简化 Bishop 法计算的边坡稳定安全系数是非常接近的, 而且二者所搜索到的临界滑弧位置几乎重合^[3]。简化 Bishop 法是国际公认的一种比较精确的计算方法, 因此有理由认为传递系数法也是一种可依赖的工程实用方法。常规传递系数法(即试算法)求解边坡稳定安全系数是通过不断调整安全系数值, 使滑动面出口点不平衡下滑力为零来实现的^[4]。该法求解速度与假定的安全系数初值和调整步长有很大关系, 人为因素较大。而本文讨论的另一种方法——迭代法将滑动面出口点不平衡下滑力为零作为已知条件代入公式进行计算, 从而大大提高了计算效率。

1 传递系数法原理

文献[4]定义边坡稳定安全系数为整个滑动面上抗滑力和滑动力的比值:

$$K = \frac{\sum_{i=1}^m (f_i N_i + c_i l_i)}{\sum_{i=1}^m S_i} \quad (1)$$

式中: m 为滑坡体内滑动面个数; N_i 为第 i 个滑动面

上的法向力; S_i 为第 i 个滑动面上沿滑动方向的切向力; f_i 为摩擦系数; c_i 为粘聚力; l_i 为各条底边长。

传递系数法的思想为^[4]: 如图1所示的简单边坡稳定问题, 剪切面为一折线 abc , 其上有①②两块。当两块能各自维持稳定时, 分界面 bb' 上无内力, 但它们的安全系数的关系为 $K_1 < K_2$ 。当剪切面上的摩擦系数和粘聚力降低到某一限度时, ①号块首先不能稳定, ②号块尚有潜力, 所以①号块必然要倒向②号块, 以寻求它的支持。此时假设边坡的最终安全系数为 K , 对第①块有:

$$K_1 = \frac{\frac{c_1 l_1}{K} + \frac{f_1 N_1}{K}}{S_1} < 1 \quad (2)$$

对第②块有:

$$K_2 = \frac{\frac{c_2 l_2}{K} + \frac{f_2 N_2}{K}}{S_2} > 1 \quad (3)$$

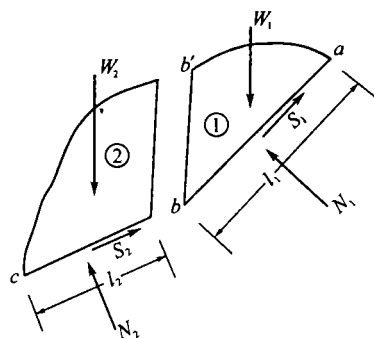


图1 分块示意图

因为 $K_1 < 1$, 即 $\frac{c_1 l_1}{K} + \frac{f_1 N_1}{K} < S_1$, 将 $S_1 - \left(\frac{c_1 l_1}{K} + \frac{f_1 N_1}{K} \right)$ 称为这一块的不平衡下滑力, 记为

F_1 .这意味着剪切面 ab 上不能抵抗全部下滑力 S_1 ,尚差一值 F_1 .这个 F_1 可以由两个因素来平衡,一个是在 bb' 面上产生的接触压力 P_{12} ,另一个是 ab 面上法向反力产生的变化值 ΔN_1 ,如图 2 所示.由于无法知道 F_1 究竟按什么规律分解为 P_{12} 及 $f\Delta N_1$,就简单假定完全由 P_{12} 来平衡,即假定每一分界面上推力的方向平行于上一分块的底坡.

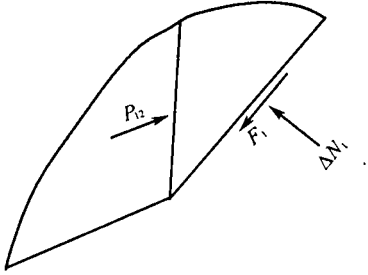


图 2 力平衡示意图

用传递系数法分条计算时,各分条的受力情况如图 3 所示.计算公式如下:

$$F_i = (W_i \sin \alpha_i + Q_i \cos \alpha_i) - \left(\frac{c_i l_i}{K} + \frac{(W_i \cos \alpha_i - U_i - Q_i \sin \alpha_i) f_i}{K} \right) + F_{i-1} \psi_{i-1} \quad (4)$$

其中:

$$\psi_{i-1} = \cos(\alpha_{i-1} - \alpha_i) - \frac{f_i}{K} \sin(\alpha_{i-1} - \alpha_i) \quad (5)$$

式中: W_i 为各分条重量; Q_i 为水平力; α_i 为各分条底边与水平线的夹角; U_i 为底部扬压力; F_i 为不平衡推力.

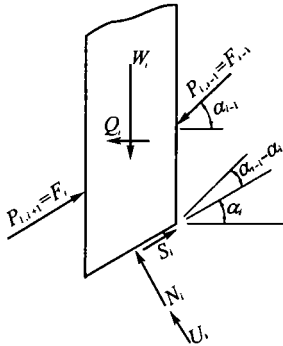


图 3 条块受力分析

2 求解的两种方法

2.1 常规的试算法

由文献[4]提供的思路,先假定一个 K 值,用式(4)逐条计算,一直到第 n 条,如果计算出的 F_n 等于 0,则此时的 K 即为边坡实际的稳定安全系数,如果 F_n 不等于 0,则需重新假定 K 值,重复以上步骤,直到 F_n 等于 0.由于边坡稳定安全系数 K 事先是未知的,一般不可能一次假定的 K 值就能使计算得出

的 F_n 等于 0,所以在使用该法计算边坡稳定安全系数的过程中就存在着一个试算的过程.如果条分的数目很多,试算工作量就会很大.针对这个问题,在文献[4]中提出了可以先取三个不同的 K 值同时试算,并注意一个 K 值取大一些,一个取小些,最后求出相应的 F_n ,绘制 $F_n \sim K$ 曲线,并从曲线上找出 $F_n = 0$ 所对应的 K 值.但在应用时我们会发现,由于三点所确定曲线的不准确性,所以由此方法所确定的边坡稳定安全系数往往不能满足精度的要求,只能用于边坡稳定安全系数的初估.

在计算机已普及应用的今天,可以方便地通过编程计算完成上述的试算过程,快速而精确地求解出满足条件的边坡稳定安全系数.编程计算中试算过程可以按如下步骤实现:①假定边坡稳定安全系数的初值为 K ;②用式(4)逐条计算,得出 F_n ;③判断 F_n 的大小,如果 F_n 的绝对值小于一个非常接近于 0 的数(取决于要求的精度),则输出 K ;如果 F_n 大于该数,则给 K 一个小于 0 的增量,重复步骤②;如果 F_n 小于该数的相反数,则给 K 一个大于 0 的增量,重复步骤②.

如上所述,在该法的求解过程中,我们要同时控制两个值,一个是 F_n 的值,在编程中作为控制变量,另一个是边坡稳定安全系数 K 的增量,而这两个量不是相互独立的.如果 K 的增量选得很大,而 F_n 的控制精度值选得过小,有可能得不出想要的结果,而且对于不同的边坡,两者的精度关系不同,所以在计算中需要不断调整这两个值,这给用该法计算带来了不便.

2.2 迭代解法

由文献[4]知,式(4)中右边第一项表示本分条的下滑力,第二项表示本分条的抗滑力,第三项表示上一分条传下来的不平衡下滑力的影响,而左端项为本分条的不平衡下滑力,因此式(4)可改写成:

$$KF_{S_i} = F_{R_i} \quad (6)$$

其中

$$F_{R_i} = c_i l_i + (W_i \cos \alpha_i - U_i - Q_i \sin \alpha_i) f_i \quad (7)$$

$$F_{S_i} = (W_i \sin \alpha_i + Q_i \cos \alpha_i) + F_{i-1} \psi_{i-1} - F_i \quad (8)$$

对 $i \leq n-1$ 分条,可以由事先假定的边坡稳定安全系数值 K 通过式(4)算出 F_i ,对第 n 分条,可利用 $F_n = 0$ 的条件,此时式(7)和式(8)右端项均为已知,因此可以求得每一分条的 F_{R_i} 和 F_{S_i} ,将此时所有分条的 F_{R_i} 和 F_{S_i} 累加并相除可得边坡稳定安全系数 K^* .若假定的 K 为真解,则有 $K^* = K$.

$$K^* = \frac{\sum_{i=1}^n F_{R_i}}{\sum_{i=1}^n F_{S_i}} \quad (9)$$

式中: F_{R_i} 为第 i 条的抗滑力; F_{S_i} 为第 i 条的滑动力; n 为总的分条数, 其余符号意义同前. 式(9)与边坡稳定安全系数的定义式(1)是完全吻合的.

根据上述思路, 边坡稳定安全系数迭代求解步骤如下: ①假定边坡稳定安全系数的初值为 K ; ②用式(4)计算 F_i , 直到第 $n-1$ 条, 同时用式(7)及式(8)分别计算 F_{R_i} 和 F_{S_i} , 直到第 n 条; ③用式(9)计算新的边坡稳定安全系数 K^* ; ④比较 K 和 K^* , 如果两者差值的绝对值小于一个非常接近于零的正数(取决于所要求的精度), 则 K^* 为所要求的边坡稳定安全系数, 输出; 如果两者的差值的绝对值大于该数, 则把 K^* 的值赋给 K 重复步骤②和③.

3 算例分析

算例一: 如图4所示, 计算的滑坡体由4个块体构成. 为了简化计算, 考虑滑坡体内材料为均质的, 取其密度为 2.65 t/m^3 , 摩擦角为 30° , 粘聚力为 24.52 kPa .

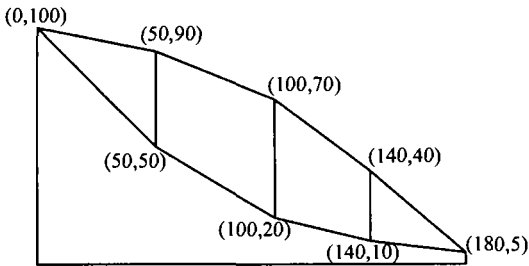


图4 算例一滑坡体条分示意图

计算取边坡稳定安全系数 K 的精度为 10^{-6} , 由两种计算方法编程计算, 得到相同的边坡稳定安全系数值, 为 1.367704 , 但不同的是它们得到同样的结果需要的时间和计算次数, 采用试算法得出结果所需要的循环次数为 385565 次, 而采用迭代法得出同样的结果只需要迭代 8 次.

以上计算选用的边坡稳定安全系数的计算初值为 1.0 , 如果改用 1.5 , 试算法得出结果需要循环 138720 次, 迭代法需 6 次; 如果改用 2.0 , 试算法得出结果需要循环 663008 次, 迭代法需 7 次. 由此可以看出, 初值的选取对试算法的计算效率影响很大, 但对迭代法的影响却很小.

算例二: 该例所计算的剖面为 213 国道紫坪铺库区淹没段改建工程倒流坡库岸堆积体稳定分析项目中的一实际剖面, 滑坡体剖面如图5所示. 计算中考虑滑坡体内土的密度为 2.1 t/m^3 , 滑动面上的土体指标为: 摩擦角 23.5° , 粘聚力 18 kPa .

取 K 的初值为 1.0 , 如果仍要求边坡稳定安全系数 K 的精度达到 10^{-6} , 所得到的边坡稳定安全系数值为 1.108340 , 试算法求解得出结果所需的循环次数为 113604 次, 迭代法求解编程计算得出结果的

迭代次数为 5 次.

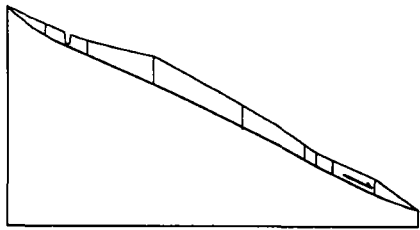


图5 算例二滑坡体剖面

为了体现两种方法计算效率的差别, 本文算例所要求的计算精度都比较高, 在实际工程计算中可能无需求这么高的精度, 所以在算例二中对不同精度要求情况下两种方法的计算效率进行了比较: K 的初值仍为 1.0 , 如果要求的精度为 10^{-3} , 对算例二, 迭代法和试算法的计算次数分别为 3 次和 109 次, 如果要求的精度为 10^{-4} , 迭代法和试算法的计算次数分别为 4 次和 1084 次. 上述结果说明, 即使是在精度要求低的情况下, 迭代法的计算效率与试算法仍有数量级的差别, 而且随着精度要求的提高, 这个差别越来越大.

4 结论

本文针对传递系数法求解边坡稳定安全系数时需要试算的问题, 对两种不同的解法——试算法和迭代法进行了比较分析. 算例表明, 迭代法与常规的试算法相比, 收敛速度快, 编程简单. 在实际工程计算时, 经常遇到滑动面未知, 需要搜索滑动面的情况, 这时可能要计算若干个滑动面的边坡稳定安全系数进行比较, 而且为了提高计算的精度, 在实际工作中往往要求条分的数量比较多, 在这种情况下编程计算, 迭代法的优越性会得到很大的体现.

参考文献:

- [1] 杨培忠, 陈惠君. 紫坪铺工程导流洞2#出口边坡稳定分析及处理[J]. 水利水电技术, 2002, 33(11): 39~44.
- [2] 富凤丽, 仝磊, 李广杰, 等. 中里滑坡反分析及强度参数取值研究[J]. 长春科技大学学报, 2000, 30(2): 165~169.
- [3] 朱大勇, 钱七虎, 周早生, 等. 基于余推力法的边坡临界滑动场[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 18(6): 667~670.
- [4] 潘家铮. 建筑物的抗滑稳定和滑坡分析[M]. 北京: 水利出版社, 1980.

(收稿日期: 2003-06-10 编辑: 熊水斌)

