

轴流式水轮机轴向水推力的有限元计算

周大庆, 钟淋涓

(河海大学水利水电工程学院, 江苏 南京 210098)

摘要:利用水轮机模型、翼型参数以及综合特性曲线所确定的边界条件和初始条件,通过有限元法求解用流函数表示的反映轴流式水轮机转轮内流动的拉普拉斯方程,进而计算轴流式机组静态轴向水推力的变化曲线,为过渡过程计算提供必需的静态原始数据.算例表明,该方法切实可行,并能达到较好的计算精度.

关键词:轴流式水轮机;静态轴向水推力;有限元;拉普拉斯方程

中图分类号:TK730.2

文献标识码:A

文章编号:1006-7647(2004)04-0014-03

随着水轮发电机组单机容量的增大,机组的安全运行越来越重要.世界上曾有不少轴流式机组在甩负荷时,由于负轴向力(即抬机力)过大而引起重大事故的先例,因此大型轴流式水轮机组在甩负荷时轴向力的变化引起了人们的普遍关注.对于水轮机轴向力的研究方法主要有:①模型试验法;②理论法,以柯尔东(前苏联)、常近时等为代表,在叶栅绕流理论上推导出叶片所受轴向力的计算公式;③经验法,以克里夫琴科(前苏联)和助川寿(日本)等为代表,在模型试验资料的基础上,提出了一些经验和半经验的计算方法.近年来,随着计算机和数值计算方法的发展,水力机械流动计算的很多正问题和反问题都可数值求解,从而把水力机械的流动分析和水力设计提高到一个新的水平.由于有限单元法对于水力机械复杂的边界形状有很强的适应性,而采用有限单元法计算轴流式机组轴向水推力尚不多见,因此本文力图在掌握轴流式转轮的参数和来流状况的基础上,通过有限单元法求解转轮叶栅流场的力特性,进而计算得到机组静态轴向水推力.在保证一定精度的前提下为计算水轮机在过渡过程,如甩负荷时轴向力的变化提供所需要的静态轴向水推力的变化曲线.

1 基本方程和边界条件

1.1 基本方程

在某一工况下分析轴流式转轮内部流动时假定:第一,水流是理想和不可压缩的;第二,在工况稳定的情况下,圆柱层内的相对运动有势,且定常;第三,圆柱层间流动无关,即忽略径向流动.这样轴流

式转轮内部流动的计算就成为解决理想流体绕流平面无限直列叶栅问题,它满足拉普拉斯方程:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

相应的有限单元计算格式^[1]为

$$\sum_{s=i,j,m} K_{rs} \psi_s = 0 \quad (r = i, j, m) \quad (2)$$

相应的有限元整体计算格式^[1]为

$$\sum_e \sum_{s=i,j,m} K_{rs} \psi_s = 0 \quad (r = i, j, m) \quad (3)$$

式中: K 为感应系数; ψ 为单元结点流函数; $\sum_e$ 表示各个单元的数值相加.

1.2 边界条件

根据直列叶栅流动特性的周期性,可以以栅距为间隔划分叶栅.取出其中周期性的一段,若能求解出该段中的流动,则整个叶栅特性也就确定了.这样的处理对有限单元法的求解特别有利,因为它使原来在无限区域上的计算转化为在有限区段上进行.由此,取桨叶圆柱截面的一个流面,包括两叶片之间的部分和向上、下游各延伸一段作为轴流式转轮叶栅流场计算区域.依据文献[2]建议,延伸部分的长度为半个翼型长度左右,如图1所示.

a. 因为 AB 是叶栅无穷远前方的一条列线,其上各点速度均匀且等于无穷远来流速度,其边界条件表示如下:

$$\psi_n - \psi_{n'} = W_{s1} \Delta n \quad (\text{在 } A'B' \text{ 上}) \quad (4)$$

式中: ψ_n 为 n 点的流函数; $\psi_{n'}$ 为 n' 点的流函数; W_{s1} 为进口边界 AB 上的切向速度, m/s ; Δn 为 n 点与 n'

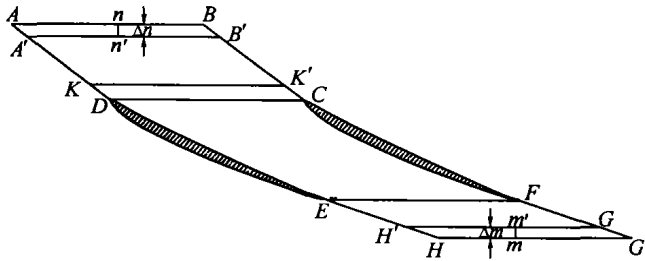


图1 叶栅计算区域示意图

点沿边界法向的距离, m . 在单元划分好后, Δn 是确定的, $W_{s1} = W_{s1\infty}$ 也是已知的, 因此, 式(4)可以给出进口边界上结点的补充方程.

b. 同理, 出口边界 HG 上速度均匀, 若记 m 为 HG 上的点, m' 与 m 在同一法线上且相邻, 则边界条件表示为

$$\psi_m - \psi_{m'} = -\frac{W_{n2}}{\tan \beta_2} \Delta m \quad (\text{在 } HG \text{ 上}) \quad (5)$$

式中: W_{n2} 为 HG 上的法向速度, m/s ; β_2 为出口水流角, $(^\circ)$. W_{n2} 在出口边界位置决定后, 根据连续性条件由 W_{n1} 决定. 出口水流角 β_2 无法预先确定, 实际上, β_2 是水流对叶栅绕流的结果, 即是计算所需求解的量.

c. 考虑边界 BC 和 AD , 两者相距一栅距 t . K 和 K' 互为周期性对应点, 根据流函数性质与连续性条件, 可得

$$\psi_{K'} - \psi_K = q \quad (BC \text{ 之间的点}) \quad (6)$$

式中: q 为一个栅距内所通过的流量, $q = W_{n1} t$.

对于边界 AD 之间的点应用式(2)时, 由于 AD 下部的流动区域被人为地去掉了, 需要用 BC 下部的单元和结点来补充去掉部分的作用. 即式(2)用于 AD 之间的点时, 应按式(7)进行计算:

$$\sum \sum K_K \psi_K + \sum \sum K_{K'} \psi_{K'} = 0 \quad (AD \text{ 之间的点}) \quad (7)$$

式中: K_K 为与 AD 之间的点 K 有关的感应系数; $K_{K'}$ 为与 BC 之间的点 K' 有关的感应系数.

式(6)和(7)是周期性条件在计算中的具体运用.

d. 边界 EH 和 FG 的处理方法与上述 AD , BC 边界完全一样.

e. 对于计算区域内的翼型围线 CF 和 DE , 应满足以下两个条件: ①翼型围线作为固体表面, 是一条流线, 根据流函数的相对性, 可以令:

$$\psi = 0 \quad (\text{在 } CF \text{ 上}) \quad (8)$$

由流函数的性质和流体的连续性, 可得:

$$\psi = q \quad (\text{在 } DE \text{ 上}) \quad (9)$$

②叶栅中翼型的绕流应满足库塔-儒可夫斯基条件:

$$W_F = W_E \quad (10)$$

笔者认为, 在最优工况下水流出口为法向出口,

这样首先定出出口水流方向角, 即假定式(5)中的 β_2 已知. 然后根据式(4)~(9)修改式(3)中的相应方程, 联立求解则得到流函数. 据此同样可以求出各点速度并判断是否满足式(10), 不满足则稍微调整 β_2 , 重复上述计算, 直至满足式(10)为止. 上述微调 β_2 的过程, 实际上是在保持出口边界法向速度 W_{n2} 不变的条件下, 改变出口边界切向速度的过程. 而切向速度的变化, 改变了出口边界的环量. 根据复连通环量为常数的性质, 在进口环量一定的前提下, 出口环量的变化相应地改变着绕翼型的环量, 从而使在某一环量下, 翼型正背面两股水流汇合于后尖端点, 即满足库塔-儒可夫斯基条件.

2 有限元方程组的建立及求解

轴流式转轮叶栅流场有限元计算的线性代数方程组以矩阵的形式表示为

$$K\psi = P \quad (11)$$

为了编程方便, 采取先不管边界条件, 统一得到 K 和 P 的形式; 再引进边界条件, 对 K 和 P 进行修正.

本文用全选主元高斯 (Gauss) 消去法求解式(11). 具体过程从略.

3 流速场的求解

由式(11)的求解, 可得到结点上的流函数值 ψ , 因为流速

$$v_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (12)$$

$$\text{而} \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{B\psi}{2A}, \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{C\psi}{2A} \quad (13)$$

式中: $B = [b_i \ b_j \ b_m]$, $C = [c_i \ c_j \ c_m]$, 是结点坐标的函数; A 为三角形单元面积. 这样可以算得 v_x , v_y , 而

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (14)$$

在采用3结点三角形单元时, 单元内的速度是常数, 即给出的是单元平均速度. 习惯上, 人为把这个速度规定在单元的形心上, 从而作出整个速度矢量场.

4 轴向水推力的计算

设理想液体绕流叶栅翼型时作用于翼型上的力为 P . 将此力分解成两个分力: 平行于栅轴的分力 P_u 和垂直于栅轴的分力 P_z (图2). P_z 就是所要求的轴向水推力, P_u 则形成扭矩. 根据相对运动的伯努利方程式:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{W_1^2}{2g} - \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{W_2^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g} \quad (15)$$

由于 $u_1 = u_2$, 且认为 z_1 和 z_2 近似相等, 那么翼型上

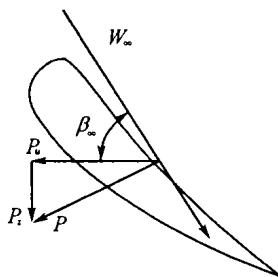


图2 理想液体绕流时翼型受力示意图

的伯努利方程式变为

$$\frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} = \frac{W_2^2}{2g} - \frac{W_1^2}{2g} \quad (16)$$

由式(13)和式(14)求解出速度场,可得每个截面翼型正背面的速度分布,再利用式(16)计算压差分布,从而可求出作用在各个翼型上的力:

$$P_i = \rho g S_i \Delta r_i \quad (17)$$

式中: \$S_i\$ 为对应各翼型压差分布图的面积; \$\Delta r_i\$ 为对应翼型的控制宽度. 对式(17)从轮缘至轮毂的各翼型上的受力进行面积分得作用于单个叶片上的力,那么作用在机组上的轴向水推力为

$$P_z = Z \sum_{i=1}^n P_i \cos \beta_{\infty i} \quad (18)$$

式中: \$Z\$ 为叶片数; \$n\$ 为叶片木模图所给出的翼型图数目; \$\beta_{\infty i}\$ 为各翼型的平均翼型绕流角.

5 算例

根据以上轴流式机组轴向水推力有限元计算方法,对葛洲坝发电厂 ZZ500 水轮机模型转轮进行了计算. 模型相关参数如下: 能量试验水头为 3 m, 模型转轮标称直径 0.46 m, 轮毂直径 0.184 m, 导叶数为 32, 桨叶数为 5.

根据桨叶木模图, 计算它所提供的桨叶 6 个圆柱截面, 并利用模型机组在导叶开度为 20 mm, 桨叶角度为 0° 时所测得的单位转速 \$n_{11}\$、单位流量 \$Q_{11}\$ 及相应的效率 \$\eta\$ 作为有限元计算的初始条件, 根据模型转轮定桨特性曲线图给出各个工况的 \$n_{11}\$、\$Q_{11}\$ 和 \$\eta\$ 值, 见表 1. 最优工况下相关参数见表 2, 求得最优工况下轴向水推力 \$P_z = 2562.7\$ N.

表1 各工况 \$n_{11}\$、\$Q_{11}\$、\$\eta\$ 参数值

工 况	单位转速 \$n_{11}/(r \cdot \min^{-1})\$	单位流量 \$Q_{11}/(m^3 \cdot s^{-1})\$	效率 \$\eta\$
①	90	0.810	0.820
②	100	0.841	0.850
③	110	0.870	0.867
④	120	0.901	0.882
⑤	130	0.940	0.890
⑥	140	0.966	0.870
⑦	150	1.002	0.844
⑧	160	1.033	0.812
⑨	170	1.070	0.765

表2 最优工况时相关参数

截面	面积 \$S/m^2\$	控制宽度 \$\Delta r/m\$	平均翼型绕流角 \$\beta_\infty/(^\circ)\$
I	0.5626	0.01783	15.10
II	0.5263	0.02548	17.37
III	0.4935	0.02533	18.11
IV	0.3702	0.02530	25.47
V	0.3208	0.02521	31.90
VI	0.2777	0.01134	36.94

同样作出其他工况的进出口速度三角形, 并以此作为初始条件, 可以求出其他工况时作用在机组上的轴向水推力 \$P_z\$. 同时, 考虑到真实液体都具有黏性, 前面有限元计算采用的理想流体模型与实际情况显然有差距, 为了所求轴向水推力的结果更加精确, 本文根据文献[3]的方法, 部分考虑摩擦阻力和压差阻力对翼型受力的影响, 对轴向水推力进行了修正, 结果见表 3.

表3 部分考虑摩擦影响后的轴向水推力 N

工 况	轴向水推力 \$P_z\$	修正后的轴向水推力 \$P'_z\$	单位轴向水推力 \$P_{11}\$
①	2816.1	2897.6	4564.6
②	2716.6	2807.0	4421.9
③	2701.9	2801.7	4413.5
④	2639.8	2750.7	4333.2
⑤	2562.7	2686.6	4232.2
⑥	2259.2	2394.8	3772.5
⑦	2137.7	2282.4	3595.5
⑧	1961.6	2123.6	3345.3
⑨	1734.9	1911.7	3011.5

注: \$P'_z = P_z + R'\$, \$R'\$ 为轴向水推力修正值.

由以上计算结果, 结合文献[4]提供的数据和图形, 绘制出图 3. 从图中可见, 本文轴向水推力的计算精度优于助寿川力矩法和分量法, 与叶栅理论法比较接近. 就目前计算精度而言, 与图 3 中模型试验实测值相比, 平均误差在 10% 左右, 若通过细分离散单元, 以及进一步考虑黏性损失、冲击损失等的影响, 定能在精度上再提高一些. 这样就能为计算水轮机在甩负荷时轴向水推力的变化提供所需要的静态轴向水推力的变化曲线, 也可为模型试验提供有力的佐证.

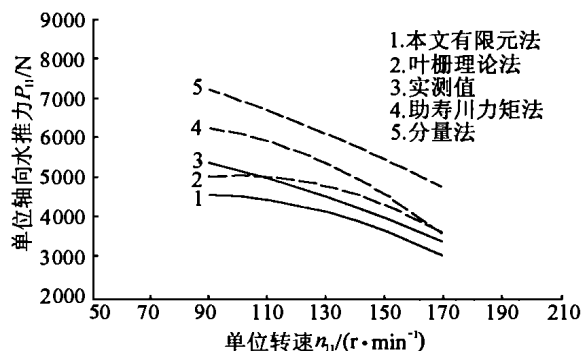


图3 单位轴向水推力与单位转速关系曲线

(下转第 43 页)

张,人工设计从计算到完成施工图至少需 50 d,而应用平面钢桁架计算机辅助设计系统后从确定方案到完成仅用了 16 d,为后续设计工作按期完成奠定了基础。

b. 大大提高了设计质量.平面钢桁架计算机辅助设计系统设计计算是严格按照规范要求进行的,包括计算简图在内的各种设计文件齐备,便于校对审核和修改,而且设计计算的准确性和精度大大提高,是人工计算无法比拟的。

c. 因为设计精度和准确性的提高,经济上更趋合理.与以往同类设计的经济指标相比较,该项目屋盖部分按厂房面积用钢量为 33.7 kg/m^2 ,节约钢材 12%,经济效益明显提高。

平面钢桁架计算机辅助设计系统在该工程上的应用结果表明:系统操作简单实用,功能齐全,大大减轻了设计人员工作量,在缩短设计周期、提高设计质量和降低工程造价方面充分显示了其使用价值。

4 结论与展望

平面钢桁架计算机辅助设计系统可大大减轻设计人员的计算和绘图工作量,提高工作效率和准确性,使桁架设计趋于经济和合理.该系统获原冶金工业部优秀工程设计软件二等奖,安徽省科学技术研究成果,并已通过部级鉴定,一直在实际工程中使用,效果良好,取得了较好的社会效益和经济效益.但同时也应看到,一个工业厂房的设计包括柱子系统(含柱基础)、墙皮系统、吊车梁系统、屋面系统等,桁架设计只是工业厂房设计中的一个部分,如何将桁架设计软件与上述厂房各局部设计软件有机结合

起来,走向局部向整体的发展道路,还有很多的工作要做.譬如当屋架与排架柱刚接时,需将屋架化成相当的实腹式梁,计算排架的内力,再根据排架分析的结果,将屋架端弯矩化为水平力偶作用于屋架端部的上下弦节点上来计算屋架内力,其中仅屋架端弯矩及剪力的组合就达 8 种之多,计算工作量非常大.因此将桁架设计计算与排架设计计算结合起来作为一个整体来计算应该是当前首先需要解决的问题.平面钢桁架计算机辅助设计系统的实现及其由局部向整体的融合发展将更好地减轻设计人员工作量,提高设计质量和速度,必将在工程设计中发挥巨大的作用,具有良好的发展前景。

参考文献:

- [1] GB50017-2003,钢结构设计规范[S].
- [2] GB50009-2001,建筑结构荷载规范[S].
- [3] GB50011-2001,建筑抗震设计规范[S].
- [4] 钢结构设计手册编制组.钢结构设计手册[Z].北京:中国建筑业出版社,1991.811~812.
- [5] 李和华,李星荣,李连生,等.钢结构连接节点设计手册[Z].北京:中国建筑业出版社,1992.40~57.
- [6] GBJ105-87,建筑结构制图标准[S].
- [7] JGJ/T90-92,建设领域计算机软件开发技术规范[S].
- [8] 李论,姚远.C语言设计界面大全[M].北京:机械工业出版社,1997.179~246.
- [9] 石教英,蔡文立.科学计算可视化算法与系统[M].北京:科学出版社,1996.37~71.
- [10] 李炳威.结构的优化设计[M].北京:科学出版社,1989.46~51.

(收稿日期:2003-12-25 编辑:熊水斌)

(上接第 16 页)

6 结 语

a. 通过本文所做的工作,可以认为有限元法是进行流场计算的一种较好的方法.这种方法能够提供一个清晰、直观、形象的流场状况;能够确定翼型表面的速度分布,这对分析转轮的能量和空化特性十分有用;可以定性或定量地了解流动参数的变化对叶栅绕流的影响。

b. 本文的工作也存在一些不足:第一,对于轴流式机组轴向水推力的计算,采用了理想化的模型,并进行了一系列假设,这与实际情况存在一定差距,在偏离最优工况较远时,就体现在误差的增大上;第二,从有限元法角度来讲,相对于其他一些数值计算方法而言,它是在全流场上的近似计算.另外,笔者使用的 3 结点三角形单元,虽然处理起来比较简单,但其插

值函数的导数在单元上为常数,不能反映待求函数导数的变化,因此求解结果的精度受到影响。

c. 研究表明,基于全三维的湍流计算模型,由于更加符合实际情况,成为一种更能反映转轮内流动特征的数值模拟方法,可作为今后进一步研究的方向。

参考文献:

- [1] 沈祖诒,田树棠,支培法.水力机械优化设计和计算机辅助分析[M].南京:河海大学出版社,1995.
- [2] 张世雄,许协庆.水力机械转轮内部流动的三维有限元计算[A].中国水利水电科学研究院.许协庆水动力学论文集[C].北京:中国水利水电出版社,1997.191~199.
- [3] 高建铭,姚志民.水轮机的水力计算[M].北京:电力工业出版社,1982.
- [4] 王煦时,严亚芳,李树荣.轴流式水轮机轴向力的试验研究[J].河海大学学报,1994,22(2):1~3.

(收稿日期:2003-10-14 编辑:熊水斌)