

混凝土裂缝扩展模拟研究进展

韦 未, 姚纬明

(河海大学水利水电工程学院, 江苏 南京 210098)

摘要:对 20 世纪 60 年代以来国内外混凝土裂缝扩展模拟的方法进行了系统总结, 简单介绍了各种方法的基本思想, 并对目前国外普遍采用的嵌入不连续模型及其派生出来的 SOS, KOS 和 SKON 模型进行了详细介绍, 分析了不同方法的优缺点. 嵌入不连续模型中的 SKON 模型具有不需要重新剖分网格、计算结果受网格尺寸影响小的优点, 因此被认为是现有有限元模拟混凝土裂缝扩展方法中较为实用的方法, 并可以推广到岩石及类混凝土材料裂缝扩展模拟的研究中.

关键词:混凝土; 裂缝扩展; 嵌入不连续模型; SOS 模型; KOS 模型; SKON 模型

中图分类号:TV543+.6

文献标识码:A

文章编号:1006-7647(2004)04-0053-04

1 混凝土裂缝扩展模拟方法

早在 20 世纪 60 年代, 就有学者将断裂力学、损伤力学应用于混凝土的裂缝研究中. 在计算机模拟裂缝扩展技术方面, 国内外学者也做了很多具体工作, 采用了很多新方法, 归纳起来, 主要可以分为:

a. 流形元法^[1]. 采用石根华博士提出的数值流形元法, 将有限元网格作为数学覆盖, 在模拟裂纹扩展过程中数学覆盖不变, 即相当于有限元网格不变, 从而使模拟裂缝扩展的问题变得简单. 但流形元法在确定物理及数学覆盖时很繁琐, 不易操作.

b. 边界元法^[2,3]. 边界元法只需在边界上及裂缝表面布置节点, 避免了网格重新剖分, 但边界元法在处理多介质问题、复杂非线性问题方面显得很困难.

c. 分形几何法^[4,5]. 虽然分形几何法在模拟不规则裂缝上有很好的解释, 但是分形几何法目前仍处于研究阶段, 其理论尚未成熟.

d. 无网格法^[6]. 无网格法具有有限元法和边界元法的优点, 这对裂缝模拟又进了一步, 然而, 直到现在无网格法还缺少成熟的理论基础.

e. 有限元法. 自 20 世纪 60 年代起, 就有人采用有限元法对混凝土裂缝进行分析. 有限元作为强大的分析工具已经得到学术界的广泛认同, 在有限元基础上, 又出现了各种各样的裂缝扩展模拟方法, 如随机骨料模型方法^[7,8], 该方法主要利用 Bazant^[3]等提出的随机颗粒模型, 随机地生成颗粒在试件内的分布, 然后根据骨料粒径的不同划分不同的网格来

进行有限元分析, 该方法的缺点是网格的尺寸很小, 计算量大. 朱万成等^[9]采用刚度特性退化和刚度重建的方法来处理开裂单元, 采用 MFPA^{2D}程序将细观力学与数值计算方法有机地结合起来, 并考虑混凝土的非线性, 模拟混凝土裂纹扩展及其破坏过程; 孟振虎等^[10]应用弹塑性增量理论按 Mises 屈服准则及 J_2 流动理论, 用节点位移及松弛方法, 对核工业管道进行了裂纹扩展有限元模拟. 李亚柘^[11]用裂缝体单元表示混凝土结构的裂缝, 通过对开裂单元进行协调聚缩, 实现裂缝扩展自动追踪分析.

f. 自适应有限元法. 杨庆生等^[12]基于自适应有限元方法, 利用节点力释放技术生成新的裂纹自由表面, 发展了一种可随裂尖连续移动的网格动态加密和释放技术; 然而, 用自适应有限元网格计算的代价比较高.

2 模拟裂缝扩展的有限元模型

2.1 离散裂缝模型

在早期的离散裂缝模型中, 认为裂缝两边的节点是相互独立的, 当单元内某点达到开裂条件后, 则将该点改为两个节点, 对节点进行重新编号. 改进后的离散裂缝模型采用两个弹簧将裂缝两边相应的节点联结, 裂缝开裂后只需改变弹簧的刚度系数, 不必增加新的节点, 因此不必修改网格, 计算上比较方便, 但无论是改进和未改进的离散裂缝模型, 都需要先假定裂缝的位置和方向, 这是该方法的一个主要缺点, 目前较少采用.

2.2 弥散裂缝模型

弥散裂缝模型不是直观地模拟裂缝,而是在力学上模拟裂缝的作用,即在建立单元刚度矩阵时,考虑裂缝的影响,因此不需要重新剖分网格.在具体应用时,弥散裂缝模型又可分成以下几种:

a. 正交裂缝模型.该模型认为开裂后的材料各向异性主轴与开裂方向一致.

b. 旋转裂缝模型.Cope^[13]等认为裂缝方向并不总是相互垂直的,因此提出旋转裂缝模型,该模型假定材料的主轴与主应力轴一起转动.但许多材料科学家认为裂缝形成是不可逆的,一旦裂缝形成就意味着材料在某一方向产生缺陷,而这一缺陷是不能随坐标轴旋转的.

c. 非正交裂缝模型^[14,15].De.Borst^[14]提出的非正交裂缝模型认为:在增量型本构关系中,将应变增量分解为完好混凝土应变增量与裂缝应变增量两部分.完好混凝土应变增量可按破坏前的本构关系取用,而裂缝应变增量由裂缝面上的应力应变关系确定.弥散裂缝模型的缺点是:裂缝的间距和宽度较难直接计算,裂缝作用或开裂范围等受到单元大小的影响较大.

2.3 断裂力学裂缝模型

在断裂力学裂缝模型中,有两类计算模型:虚拟裂缝模型和钝化裂缝模型^[16].所谓虚拟裂缝模型就是将微裂区用一段初始张开位移为零且能够传递应力的“虚拟裂纹”来代替.虚拟裂缝模型同样存在随虚拟裂缝的扩展而需要重新对网格进行调整的麻烦;钝化裂缝模型则用一条包含密集、平行裂缝的带来模拟实际裂缝和断裂区,该模型吸取了弥散裂缝模型不需要重新划分网格就能自动生成裂缝,且裂缝方向不受网格划分的限制,可在任意方向产生和扩展等优点,采用能量释放率或断裂韧度作为断裂准则,克服了计算精度受单元尺寸大小影响的缺点.但无论是离散裂缝模型、弥散裂缝模型还是断裂力学模型,都碰到了需要选择恰当的网格剖分工具的问题和裂缝开裂前后网格协调的问题.

还有一种模型,就是将不连续位移或应变嵌入到有限元中,称为嵌入不连续模型.嵌入不连续模型由于可以通过非协调位移或应变“嵌入”到有限元公式中,因此裂缝扩展后并不需要重新剖分网格,适合解决裂缝未知的情况,并且对于裂缝已知的情况,采用嵌入不连续模型还能大大减少有限元计算工作量.

3 嵌入不连续模型

嵌入不连续模型的基本思想是:以胡-聿变分原理为基础,将不连续位移或应变以非协调的形式嵌

入到位移场或应变场中,从而得到相应的有限元计算公式,这是目前比较流行的对裂缝的处理方法.

嵌入不连续模型的发展首先是从 Ortiz^[17]的研究工作开始的.1987年,为了提高用四边形单元求解剪切带的精度,Ortiz^[17]提出了在应变场中增加一项附加应变模式来模拟应变不连续,附加的应变模式是由基于声张量的局部分叉分析来决定的,并且它们的形函数在整个分析过程中保持为常数.但单元中只有一条应变不连续线(图1(a)).Belytschko等^[18]对以上观点又做了进一步研究,提出将微裂区嵌入到单元中,也就是说单元可以被一条具有两条平行的应变不连续线围成的带穿过(图1(b)),而带宽可以看成是材料参数并且与单元尺寸无关,这条带的方向也由局部分叉分析来确定,但是裂缝张开率和附加应变模式的滑移位移并不固定.这就是早期的嵌入不连续模型的思想.后来 Fish等^[19]将该法应用于大变形问题中,并取得了一定的成果,有了将嵌入不连续模型在剪切带、微裂区的成功应用.1990年,Dvorkin等^[20,21]成功地将嵌入不连续模型应用到如图1(c)所示的位移不连续的求解上.文献[22~25]也相继将该法推广到裂缝的研究中,并取得了一定的成果.由此可见,在国外,将嵌入不连续模型应用于裂缝的研究已经取得了一定的进展及成果,但国内对嵌入不连续模型的研究和应用还很少,陈胜宏等^[26]用嵌入不连续的基本观点对小湾拱坝坝踵开裂进行了分析.笔者也对嵌入不连续模型做了初步研究.

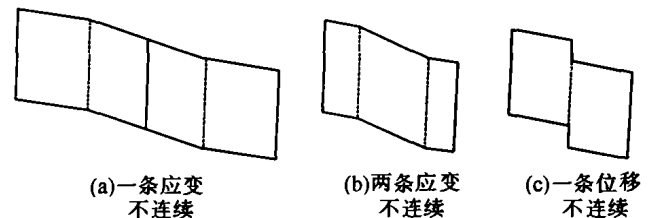


图1 嵌入不连续模型

嵌入不连续模型的有限元模型:

$$\mathbf{u} \approx \mathbf{N}\mathbf{d} + \mathbf{N}_e \mathbf{d}_e \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} \approx \mathbf{B}\mathbf{d} + \mathbf{G}\mathbf{e} \quad (2)$$

$$\boldsymbol{\sigma} \approx \mathbf{S}\mathbf{s} \quad (3)$$

式中: $\mathbf{u}$ 为位移; $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为应变; $\boldsymbol{\sigma}$ 为应力; $\mathbf{N}$ 为标准位移插值矩阵; $\mathbf{B}$ 为标准应变插值矩阵; $\mathbf{N}_e$ 和 $\mathbf{G}$ 分别为含有位移和应变改进项的矩阵; $\mathbf{S}$ 是应力插值矩阵; $\mathbf{d}$, $\mathbf{d}_e$, $\mathbf{e}$ 和 $\mathbf{s}$ 分别是相应于节点位移、增强位移、增强应变及应力的矩阵.

根据胡-聿变分原理有:

$$\int_V \delta^T \bar{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\varepsilon}) dV + \delta \int_V \boldsymbol{\sigma}^T (\partial \mathbf{u} - \boldsymbol{\varepsilon}) dV = \int_V \delta \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{b}} dV + \int_{S_i} \delta \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{t}} dS \quad (4)$$

将式(1),(2),(3)代入式(4),并整理得:

$$\text{外力矢量: } f_{\text{ext}} = \int_V N^T \bar{b} dV + \int_{S_i} N^T \bar{t} dS$$

$$\text{非标准外力矢量: } f_c = \int_V N_c^T \bar{b} dV + \int_{S_i} N_c^T \bar{t} dS$$

根据文献[27]中的简化,最终可得到以下控制方程:

$$\begin{bmatrix} K_{bb} & K_{bg} \\ K_{gb} & K_{gg} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{d} \\ \dot{e} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{f}_{\text{int}} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

其中:

$$K_{bb} = \int_V B^T D B dV \quad (6)$$

$$K_{bg} = \int_V B^T D G dV \quad (7)$$

$$K_{gb} = \int_V G^* D B dV \quad (8)$$

$$K_{gg} = \int_V G^* D G dV \quad (9)$$

Jirasek^[27]对嵌入不连续模型进行了系统的总结,归纳出嵌入不连续模型的三种类型:SOS(statically optimal symmetric)模型、KOS(kinematically optimal symmetric)模型和 SKON(statically and kinematically optimal nonsymmetric)模型。

对于 SOS 模型, G 需满足式 $\int_V G dV = 0$, 并且 $G^* = G^T$; 对于 KOS 模型, $G = B_c$ 并且 $G^* = B_c^T$; 对于 SKON 模型, G^* 需满足式 $\int_V G dV = 0$, 并且 $G = B_c$ 。

4 结 语

在混凝土裂缝模拟的方法中,由于分形几何法、无网格方法、流形元法的理论基础还不完善而不宜采用。边界元法在处理多介质问题和复杂非线性问题方面显得很困难。

在有限元方法中,传统的不带弹簧的离散裂缝模型,在每次裂缝扩展以后,都要修改计算网格,很不方便。带弹簧的离散裂缝模型,裂缝扩展时,只需修改弹簧常数或薄层单元的材料常数,不必修改计算网格,但需要事先假定裂缝位置和方向。弥散裂缝模型是通过修改材料参数来反映裂缝的影响,不用重新剖分网格便能自动生成裂缝。弥散裂缝不能直接计算裂缝的间距和宽度,裂缝的情况受到单元大小的影响较大。断裂力学模型主要是使判断裂缝扩展的条件更精确一些。

嵌入不连续模型由于不需要重新剖分网格,计算结果受网格影响较小,是目前研究混凝土裂缝扩展的最佳模型。正如 Jirasek^[27]指出的,嵌入不连续

模型派生出来的 SOS 模型、KOS 模型和 SKON 模型也各有其优缺点:SOS 模型不能正确表示完全张开裂缝的运动关系,但是给出了裂缝上自然面力连续的条件;KOS 模型虽然能很好地反映裂缝的运动关系,但却不能满足面力连续条件,并且内部平衡方程很复杂,因此很少采用;SKON 模型得到了较为广泛地采用,因为其具有 SOS 模型和 KOS 模型各自的优点,既能正确表示完全张开裂缝的运动关系,又能满足面力连续条件,缺点是 SKON 模型推导出的刚度矩阵不对称,计算时间较长。但是值得注意的是,SKON 模型不需要给定穿过单元的不连续的“长度”,因为这个长度并不是客观量,而与裂缝在单元中的位置有关。因此,SKON 模型克服了人为因素的影响,不受网格的影响。相比较而言,SKON 模型最适用于模拟混凝土裂缝扩展,并可以推广到岩石以及类混凝土材料的裂缝模拟研究中。

参考文献:

- [1] 王水林,葛修润.流形元方法在模拟裂缝扩展中的应用[J].岩石力学与工程学报,1997,16(5):405~410.
- [2] 刘光延,涂金良,张镜剑.位移不连续边界元法解多裂纹体的裂缝扩展[J].清华大学学报(自然科学版),1996,36(1):59~64.
- [3] Bazant Z P. Mechanics of geomaterials rock, concrete, soils [M]. Norwich: John Wiley & Sons Ltd, 1985.
- [4] 孙秦.微裂缝扩展中的分形现象及其计算机仿真[J].应用力学学报,1994,11(4):39~42.
- [5] 孙凤丽.分形几何法模拟混凝土材料的裂缝扩展[J].青岛建筑工程学院学报,1998,19(2):5~7.
- [6] Belytschko T, Lu Y Y, Gu L. Element-free Galerkin methods [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1994, 37(2): 229~256.
- [7] 刘光延,王宗敏.用随机骨料模型数值模拟混凝土材料的断裂[J].清华大学学报(自然科学版),1996,36(1):84~89.
- [8] 王宝庭,宋玉普,张燕坤.基于刚体-弹簧模型的混凝土微裂纹行为模拟[J].工程力学,1999,16(2):140~144.
- [9] 朱万成,黄明利.混凝土试件裂纹扩展及破坏过程的计算机模拟[J].辽宁工程技术大学学报,2000,19(3):271~274.
- [10] 孟振虎,宗福开,黄志荣,等.裂纹扩展问题有限元模拟[J].江苏石油化工业学院学报,1997,9(1):38~43.
- [11] 李亚柘.砼开裂模拟的综合单元方法[J].计算结构力学及应用,1993,10(1):36~45.
- [12] 杨庆生,杨卫.断裂过程的有限元模拟[J].计算力学学报,1997,14(4):407~412.
- [13] Cope R J. Material modeling of real, reinforced concretes slabs [A]. Damjanic F. Proceeding of International Conference on Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structures

- [C]. Swansea: Pineridge Press, 1984. 85 ~ 117
- [14] De Borst R, Nauta P. Non orthogonal cracks in a smeared finite element model[J]. Engineering Computations, 1985, 2(3): 35 ~ 46
- [15] 巫昌海, 汪基伟. 混凝土三维非正交弥散裂缝模型[J]. 河海大学学报(自然科学版), 1999, 27(5): 17 ~ 20.
- [16] 于晓中. 岩石和混凝土的断裂力学[M]. 长沙: 中南工业大学出版社, 1991.
- [17] Ortiz M, Leroy Y, Needleman A. A finite element method for localization failure analysis[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1987, 61(2): 189 ~ 214.
- [18] Belytschko T, Fish J, Engelmann B E. A finite element with embedded localization zones[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1988, 70(1): 59 ~ 89.
- [19] Fish J, Belytschko T. Elements with embedded localization zones for large deformation problems[J]. Computers Structures, 1988, 30: 247 ~ 256.
- [20] Dvorkin E N, Cuitino A M, Gioia G. Finite elements with displacement interpolated embedded localization lines insensitive to mesh size and distortions[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1990, 30(3): 541 ~ 564.
- [21] Dvorkin E N, Assanelli A P. 2D finite elements with displace-

ment interpolated embedded localization lines: the analysis of fracture in frictional materials[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1991, 90: 829 ~ 844.

- [22] Klisinski M, Runesson K, Sture S. Finite element with inner softening band[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1991, 117(3): 575 ~ 587.
- [23] Oliver J. Modeling strong discontinuities in solid mechanical by means of train softening constitutive equations, part I: fundamentals[J]. Int J Num Meth Eng, 1996, 39(21): 3575 ~ 3600.
- [24] Oliver J. Modeling strong discontinuities in solid mechanical by means of train softening constitutive equations, part II: numerical simulation[J]. Int J Num Meth Eng, 1996, 39(21): 3601 ~ 3623.
- [25] Sluys L J, Berends A H. Discontinuous failure analysis for model-I and mode-II localization problems[J]. Int J Solid Struct, 1998, 35: 4257 ~ 4274.
- [26] 陈胜宏, 汪卫明, 徐明毅, 等. 小湾高拱坝坝踵开裂的有限单元法分析[J]. 水利学报, 2003(1): 66 ~ 71.
- [27] Jirasek M. Comparative on finite elements with embedded discontinuities[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2000, 188(1): 307 ~ 330.

(收稿日期: 2003-10-08 编辑: 张志琴)

(上接第 48 页)

视为二元流, 结合国内外掺气减蚀的发展, 研究发现掺气空腔的三维形态对空腔的稳定性有很大的意义, 其研究成果既有重要的理论意义, 又对工程设计有普遍的指导意义。

参考文献:

- [1] Russell S O, Sheenan G J. Effect of entrained air on cavitation damage[J]. Canadian Journal of Civil Engineer, 1974, 1(1): 68 ~ 86.
- [2] 肖兴斌, 王才欢. 岸边溢洪道掺气减蚀设施设计与实践综述[J]. 水电工程研究, 2000, 6(2): 28 ~ 39.
- [3] 时启燧, 潘水波, 邵瑛瑛, 等. 通气减蚀挑坎水力学问题的实验研究[J]. 水利学报, 1983(3): 1 ~ 12.
- [4] Rutschmann P, Hager W H. Design and performance of spillway chute aerators[J]. Water Power & Dam Construction, 1990, 36(6): 215 ~ 224.
- [5] 杨永森, 杨永全. 掺气设施体型优化研究[J]. 水科学进展, 2000(6): 144 ~ 147.
- [6] 夏毓常. 判别泄洪洞反弧段发生空蚀的水力特性标准[J]. 长江科学院院报, 1998, 4(2): 49 ~ 53.
- [7] 夏毓常, 张黎明. 原型与模型若干水力特性对比分析[J]. 水利水电工程设计, 1996, 2(1): 41 ~ 49.
- [8] 杨永森. 强迫掺气水流的数学模型[D]. 北京: 清华大学, 1993.
- [9] 罗铭, 杨永森. 掺气减蚀设施水力计算的改进[J]. 水利学报, 1998(9): 28 ~ 31.

- [10] SL253-2000, 溢洪道设计规范[S].
- [11] 中国水利水电科学研究院, 南京水利科学研究院. 水工模型试验[M]. 北京: 水利电力出版社, 1985.
- [12] Frvine D A. The entrainment of air in water[J]. Water Power and Dam Construction, 1976, 28(12): 45 ~ 77.
- [13] 肖兴斌. 三峡工程泄洪深孔掺气设施研究述评[J]. 水利水电科技进展, 2003, 23(4): 51 ~ 54.
- [14] 孙双科, 柳海涛, 王晓松, 等. 缓坡条件下凹型掺气坎布置形式研究[A]. 李桂芬, 李连祥. 水力学与水利信息学进展[C]. 北京: 中国标准出版社, 2003. 305 ~ 310.
- [15] 刘韩生, 张勇. 论掺气减蚀[J]. 西北水资源与水工程, 1996(1): 42 ~ 47.
- [16] 朱春英, 凌霄, 刘杰, 等. 小浪底工程明流洞掺气减蚀设计研究[J]. 水力发电, 2001(2): 23 ~ 26.
- [17] 聂源宏, 南晓红, 崔华. 吉林台一级水电站深孔泄洪洞的水力学问题[A]. 李桂芬, 李连祥. 水力学与水利信息学进展[C]. 北京: 中国标准出版社, 2003. 285 ~ 290.
- [18] 杨永森, 杨永全, 帅青红. 低 Fr 数流动跌坎掺气槽的水力及掺气特性[J]. 水利学报, 2002(2): 27 ~ 31.
- [19] 黄国兵, 陈瑞. 高水头放空洞关键水力学问题研究[A]. 李桂芬, 李连祥. 水力学与水利信息学进展[C]. 北京: 中国标准出版社, 2003. 315 ~ 318.
- [20] 支栓喜, 阎晋垣. 齿墩式掺气坎的水力特性的研究[J]. 水利学报, 1991(2): 42 ~ 45.
- [21] 庞昌俊, 苑亚珍. 大型“龙抬头”明流泄洪洞小底坡掺气减蚀设施的选型研究[J]. 水利学报, 1993(6): 61 ~ 66.
- [22] 王海云, 戴光清, 杨永全, 等. 明流泄洪洞掺气减蚀设施优化试验研究[J]. 水力发电, 2003(11): 54 ~ 56.

(收稿日期: 2003-09-25 编辑: 熊水斌)