

道尔顿公式的应用研究

闵 騫

(江西省水利厅鄱阳湖水文分局 江西 九江 332800)

摘要 对道尔顿线性公式中的风速函数系数取值范围及其对水面蒸发模拟效果的影响进行全面的对比试验,表明风速函数系数有较宽的适应区间,且在将其中的一个系数取为零的情况下,仍具有较好的模拟效果.结合近年来国内外水面蒸发研究成果,对道尔顿公式中的风速函数进行改进,提出以三段制的分段函数作为风速函数,不仅更符合风速对水面蒸发作用的物理本质,也使水面蒸发时空变化规律的拟合误差明显减小,模拟效果显著提高.

关键词 道尔顿公式;风速函数;水面蒸发

中图分类号:P332.2 文献标识码:A 文章编号:1006-764X(2005)01-0017-04

Research on the application of Dalton's formula//MIN Qian(Poyang Lake Hydrology Bureau , Water Resources Department of Jiangxi Province , Jiujiang 332800 , China)

Abstract : A comparative analysis is performed on the suitable range for the coefficients of the wind speed function in Dalton's formula and its influences on the simulated result of water surface evaporation. It is shown that there is a wide range of values suitable for the coefficients of the wide speed function , and that satisfactory results can be obtained even though one of the coefficients equals to zero. In combination with the research result on water surface evaporation at home and abroad in recent years , the wind speed function in Dalton's formula is improved. A segmented function with three steps is proposed to act as the wind speed function. As a result , not only does the new function accord with the physical nature of effect of wind speed on water surface evaporation , but also greatly reduce the error in fitting of the spatial-temporal regularity of water surface evaporation , and the accuracy of simulation is greatly improved.

Key words : Dalton's formula ; wind speed function ; water surface evaporation

1802 年,英国著名物理学、化学家道尔顿(John Dalton)根据水面蒸发形成原理和维持机制,提出水面蒸发量与饱和水汽压差成正比,与气压成反比,且随风速的加大而增大,即

$$E = C \Delta e / P \tag{1}$$

式中: E 为水面蒸发量; Δe 为饱和水汽压差,即表面水温对应的饱和水汽压 e_o 与水面上空气实际水汽压(绝对湿度) e 的差值, $\Delta e = e_o - e$; P 为水面上的气压; C 为与风速有关的系数.

式(1)就是著名的被学术界称之为道尔顿蒸发定律的早期水面蒸发模型.之后道尔顿又指出,在水面蒸发量观测精度不高的情况下,气压对水面蒸发的影响可以忽略不计,故原始的道尔顿公式为

$$E = C \Delta e \tag{2}$$

对于式(2)中的系数 C 及其与风速 W 的关系,道尔顿本人并未作深入的研究,后人一般将 C 看成是风速 W 的函数,即以 $f(W)$ 代替式(2)中的 C ,将

式(2)改写成:

$$E = \Delta e f(W) \tag{3}$$

式(3)被公认为道尔顿公式,式中的 $f(W)$ 称为风速函数.自 19 世纪 80 年代,道尔顿公式在全世界得到了广泛的应用,尤其是风速函数为一次线性函数的道尔顿公式(因 Stelling 在 1882 年首次提出这种风速函数,故也称 Stelling 公式),应用最为普遍,其具体表达式为

$$E = \Delta e (A + BW) \tag{4}$$

进入 20 世纪 40 年代后,出现了多种风速函数为非线性函数的道尔顿公式,例如 $E = C \Delta e W$, $E = C \Delta e W^\alpha (\alpha < 1)$, $E = \Delta e (A + BW^\alpha) (\alpha < 1)$, $E = \Delta e \cdot \sqrt{A + BW^2}$ 等,均为 $df(W)/dW$ 随 W 自 0 逐渐增大而呈单向变化($d^2f(W)/dW^2 > 0$ 或 $d^2f(W)/dW^2 < 0$)的风速函数,多是在侧重于 W 较大的点据($E/\Delta e \sim W$)拟合或侧重于 W 较小的点据拟合的情况下由经验相关分析得到的.

本文主要针对道尔顿公式实际应用状况,进行两方面的讨论:一是线性风速函数 $f(W) = A + BW$ 系数 A, B 的取值范围及其对水面蒸发模拟效果的影响;二是利用分段函数模拟不同风速段水面蒸发与风速的关系。

1 风速函数系数取值试验

求导道尔顿公式中线性风速函数的系数时,一般将式(4)改写成 $E/\Delta e = A + BW$,通过 $E/\Delta e$ 与 W 的经验相关分析,确定系数 A, B 。由 $E/\Delta e \sim W$ 经验相关分析求出的系数 A, B 确定的直线 $E/\Delta e = A + BW$,必定经过点 $(\overline{E/\Delta e}, \overline{W})$,其中的 $\overline{E/\Delta e}$ 为 $E/\Delta e$ 的样本均值,即系数 A, B 之间满足以下关系:

$$A + \overline{W}B = \overline{E/\Delta e} \tag{5}$$

式中: $\overline{W}$ 为各统计时段风速 W 的平均值, m/s ; $\overline{E/\Delta e}$ 为各统计时段水面蒸发量 E 与饱和水汽压差 Δe 比值 $E/\Delta e$ 的平均值, $\text{mm}/(\text{d} \cdot \text{hPa})$ 。 $E/\Delta e$ 也称为蒸发系数。

在水文统计学中,经验公式 $E/\Delta e = A + BW$ 中的系数 A, B 的确定,除采用线性回归法计算外,还可以使用目估定线法,即经过 $E/\Delta e \sim W$ 相关点群中心,初步确定几条 $E/\Delta e = A_i + B_i W$ 直线,取使经验公式拟合效果最好(一般指合格率最高者)的一条直线的 A_j, B_j 值,作为经验公式系数 A, B 。与线性回归法相比,目估定线法确定的经验公式的合格率可能更高,因此,虽然线性回归法可以得到惟一的经验公式,但从目前通用的以合格率高低评判经验公式优劣的角度上说,不一定是最佳的经验公式。目估定线法中,所初定的直线一般经过点群中心,即坐标为 $(\overline{W}, \overline{E/\Delta e})$ 的点,故上面所说的 A_i, B_i 也满足式(5)给定的条件,即有:

$$A_i + \overline{W}B_i = \overline{E/\Delta e} \tag{6}$$

下面以文献[1]中用到的江西都昌小东湖蒸发实验站等7站150站月的逐月统计资料,对线性风速函数的道尔顿公式中的系数(A 与 B)取值范围及其对水面蒸发模拟效果的影响进行试验。由150站月资料统计得到的 $\overline{W} = 2.26 \text{ m/s}$, $\overline{E/\Delta e} = 0.3668 \text{ mm}/(\text{d} \cdot \text{hPa})$,故经验公式系数 A_i, B_i 之间有如下关系:

$$A_i + 2.26B_i = 0.3668 \tag{7}$$

分别设 $A_i = 0, 0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35, 0.3668$,由式(7)求得其对应的 $B_i = 0.1623, 0.1402, 0.1181, 0.0959, 0.0738, 0.0517, 0.0296, 0.0074$ 。分别采用各组系数得出的经验公式 $E = \Delta e(A_i + B_i W)$,计算各站月的水面蒸发量,与实测值对比,统计其拟合误差,见表1。

表1 不同系数的经验公式的拟合误差

经验公式系数	绝对误差 总和/ A_i	绝对误差 均方差/ B_i	平均 相对 误差/%	合格率/%		
				$\pm 5\%$ 以内	$\pm 10\%$ 以内	$\pm 20\%$ 以内
0	0.1623	-2.69	0.41	11.0	38.0	56.0
0.05	0.1402	-2.80	0.36	9.8	44.0	62.0
0.10	0.1181	-3.33	0.31	8.6	47.3	68.0
0.15	0.0959	-3.40	0.28	7.9	54.7	74.0
0.20	0.0738	-3.42	0.25	7.1	53.3	78.7
0.25	0.0517	-3.56	0.25	7.2	57.3	77.3
0.285	0.0343	-3.21	0.26	7.2	50.0	77.3
0.30	0.0296	-3.99	0.27	7.2	48.7	80.0
0.35	0.0074	-4.47	0.30	7.7	45.3	74.0
0.3668	0	2.63	0.30	8.3	46.7	69.3

表1中 $A = 0.285, B = 0.0343$ 是线性回归法求出的经验公式系数。由表1得到以下几点认识:

a. 由线性回归法求出的系数确定的经验公式 $E = \Delta e(0.285 + 0.0343W)$ 的拟合误差较小,但不是最小的,以 $A = 0.20, B = 0.0738$ 的经验公式 $E = \Delta e(0.20 + 0.0738W)$ 的拟合误差最小,模拟效果最佳。表明前面的论述可由此得以验证。

b. $A = 0$ 时 $B = 0.1623$,由其确定的经验公式为 $E = 0.1623\Delta eW$,是通常所说的质量转移公式^[2],此经验公式的拟合误差较大,但仍符合一般的精度要求^[2,3]。

$B = 0$ 时 $A = 0.3668$ 经验公式为 $E = 0.3668\Delta e$,为单因子模式。此经验公式的拟合误差较 $A < 0.10, B > 0.1181$ 的经验公式的拟合误差更小,表明其对水面蒸发的模拟效果较好,可达到中等精度要求。

$A = 0$ 或 $B = 0$ 的线性风速函数的道尔顿公式,它们的拟合误差均在允许范围内,表明道尔顿公式可在缺项(缺少其中一项,保留另一项)的情况下应用。

c. 在 $A = 0 \sim 0.3668, B = 0 \sim 0.1623$ 范围内,由满足 $A + \overline{W}B = \overline{E/\Delta e}$ 关系的 A, B 决定的不同经验公式,虽然其拟合误差有显著区别,但均处在允许范围内,说明道尔顿公式的系数有着较宽的取值范围(区间)。

以上3点认识,对于指导道尔顿公式在水面蒸发量计算中的具体应用,提高其应用效果均具有重要的实际意义。例如,通过第一点认识,人们可以采用试验的办法,求导出比线性回归法模拟效果更好的水面蒸发经验公式。第二点认识为利用气象预报信息进行水面蒸发量的预测提供了简易、实用的水面蒸发模型 $E = A\Delta e$,原因在于预见期为1候、1周、1旬或1月的长期、超长期气象预报中,均不发布风速的预报结果,如文献[3]就是一个应用实例。第三点认识则为寻求大范围适用的水面蒸发模型提供了实践依据,下面就此问题进行初步讨论,供有关人员参考。

现根据笔者收集到的部分测站实测资料和一些文献中给出的统计资料,统计出国内 37 个水面蒸发实验站 22 组 $\overline{E/\Delta e}$, $\overline{W}$ 值,并计算出对应的 A, B 取值范围,见表 2. 通过这 22 组数值,利用线性回归计算,求出 $\overline{E/\Delta e} \sim \overline{W}$ 经验关系式的系数为 $A = 0.18, B = 0.0897$,得到 1 个多站经验公式:

$$E = \Delta e(0.18 + 0.0897W) \approx 0.18\Delta e(1 + 0.5W) \quad (8)$$

表 2 国内 37 站 22 组 $\overline{E/\Delta e}$, $\overline{W}$ 及对应的 A, B 取值范围

站名	$\overline{E/\Delta e}$ (mm·(d·hPa) ⁻¹)	$\overline{W}$ (m·s ⁻¹)	A	B
都昌	0.362	2.24	0~0.362	0~0.162
太湖	0.432	3.51	0~0.432	0~0.123
三门峡	0.332	2.45	0~0.332	0~0.136
南方 13 站	0.320	1.77	0~0.320	0~0.181
北方 6 站	0.437	1.88	0~0.437	0~0.232
广州	0.312	2.11	0~0.312	0~0.148
东湖	0.312	1.82	0~0.312	0~0.171
丰满	0.315	1.45	0~0.315	0~0.217
重庆	0.268	1.31	0~0.268	0~0.205
恒仁	0.282	1.14	0~0.282	0~0.247
古田	0.253	0.72	0~0.253	0~0.351
营盘	0.349	2.07	0~0.349	0~0.169
本文 7 站	0.367	2.26	0~0.367	0~0.162
猛进	0.386	2.30	0~0.386	0~0.168
新安江	0.433	2.70	0~0.433	0~0.160
官厅	0.496	3.70	0~0.496	0~0.134
磨刀坑	0.434	2.20	0~0.434	0~0.197
红山	0.470	2.65	0~0.470	0~0.177
冶源	0.470	2.86	0~0.470	0~0.164
微山湖	0.518	3.60	0~0.518	0~0.144
巴彦高勒	0.412	2.30	0~0.412	0~0.179
许家崖	0.504	3.11	0~0.504	0~0.162

注 南方 13 站、北方 6 站的 $\overline{E/\Delta e}$, $\overline{W}$ 值,由文献 [2] 中给出的分组 $E/\Delta e, W$ 数值经过加权平均计算得出.

由表 2 可见,上述 37 站 $E = \Delta e(A + BW)$ 经验公式中系数 A 的公共取值范围为 0~0.253,系数 B 的公共取值范围为 0~0.123,式(8)中的系数 $A = 0.18, B = 0.0897$ 在此范围之内,故此式应在我国东北、华北、华东、华中、华南等地区有较好的适应性.限于资料,本文无法采用各站历年逐月实测资料进行检验,但式(8)与各站(或几站)经验公式相同 $\Delta e, W$ 对应的 E 的差异大都在 $\pm 20\%$ 以内.

2 风速函数结构的改进

近五六十年以来,国内外不少学者提出道尔顿公式中的风速函数应采用非线性函数,主要有 $f(W) = A + BW^\alpha$ 和 $f(W) = \sqrt{A + BW^2}$ 两种,以前者较为常见.

在 $f(W) = A + BW^\alpha$ 中,通常取 $\alpha < 1$,主要有 0.85 0.76 0.50 等几种,一般令 α 为定值.当 $\alpha < 1$ 时, $d^2f(W)/dW^2 < 0$, $f(W) \sim W$ 为上凸的曲线,常与 W 较大的 $E/\Delta e \sim W$ 相关点据拟合较好,而与 W 较小的相关点据拟合较差(可以从图 1 相关点据分布规律中清楚地看出,此图系依据都昌、宜兴两站日资料按 W 大小分组统计得到的 $E/\Delta e \sim W$ 数据点绘而成的),因此,在小风速段的应用效果不够满意.

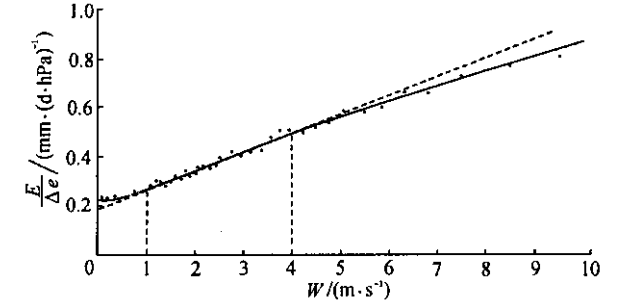


图 1 都昌、宜兴两站 $E/\Delta e \sim W$ 相关点群分布

采用 $f(W) = \sqrt{A + BW^2}$ 时, $d^2f(W)/dW^2 > 0$, $f(W) \sim W$ 为下凹的曲线,符合小风速段 $E/\Delta e \sim W$ 相关点据的分布特点,但与大风速段相关点据的拟合较差.

从都昌、宜兴两站 $E/\Delta e \sim W$ 相关点据分布规律(国内外众多水面蒸发站资料取得的 $E/\Delta e \sim W$ 相关点据分布规律与此基本相近^[2,4])看,在小风速段与大风速段 $f(W) \sim W$ 呈反向弯曲趋势,前者为下凹曲线,后者为上凸曲线,这与近年来国内外在 $E/\Delta e \sim W$ 关系研究上取得的新成果是一致的:随着 W 自零逐渐加大, $d^2f(W)/dW^2$ 经历着大于零、等于零和小于零 3 个过程^[4].

另外,从风对水面蒸发作用的机制上说,风速较小时,风对水面蒸发的作用是单方面的,即起加强乱流扩散、促进水面蒸发的作用;风速越大,作用越强烈,水面蒸发的增速越快.当风速加大到一定程度后,强盛的水面蒸发使水面大量失热而在水面附近形成冷水阻隔膜,对水面蒸发的进一步加强起一定的阻碍作用,此时风对水面蒸发的作用是双方面的,一方面起加强乱流扩散促进水面蒸发的作用,另一方面又起产生冷水阻隔膜抑制水面蒸发的作用;风速越大,两方面的作用均越强烈,但前一作用始终超过后一作用,故水面蒸发虽然随风速的加大而增强,但增速却逐渐放慢^[5].在这两种过程之间,有一个过渡区,即水面蒸发随风速的加大而均匀增强的区间.据此,笔者认为,道尔顿公式中的风速函数 $f(W)$ 应设置成三段制的分段函数,用以客观地刻画不同风

速段风对水面蒸发的作用本质及其区别。

经对比分析,采用下面的分段函数作为改进的风速函数:

$$f(W)=\begin{cases} f_1(W)=\sqrt{A_1+B_1W^2} & (W<W_1) \\ f_2(W)=A_2+B_2W & (W_1\leq W\leq W_2) \\ f_3(W)=A_3+B_3W^{\frac{W+n}{mW}} & (W>W_2) \end{cases} \quad (9)$$

根据7站150站月 $E/\Delta e\sim W$ 相关点据分布特点与图1,选择 $W_1=1\text{ m/s}$, $W_2=4\text{ m/s}$ 。式(9)中有 $A_1,B_1,A_2,B_2,A_3,B_3,m,n$ 共8个参数,它们的率定过程如下(采用的是7站150站月资料):

a. 利用 $W\leq 1\text{ m/s}$ 段的 $E/\Delta e,W$ 数据,进行 $(E/\Delta e)\sim W^2$ 相关分析(线性回归计算),求得 $A_1=0.0484,B_1=0.0218$,得到 $f_1(W)=\sqrt{0.0484+0.0218W^2}$ 。

b. 由 $W=1\text{ m/s}$ 处 $f_1(W)=f_2(W)$ 可得 $A_2+B_2=\sqrt{A_1+B_1}=0.265$,假设一系列不同的 A_2 ,可以得到一系列对应的 B_2 ;利用 $E=\Delta e(A_2+B_2W)$ 对符合 $1\text{ m/s}\leq W\leq 4\text{ m/s}$ 条件的各站月水面蒸发量进行拟合检验,取使其模拟效果最好的一组 A_2,B_2 值,作为式(9)中第二段风速函数 $f_2(W)$ 的系数。由模拟试验结果的对比筛选,取 $A_2=0.187,B_2=0.0783$,得出 $f_2(W)=0.187+0.0783W$ 。

c. 令第三段风速函数 $f_3(W)=A_3+B_3W^{\alpha_3}$,其中 $\alpha_3=\frac{W+n}{mW}$,考虑 $f_2(W)\sim W$ 曲线与直线 $f_3(W)\sim W$ 直线的平滑过渡,在 $W=W_2=4\text{ m/s}$ 处应取 $\alpha_3=1$,即 $(n+4)/4m=1$,得到 $n=4m-4$,所以 $\alpha_3=\frac{W+4m-4}{mW}$ 。又,在 $W=4\text{ m/s}$ 处 $f_2(W)=f_3(W)$,由此得到 $A_3+4B_3=A_2+4B_2=0.500$,因此,在 $f_3(W)=A_3+B_3W^{\frac{W+n}{mW}}$ 中,实际上只有 A_3 (或 B_3)和 m (或 n)两个参数。

先设定一个 $m=m_1$ 和多个 $A_{3(1)}=A_{3(1i)}$,可以得到对应的一个 $n=n_1$ 和多个 $B_{3(1)}=B_{3(1i)}$,由此可确定多个 $E=\Delta e(A_{3(1i)}+B_{3(1i)}W^{\frac{W+n_1}{m_1W}})$ 经验公式,对符合 $W\geq 4\text{ m/s}$ 条件的各站月的水面蒸发量进行拟合检验,统计出相应的拟合误差。设立不同的 $m=m_1,m_2,m_3,\dots,m_R$,重复上面的工作,取拟合误差最小的 m,n,A_3,B_3 为 $f_3(W)$ 的参数。经计算机重复计算与对比,取 $m=1.091,n=0.364,A_3=0.182,B_3=0.0794$,得到 $f_3(W)=0.182+0.0794W^{\frac{W+0.364}{1.091W}}$ 。

通过上面的工作,得到改进后的风速函数为

$$f(W)=\begin{cases} \sqrt{0.0484+0.0218W^2} & (W<1\text{ m/s}) \\ 0.187+0.0783W & (1\text{ m/s}\leq W\leq 4\text{ m/s}) \\ 0.182+0.0794W^{\frac{W+0.364}{1.091W}} & (W>4\text{ m/s}) \end{cases} \quad (10)$$

用由式(10)确定的经验公式 $E=\Delta ef(W)$ 对150站月水面蒸发量进行拟合检验,其拟合误差见表3。

表3 分段风速函数的道尔顿公式的拟合误差

绝对误差 总和/ (mm·d ⁻¹)	绝对误差 均方差/ (mm·d ⁻¹)	平均 相对 误差/%	合格率/%		
			±5% 以内	±10% 以内	±20% 以内
-1.65	0.25	6.9	59.3	81.3	98.6

比较表3与表1可知,风速函数进行改进后,水面蒸发量的拟合误差明显减小,表明其改进意义是显著的。

更重要的是,分段风速函数的采用,对消除线性风速函数的道尔顿公式在不同风速段造成的系统误差起了很大的作用。例如使用线性风速的道尔顿公式,在小风速段(如 $W<0.7\text{ m/s}$)大多数站月的水面蒸发量计算值偏小,而在大风速段(如 $W>5\text{ m/s}$)大多数站月的水面蒸发量计算值则偏大。

3 结 语

道尔顿公式为各地建立能简便、迅速、有效地计算水面蒸发量的经验公式提供了物理学和数学基础。风速函数是道尔顿公式的核心,风速函数的确定,是决定道尔顿公式应用效果的关键。

在我国,道尔顿公式虽已有50多年的应用历史,但一般是根据国外学者提出的风速函数模型,利用当地单站或国内几站实测资料,率定模型中的参数,建立供生产上应用的水面蒸发经验公式,而对模型参数的取值范围和模型结构的改进的讨论则极少。本文在这两个方面作了一些尝试,取得了一些有意义的认识,希望有助于道尔顿公式应用效果的进一步提高。

参考文献:

[1] 闵騫.水面蒸发计算模型研究[J].水利水电科技进展,2003,23(1):41—44.
[2] 施成熙,卞毓明,朱晓原.确定水面蒸发模型[J].地理科学,1984,4(1):1—10.
[3] 闵騫.预测水面蒸发量的简易方法[J].水利水电科技进展,2002,22(2):21—22.
[4] 朱岗昆.自然蒸发的理论及应用[M].北京:气象出版社,2000.1—209.
[5] 毛锐,高俊峰.太湖地区湖泊水面蒸发[M].北京:科学技术文献出版社,1993.1—108.

(收稿日期 2004-03-01 编辑 熊水斌)