建筑物折线面基底应力分布计算方法

刘耀芳, 刘发全

(西安理工大学水利水电学院, 陕西 西安 710048)

摘要:在对建筑物水平面基底和斜平面基底地基应力分布情况研究的基础上,运用材料力学与土力学相结合的方法分析研究了建筑物基底为折线平面的地基应力分布情况,提出了一种计算建筑物折线面基底地基应力分布的简捷方法。

关键词:建筑物基底;正应力;剪应力

中图分类号: TU470+.3

文献标识码: A

文章编号: 1006-7647(2005)S1-0050-04

地基应力分布是校核建筑物地基承载能力和地基不均匀沉降的依据。地基应力分布若不能满足上述二者之一,则需调整建筑物尺寸或采取其他工程措施(地基处理等)来满足要求。当建筑物基底为水平面时,工程计算中通常假定基底平面变形后仍为平面,地基应力按直线分布,用材料力学偏心受压公式计算具体数值。而水工建筑物的基底面常常为折线面,如图 1 所示^[1]。

图 1 水工建筑物基底面示意图

建筑物基底为折线面情况下的地基应力,可用有限元法等数值解法计算,但工程计算应具有简捷性、控制性。折线面基底建筑物地基应力的简捷计算方法目前尚属空白,本文针对这一问题进行初步研究,提出计算方法。

当建筑物基底为水平面时,地基应力分布情况可由材料力学偏心受压情况的分析获得。

取单位宽度的地基为研究对象,假定正应力呈直线分布,由材料力学偏心受压公式可得出正应力;由材料力学矩形截面梁横截面上的剪应力计算方法可知剪应力沿截面长度按二次抛物线规律变化^[2]。

$$\sigma_{\max, \min} = \frac{N}{L} \pm \frac{6M}{L^2} \quad (1)$$

$$\tau_{\min} = 0 \quad \tau_{\max} = \frac{3F}{2L} \quad (2)$$

式中: N 为作用在基底面上竖直方向的合力; M 为作用在基底面上的弯矩; L 为基底面的长度; F 为作用在基底面上水平方向的合力。

1 基底为斜平面的情况

当基底为斜平面时,基本假定和基底为水平面时基本相同,假定正应力呈直线分布,剪应力呈二次抛物线分布。受力情况如图 2 所示,把已知力系化为斜平面基底上的正交力系,如图 2 所示,这时:

$$\begin{aligned} N' &= N \cos \theta - F \sin \theta & F' &= F \cos \theta + N \sin \theta \\ M' &= M & L' &= \frac{L}{\cos \theta} \end{aligned}$$

式中: θ 为基底面与水平面的夹角。

图 2 斜平面基底受力情况

由图 2 可以看出,当力系化为倾斜面基底上的正交力系后,斜平面基底上的地基应力分布情况和水平面基底的应力分布情况相似,应力分布如图 3 所示,正应力和剪应力值的计算如下。

图 3 地基应力分布

作者简介: 刘耀芳(1979—),女,陕西渭南人,硕士研究生,从事水工结构研究。

1.1 正应力值的确定

取单位宽度地基为研究对象,由材料力学的偏心受压公式可得正应力计算式为

$$\sigma_{\max \min} = \frac{N'}{L'} \pm \frac{6M'}{L'^2} \quad (3)$$

1.2 剪应力值的确定

由材料力学矩形截面梁横截面上剪应力计算方法可知,剪应力沿截面按二次抛物线规律变化,在横截面上距中性轴最远处剪应力为零,在中性轴处剪应力达到最大值:

$$\tau_{\max} = \frac{3F'}{2L'} \quad (4)$$

2 基底为折线平面的情况

当基底为折线面时,假设每个折线面均为平面,每个折线上的正应力均按直线分布.已知折线面及受力情况如图4所示,可以看作水平面基底AB除去T₁和T₂两部分土体后形成的折线面平面的计算问题^[3].首先假定已知力系作用在水平基底面AB上,此时正应力呈直线分布(式(1)).由材料力学中梁横截面上的剪应力分布可知,剪应力沿截面长度按二次抛物线规律变化,方程为

$$\tau = \frac{F}{2I_z} \left[\frac{L^2}{4} - y^2 \right] \quad (5)$$

式中:I_z为整个基底面对其中性轴的惯性矩.

图4 折线平面基底的受力情况

由上述可知,当地基和结构的弹性模量相差不大时,水平面基底AB上的正应力及剪应力的分布如图5所示.

图5 水平面基底AB上的应力分布

下面分段研究各折线上的应力分布情况.

2.1 水平面基底AC部分的应力分布情况

水平面基底AC部分的应力分布如图6所示,由几何关系可推得

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{\min}(l_2 + l_3) + \sigma_{\max}l_1}{L} \quad (6)$$

由应力分布图可知作用在水平面基底AC上的竖向压力为

$$N_1 = \frac{(\sigma_{\min} + \sigma_1)l_1}{2} \quad (7)$$

作用在水平面基底AC上的剪力为

$$F_1 = \int_{\frac{L}{2}-l_1}^{\frac{L}{2}} \tau dy = \frac{F}{2I_z} \left[\frac{L^2}{4} l_1 - \frac{L^3 - (l_2 + l_3 - l_1)^3}{24} \right] \quad (8)$$

又因为水平面基底AC上的正应力可以化为图7叠加,其中

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_1}{2} \quad (9)$$

$\bar{\sigma}$ 在水平面基底AC上形成的压力强度为N₁,在图6中由($\sigma_1 - \bar{\sigma}$)形成的力偶在基底面内产生力矩作用为M₁.

$$M_1 = \frac{2l_1}{3} \left[\frac{1}{2}(\sigma_1 - \bar{\sigma}) \frac{l_1}{2} \right] = \frac{l_1^2}{12} (l_2 + l_3) (\sigma_{\min} - \sigma_{\max}) \quad (10)$$

由以上分析可知,在水平面基底AC上的地基受力情况如图8所示.忽略不平衡剪力传播的影响,则其应力分布情况与水平面基底的应力分布情况相同,如图9所示.由水平面基底的应力分析可知正应力为

$$\sigma_{\max \min} = \frac{N_1}{l_1} \pm \frac{6M_1}{l_1^2} \quad (11)$$

由剪应力方程可知,剪应力值

$$\tau_1 = \frac{F}{2I_z} \left[\frac{L^2}{4} - \left(\frac{L}{2} - l_1 \right)^2 \right] = \frac{F}{2I_z} l_1 (l_2 + l_3) \quad (12)$$

图6 水平面基底AC部分的正应力分布

图7 水平面基底AC上的正应力分解示意图

图8 水平面基底AC上的地基受力情况

图9 水平面基底AC上的应力分布

2.2 斜平面基底 CD' 的地基应力分布情况

分析水平面基底 CD 上的受力情况,正应力、剪应力的分布如图 10 所示,由几何关系可推得

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_{\min} l_3 + \sigma_{\max} (l_1 + l_2)}{L} \quad (13)$$

图 10 水平面基底 CD 上的应力分布

由正应力分布简图可知作用在水平基底面 CD 上的竖向压力为

$$N_2 = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2) l_2}{2} = \frac{l_2 \sigma_{\max} (2l_1 + l_2) + \sigma_{\min} (l_2 + 2l_3)}{2L} \quad (14)$$

由剪应力分布图可知作用在水平基底面 CD 上的剪力为

$$F_2 = \int_{-(\frac{l}{2}-l_3)}^{\frac{l}{2}-l_1} \tau dy = \frac{F}{2L} \left[\frac{L^2}{4} l_3 - \frac{(l_2 + l_3 - l_1)^3 + (l_3 - l_1 - l_2)^3}{24} \right] \quad (15)$$

又因为水平面基底 CD 上的正应力分布图等效于图 11 的叠加,有

$$\bar{\sigma}_2 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \quad (16)$$

$\bar{\sigma}_2$ 在水平基底面 CD 上产生的压力强度为 N_2 , 则图 11 中的力偶在水平基底面 CD 上产生弯矩 M_2 , 且

$$M_2 = \frac{1}{2} (\sigma_2 - \bar{\sigma}_2) \frac{l_2}{2} \frac{2}{3} l_2 = \frac{l_2^3}{12L} (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) \quad (17)$$

图 11 水平面基底 CD 上的正应力分解示意图

由以上分析可知,作用于水平面基底 CD 上的力系如图 12 所示.当忽略不平衡剪力的影响时,作用于斜平面基底 CD' 上的力系可计算如下(设 T_1 的自重为 G_1):

$$\begin{cases} N'_2 = N_2 + G_1 & F'_2 = F_2 \\ M'_2 = M_2 + \frac{l_2 \tan \theta}{2} F_2 + \frac{l_2}{6} F_1 \end{cases} \quad (18)$$

由以上可知以斜平面 CD' 为基底的应力类似于前面所分析的斜平面基底应力,由图 12 可知:

$$\begin{cases} N''_2 = N'_2 \cos \theta - F'_2 \sin \theta \\ F''_2 = F'_2 \cos \theta + N'_2 \sin \theta \\ M''_2 = M'_2 & l''_2 = l_2 / \cos \theta \end{cases} \quad (19)$$

图 12 水平面基底 CD 上的受力情况

2.2.1 正应力值的计算

由以上分析可得斜平面 CD' 为基底的应力正应力、剪应力分布如图 13 所示.由斜平面基底的正应力计算式可得斜平面基底 CD' 部分的正应力值为

$$\sigma_{\max 2, \min 2} = \frac{N''_2}{l''_2} \pm \frac{6M''_2}{l''_2{}^2} \quad (20)$$

图 13 斜平面基底 CD' 的地基应力分布

2.2.2 剪应力值的计算

以水平面 AB 为基底的应力剪应力分布和以斜平面 CD' 为基底的应力剪应力分布图如图 14 所示.

因为 $\frac{AC}{AC'} = \frac{CD}{CD'} = \frac{DB}{D'B'} = \cos \theta$ (21)

所以 $A'C = \frac{AC}{\cos \theta} = \frac{l_1}{\cos \theta} = l'_1$ (22)

$$CD' = \frac{CD}{\cos \theta} = \frac{l_2}{\cos \theta} = l'_2 \quad (23)$$

$$D'B' = \frac{DB}{\cos \theta} = \frac{l_3}{\cos \theta} = l'_3 \quad (24)$$

$$L' = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{\cos \theta} = \frac{L}{\cos \theta} \quad (25)$$

图 14 地基剪应力分布

设抛物线 τ' 的方程为 $\tau' = A - Ky'^2$.由图可知 A 点和 E 点的坐标分别为 $[\frac{L'}{2}, 0]$ 和 $[0, \tau_{\max}]$.把 A' 和 E 两点的坐标代入所设抛物线方程,可得

$$\begin{cases} 0 = A - K \left[\frac{L'}{2} \right]^2 \\ \frac{3F''}{2L'} = A - K \cdot 0 \end{cases} \quad (26)$$

解方程组可得

$$A = \frac{3F_2''}{2L'} \quad K = \frac{6F_2''}{L'^3} \quad (27)$$

又因为 $I_z = \frac{L'^3}{12}$

所以 $\tau' = \frac{3F_2''}{2L'} - \frac{6F_2''}{L'^3}y'^2 = \frac{F_2''}{2I_z} \left(\frac{L'^2}{4} - y'^2 \right)$ (28)

又 C 点和 D' 点的坐标分别为 $\left(\frac{L'}{2} - l_1', \tau_C \right)$ 和 $\left[-\left(\frac{L'}{2} - l_3' \right), \tau_{D'} \right]$, 代入方程式 (28) 可得以斜平面 CD' 为基底的地基剪应力为

$$\begin{cases} \tau_C = \frac{F_2''}{2I_z} l_1' (l_2' + l_3') \\ \tau_{D'} = \frac{F_2''}{2I_z} l_3' (l_1' + l_2') \end{cases} \quad (29)$$

2.3 以水平面 D'B' 为基底的地基应力分布情况

首先分析水平面基底 DB 上的受力情况. 以水平面 DB 为基底的地基应力分布如图 15 所示.

图 15 水平面基底 DB 的地基应力分布

由正应力分布图可得作用在水平面基底上的竖向压力为

$$N_3 = \frac{(\sigma_2 + \sigma_{\max})l_3}{2} = \frac{l_3}{2} \frac{\sigma_{\min} l_3 + \sigma_{\max} (1 + l_1 + l_2)}{L} \quad (30)$$

由剪应力分布图可知作用在水平面基底上的剪应力为

$$F_3 = \int_{-\frac{L}{2}}^{-\left(\frac{L}{2}-l_3\right)} \tau dy = \frac{F}{2I_z} \left[\frac{L^2}{4} l_3 - \frac{(l_3 - l_1 - l_2)^3 + L^3}{24} \right] \quad (31)$$

又因为以水平面 DB 为基底的正应力分布图可由图 16 叠加而得, 有

$$\frac{\sigma_3}{\sigma_3} = \frac{\sigma_2 + \sigma_{\max}}{2} = \frac{\sigma_{\min} l_3 + \sigma_{\max} (1 + l_1 + l_2)}{2L} \quad (32)$$

图 16 水平面基底 DB 的地基正应力分解示意图

因为 σ_3 在水平面基底 DB 上形成的压力强度为 N_3 , 所以 $\sigma_{\max} - \sigma_3$ 在水平面基底 DB 上产生弯矩 M_3 , 且

$$M_3 = \frac{1}{2} (\sigma_{\max} - \sigma_3) \frac{l_3}{2} \frac{2l_3}{3} =$$

$$\frac{l_3^2}{12L} [\sigma_{\max} (l_1 + l_2 + 2l_3 - 1) - \sigma_{\min} l_3] \quad (33)$$

由以上计算可知, 作用在水平面基底 DB 上的力系如图 17 所示. 设 T_2 部分的自重为 G_2 , 当忽略不平衡剪力的影响时, 作用于水平面基底 D'B' 上的力系如下^[4]:

$$\begin{cases} N_3' = N_3 + G_2 & F_3' = F_3 \\ M_3' = M_3 + F_3 l_2 \tan \theta \end{cases} \quad (34)$$

图 17 水平面基底 DB 上的受力情况

所以由前面研究的水平面基底的应力分布情况可得, 以水平面 D'B' 为基底的地基正应力和剪应力分布如图 18 所示. 由水平面基底地基的正应力计算式可得到以水平面 D'B' 为基底的地基正应力计算式为

$$\sigma_{\max 3', \min 3'} = \frac{N_3'}{l_3} \pm \frac{6M_3'}{l_3^2} \quad (35)$$

图 18 水平面基底 DB 上的应力分布

由剪应力方程式可得到以水平面 D'B' 为基底的地基剪应力计算式为

$$\tau_3 = \frac{F}{2I_z} \left[\frac{L^2}{4} - \left(\frac{L}{2} - l_3 \right)^2 \right] = \frac{F}{2I_z} l_3 (l_1 + l_2) \quad (36)$$

由以上分析可知, 折线平面基底(图 4)地基应力分布如图 19 所示.

图 19 折线平面基底应力分布

3 结 语

a. 以上的研究中均假定基底平面变形后仍为平面, 但在实际工程中只有水平面基底变形后近似为平面, 对于斜平面基底而言, 只有当其为刚性体时变形后才能仍为平面. 在水利工程中, 水工建筑物的基底一般都接近刚性体, 因此基底平面变形后仍近似为平面. 所以此假定可适用于建筑物 (下转第 56 页)

表3 附加荷载作用范围对地基附加应力的影响

计算深度 /m	附加应力/kPa					
	2B	4B	6B	8B	10B	无穷大
17.5	14.087	16.932	17.261	17.344	17.373	17.405
24.5	24.205	30.797	31.652	31.873	31.953	32.039
31.5	31.668	43.122	44.819	45.272	45.439	45.619
38.5	35.850	52.592	55.443	56.236	56.534	56.859
49.0	37.364	61.569	66.647	68.161	68.747	69.403

产生的附加应力时,结果显示当附加荷载的作用范围扩大到建筑物基础宽度的6倍,同一铅直面上的附加应力值沿地基的深度衰减非常缓慢,附加应力值已趋于附加荷载数值.工程设计中,直接将附加荷载数值减去建筑物基础对应位置的附加荷载对计算点产生的附加应力,得出计算点实际附加应力.按此计算,精度满足工程设计要求,计算方法及过程简单.

2.5 3种计算方法结果分析

a. 对表1、表2中的计算数据进行分析比较得知,两种计算方法的计算结果相吻合,实际计算时可以根据实际情况采用计算方法简单的条形基础受竖向均布荷载时的计算公式.

b. 表3中的计算数据与表1、表2相比,规律相同,数值差别较大,说明将二级坝泵站主厂房基础简化视为独立的矩形基础,不计前后输水建筑物的影响,计算误差较大.

c. 3种计算方法结果表明:附加荷载的作用范围越大,计算误差越小.当作用范围为基础轮廓尺寸的6倍时,误差为0.5%.

3 结 语

a. 大面积边荷载作用下的地基附加应力视建筑物地基轮廓的形状分为两类分别计算.若建筑物基础轮廓将附加荷载分为独立的两部分(如水利工程中的排灌站引水输水工程),可按条形基础受竖向均布荷载作用时的计算公式计算(本文中2.2算法),也可按矩形基础受竖向均布荷载计算公式计算(本文中2.3算法);若建筑物基础轮廓位于大面积附加荷载作用范围内的一部分,则按扣除法计算(本文中2.4算法).

b. 当附加荷载的作用范围超过建筑物基础轮廓尺寸的6倍,可按6倍作用范围计算,误差小于0.5%,满足工程附加应力计算的精度要求.

c. 扣除法计算中,荷载作用范围大于6倍基础宽度时,仅计算建筑物基础轮廓对应位置的附加应力,附加荷载数值减去建筑物基础轮廓对应位置的附加应力即可,计算既简单快捷又满足设计精度要求.

d. 附加荷载产生的地基附加应力计算后,即可

按常规计算方法计算出建筑物基底压力产生的地基附加应力值,将所有附加应力计算结果叠加,求出计算点附加应力总值,按分层综合法计算建筑物的基础沉降变形,以便于确定基础处理方式及上部结构设计.

参考文献:

- [1] 顾晓鲁,钱鸿缙,刘惠珊,等.地基与基础[M].北京:中国建筑工业出版社,1993.
- [2] SL265—2001 水闸设计规范[S].

(收稿日期 2005-01-05 编辑 骆超)

(上接第53页)

折线面基底地基应力分布计算方法的研究.

b. 在研究基底为折线平面的情况中,忽略了不平衡剪力传播的影响,但实际工程中不平衡剪力传播的影响不能忽略.为了得到更准确的建筑物折线面基底地基应力值,需要对不平衡剪力的传播做进一步研究.

参考文献:

- [1] 陈胜宏.水工建筑物[M].北京:中国水利水电出版社,2004:12-13.
- [2] 孙训方,方孝淑,关来泰.材料力学[M].北京:高等教育出版社,2000:16-22.
- [3] 郭继武,郭瑶.地基基础[M].第3版.北京:清华大学出版社,2002:27-28.
- [4] 单辉祖.材料力学[M].北京:高等教育出版社,1999:32-34.

(收稿日期 2005-01-20 编辑 高建群)